第14卷 第9期　　高能物理与核物理　　Vol. 14, No. 9
1990年9月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　Sept., 1990

快报

($\bar{\Phi}\phi$) 的树图近似

李志兵
（中山大学物理系，广州）

摘　　要

在树图近似下计算了任意维正规点阵的 naive 费米子凝聚，没有发现手征自发破缺。

作用量 $S = S_F + S_G$

$$S_G = \frac{1}{2ag^2}\sum_p\left[1 - \frac{1}{N}\mathrm{R_e t_r}(U_p)\right], \tag{1}$$

$$S_F = \bar{\Phi}(x)Q_{xx'}\phi(x') = \bar{\Phi}(x)(\delta_{xx'} - KM(U)_{xx'})\phi(x'). \tag{2}$$

其中K为 hopping 参数，$K = 1/(2ma)$，

$$M(U)_{xx'} = \gamma^\mu U^+_{x,\mu}\delta_{x,x-\hat{\mu}}' - \gamma^\mu U_{x,\mu}\delta_{x,x+\hat{\mu}}'. \tag{3}$$

费米子凝聚

$$\langle\bar{\Phi}\phi\rangle = \int D\bar{\Phi}D\phi DU\bar{\Phi}_i\phi_i e^S \Big/ \int D\bar{\Phi}D\phi DU e^S$$

$$= \int DU(1/Q)_{ii}\det Q\exp(S_G)\Big/\int DU\det Q\exp(S_G) \tag{4}$$

作淬火近似： $\det Q = 1$，对 hopping 参数展开[1]，有

$$\langle\bar{\Phi}\phi\rangle = NC\left(1 + \sum_{l=1}^{\infty}K^{2l} < M(U)^{2l} >_G/NC\right) \tag{5}$$

其中N为颜色数，C为 Dirac 分量数，$M(U)^{2l}$ 是 $2l$ 条规范链围成的各种封闭圈（费米圈)之和。当 $1/g^2$ 趋于零时，只有树图的贡献，$\langle M(U)^{2l}\rangle_G = NCT_{2l}$，$T_{2l}$ 为含 $2l$ 条链的树图数目。

树图可以投影在平面上，其投影与一棵有根平面树对应．费米圈的起点(也是终点)成为平面树的根，一条棱上往返的一对链变量则对应平面树的一条树枝．根上接有 k 条树枝，总枝数为 n 的有根平面树数为[2]

$$q(n,k) = \frac{k}{2n-k}\binom{2n-k}{n-k},\ k \leqslant n \tag{6}$$

记 $p(n) = q(n,1)$，即平面种植树的数目．$p(n)$ 的生成函数为

本文1990年3月16日收到．

$$p(x) = \sum_{n=1}^{\infty} p(n)x^n \tag{7}$$

可证

$$p^k(x) = \sum_{n \geqslant k} q(n,k)x^n \tag{8}$$

在近邻数为 $2d$ 的正规点阵中(对正方点阵，d 即点阵维数)，与一棵根上有 k 条树枝，总枝数为 n 的有根平面树相对应，有 $(2d)^k(2d-1)^{n-k}$ 个费米圈，因为与根相连的枝可取 $2d$ 种方向，其余的枝可取 $(2d-1)$ 种方向. 故

$$T_{2l} = (2d-1)^l \sum_{l=1}^{l} \left(\frac{2d}{2d-1}\right)^k q(l,k) \tag{9}$$

从而得到在树图近似下

$$\begin{aligned}
\langle \bar{\Phi}\phi \rangle &= NC\left(1 + \sum_{l\geqslant 1} K^{2l} T_{2l}\right) \\
&= NC\left[1 + \sum_{l\geqslant 1} K^{2l}(2d-1)^l \sum_{k=1}^{l} \left(\frac{2d}{2d-1}\right)^k q(l,k)\right] \\
&= NC\left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2d}{2d-1}\right)^k \sum_{l=k}^{\infty} K^{2l}(2d-1)^l q(l,k)\right] \\
&= NC\left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2d}{2d-1}\right)^k P^k(K^2(2d-1))\right]
\end{aligned} \tag{10}$$

最后一个等式利用了(8)式. $P(K^2(2d-1))$ 的收敛半径为 $K_c = 1/(2\sqrt{2d-1})$，而(10)式的收敛半径 $\bar{K}_c$ 则由下式给出:

$$P(\bar{K}_c^2(2d-1)) = \frac{2d-1}{2d} \tag{11}$$

显然 $\bar{K}_c < K_c$. 在 $K < \bar{K}_c$ 时，(10)式可写成

$$\langle \bar{\Phi}\phi \rangle = \frac{NC}{1 - \dfrac{2d}{2d-1} P(K^2(2d-1))} \tag{12}$$

将(12)式的适用范围外推到K的所有值，则得到当 $K \to K_{c-0}$ 时，$\langle \bar{\Phi}\phi \rangle = 0$. 亦即是说，在树图层次，手征对称性没有自发破缺. 此结果和 1980 年 Blairon et al[3] 在大 d 近似下得到的树图近似 $\langle \bar{\Phi}\phi \rangle = NC\sqrt{2/d}$相矛盾. 关于 1 + 1 维 Schwinger 模型 ($N = 1, C = 2, d = 2$)，有严格的连续理论结果[4] $\langle \bar{\Phi}\phi \rangle \approx 0.16$. 但我们并不认为格点 naive 理论也一定有手征自发破缺，因为 naive 理论中的费米子加倍现象很可能对手征对称性发生影响. 当然，我们的结果是在很强的近似下得到的，远不能说是最后结论，而仅仅是提出了一种可能性.

参 考 文 献

[1] M. Wiltgen, *Z. Phys.*, **C41**(1988), 95.

[2] D. W. Walkup, *Mathematika*, **19**(1972), 200.
[3] J-M. Blairon, R. Brout, F. Englert, and J. Greensite, 1980, Universite Libre de Buxelles preprint, September; J. Kogut, *Rev. Mod. Phys.*, **55**(1983), 775.
[4] B. F. Baaquie, *J. Phys.*, **G8**(1982), 1621.

ON THE TREE GRAPH APPROXIMATION OF $\langle\bar{\psi}\psi\rangle$

LI ZHIBING

(*Department of Physics, Zhongshan University, Guangzhou*)

ABSTRACT

The condensation of the naive fermions in an arbitrary dimensional lattice is given in the tree graph approximation. No chiral symmetry spontaneous broken is found.