

# 底板空间剩余完整岩体极限抗水压能力的分析计算

王作宇 刘鸿泉

(煤炭科学研究总院开采所 北京 100013)

**摘要** 本文把煤层底板空间剩余完整岩体作为矩形薄板体,根据弹性平板理论,应用变分方程计算板的位移,引用 Tresca 最大剪力破坏准则,推导出底板隔水层空间剩余完整岩体的极限抗水压值公式,判定与评价其抗水压能力。该理论分析与应用参数选择较接近于工作面的实际,具有实用意义。

**关键词** 煤层底板, 极限抗水压值

## 1 计算分析

若采用弹性力学方法研究煤层底板空间剩余完整岩体极限抗水压能力,推导其极限抗水压值公式,则应遵循弹性理论的基本假设条件,同时应满足,接近或近似工作面的实际采动条件因素,以理论计算为依据,以应用参数为基础<sup>[1]</sup>,结合岩体特性,计算分析如下:

(1) 由底板岩体的物理力学特性,尤其是网状节理特点,岩体受力以弹—脆性破坏为主,具有小弯曲破坏条件。故符合弹性力学平板小挠度破坏理论前提。

(2) 由采动岩体底板结构形态,零位破坏带<sup>[2]</sup>以下,承压含水层以上的底板岩体承受四边固定的受力状态,且厚度与工作面最小尺寸的比值小于 5 可近似作为薄板,故采用四边固定的薄板计算方法。

(3) 在受力计算中,基于 Kirchhoff 的基本假设条件,只有三个分量  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$ 、 $\tau_{xy}$  不为零,从而简化计算中的麻烦,提高了公式的实用性。

(4) 底板岩体在承压水作用下,沿岩体裂隙潜升破坏,以剪切方式进行,故在引用破坏准则时,采用剪切破坏准则即 Tresca 准则。当  $\sigma_1 = \sigma_y$  时,岩体破坏,这时  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ,故  $\tau = \sigma_y/2$ 。在岩体处于三维状态下,主应力差达到  $\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_0$  时,产生屈服破裂。对于岩体,屈服应力与破坏应力基本相同时,取  $\sigma_0$  (最大拉应力)为岩体极限抗拉强度。

(5) 当岩体在顶板与底板一对互反方向的应力作用下,可近似认为应力具有连续传递性、迭加性等特征,故只要找出应力—应变与挠度之间的关系式,则可进一步求出应力与极限抗水压能力之间的关系。

(6) 在计算中,对于底板承压水作用,虽其作用点在各个裂缝处,但从整体板考虑,仍作为对底板的均布载荷;对于空间剩余完整岩体内的原位张裂的出现与变化视其厚度不同

1994年5月16日收到初稿,1994年9月18日收到修改稿。

而作具体分析, 并予一定的评价参数; 在采动中, 尤其考虑了工作面开采尺寸在抗水压能力中的作用。

(7) 公式与实际条件进行对比, 尤其在不同采动环境下可以较准确运用应用参数。

## 2 计算过程

将工作面采动后的底板空间剩余完整岩体作为一个弹性板考虑, 则板中某点处应变与位移关系为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \gamma'_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

而位移与挠度之间关系为

$$\left. \begin{aligned} u &= -z \frac{\partial w}{\partial x} \\ v &= -z \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

将(2)代入(1)得

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = z x_x \\ \varepsilon_y &= -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = z x_y \\ \gamma'_{xy} &= -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 2z x_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中,  $x_x$  — 平行  $xoz$  平面的曲率,

$$x_x = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2};$$

$x_y$  — 平行  $yoz$  平面的曲率,

$$x_y = -\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

平板的弯曲在弹性范围内, 服从虎克定律, 则

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} \\ \varepsilon_y &= \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G}, \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \end{aligned}$$

可求出

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) = \frac{Ez}{1-\nu^2}(x_x + \nu x_y) \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) = \frac{Ez}{1-\nu^2}(x_y + \nu x_x) \\ \tau_{xy} &= G\gamma_{xy} = 2Gz x_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

将(3)代入(4)得

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{Ez}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ \sigma_y &= \frac{Ez}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ \tau_{xy} &= \frac{Ez}{1+\nu} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式(5)则表示板弯曲时，应力与挠度之间的关系。



a 剖面图

b 平面图

$H_1$  ~ 顶板冒落带高度, m;  $D_1$  ~ 零位破坏带厚度, m;  $D_2$  ~ 空间剩余完整岩体厚度, m;  
 $P_1$  ~ 承压水水压力, MPa;  $a$  - 工作面走向长之半, m;  $b$  - 工作面斜长之半, m.

图 1 计算模型图

Fig. 1 Calculation model

计算模型如图 1 示，设四边固定矩形板挠度函数  $W$  为

$$W = A\varphi(x, y) = A \cos^2 \frac{\pi x}{2a} \cdot \cos^2 \frac{\pi y}{2b} \quad (6)$$

其边界条件为 当  $x = \pm a$  时,  $w = \frac{\partial w}{\partial x} = 0$ ;

当  $y = \pm b$  时,  $w = \frac{\partial w}{\partial y} = 0$ 。

板的弯曲形变能公式为

$$V = \frac{D}{2} \iint \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 dx dy \quad (7)$$

将式(6)  $W$  用  $(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) \cdot (\frac{\partial^2 w}{\partial y^2})$  表示, 则

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\frac{\pi^2 A}{2a^2} \cos \frac{\pi x}{a} \cos^2 \frac{\pi y}{2b}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -\frac{\pi^2 A}{2b^2} \cos \frac{\pi y}{b} \cos^2 \frac{\pi x}{2a}$$

则

$$\left. \begin{aligned} \int_{-a}^a \int_{-b}^b (\frac{\partial^2 w}{\partial x^2})^2 dx dy &= \frac{3\pi^4 A^2 b}{16a^3} \\ \int_{-a}^a \int_{-b}^b (\frac{\partial^2 w}{\partial y^2})^2 dx dy &= \frac{3\pi^4 A^2 a}{16b^3} \\ \int_{-a}^a \int_{-b}^b \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} dx dy &= \frac{\pi^4 A^2}{16ab} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

将式(8)代入(7), 得

$$V = \frac{DA^2\pi^4}{32a^3b^3} [3(a^4 + b^4) + 2a^2b^2] \quad (9)$$

当工作面顶板围岩、底板水压与底板空间剩余完整岩体同处于稳定平衡状态时, 其总位能最小, 即

$$\frac{\partial V}{\partial A} \delta A - \iint q \delta w dx dy = 0$$

设  $q$  为均布载荷, 则

$$\iint q \delta w dx dy = abq \delta A$$

有

$$\left. \begin{aligned} \frac{DA\pi^4}{16a^3b^3} [3(a^4 + b^4) + 2a^2b^2] &= abq \\ A &= \frac{16a^4b^4q}{\pi^4 [3(a^4 + b^4) + 2a^2b^2] D} \\ D &= \frac{ED^{\frac{3}{2}}}{12(1-\nu^2)} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

代入(6), 则

$$W = A\varphi(x, y) = \frac{16a^4b^4q}{\pi^4 [3(a^4 + b^4) + 2a^2b^2] D} \cdot \cos^2 \frac{\pi x}{2a} \cdot \cos^2 \frac{\pi y}{2b} \quad (11)$$

代入式(5), 则

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{Ez}{1-\nu^2} \left[ \frac{16a^4b^4q \cdot 12(1-\nu^2)}{\pi^4 [3(a^4 + b^4) + 2a^2b^2] ED^{\frac{3}{2}}} \cdot \left( \frac{\pi^2}{2a^2} \cos \frac{\pi x}{a} \cos^2 \frac{\pi y}{2b} + \nu \frac{\pi^2}{2b^2} \cos \frac{\pi y}{b} \cos^2 \frac{\pi x}{2a} \right) \right] \\ &= \frac{96a^2b^2qz}{\pi^2 [3(a^4 + b^4) + 2a^2b^2] D^{\frac{3}{2}}} \cdot \left( a^2\nu \cos \frac{\pi y}{b} \cos^2 \frac{\pi x}{2a} + b^2 \cos \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{2b} \right) \end{aligned}$$

同理

$$\sigma_y = \frac{96a^2b^2qz}{\pi^2[3(a^4+b^4)+2a^2b^2]D_2^3} \cdot \left( a^2 \cos \frac{\pi y}{b} \cos^2 \frac{\pi x}{2a} + b^2 \nu \cos \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{b} \right)$$

$$\tau_{xy} = \frac{48a^3b^3q(1-\nu)z}{\pi^2[3(a^4+b^4)+2a^2b^2]D_2^3} \cdot \left( a^2 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + b^2 \nu \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \right)$$

$$\sigma_z = 0$$

取板的最大弯曲点处, 以  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 、 $\sigma_3$  代替  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$ 、 $\sigma_z$  则

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{48a^2b^2(b^2 + \nu a^2)q}{\pi^2[3(a^4+b^4)+2a^2b^2]D_2^2} \\ \sigma_2 &= \frac{48a^2b^2(a^2 + \nu b^2)q}{\pi^2[3(a^4+b^4)+2a^2b^2]D_2^2} \\ \sigma_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

根据假设条件  $\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_0$ , 则

$$\frac{48a^2 + b^2(b^2 + \nu a^2)q}{\pi^2[3(a^4+b^4)+2a^2b^2]D_2^2} = \sigma_0$$

有

$$q = \frac{\pi^2[3(a^4+b^4)+2a^2b^2]D_2^2\sigma_0}{48a^2b^2(b^2 + \nu a^2)}$$

按模型图, 则

$$q = P_s - \gamma(D_1 + D_2 + H_1)$$

故

$$P_s = G\sigma_0 D_2^2 + \gamma(D_1 + D_2 + H_1) \quad (13)$$

式中

$$G = \frac{\pi^2[3(a^4+b^4)+2a^2b^2]}{48a^2b^2(b^2 + \nu a^2)}$$

式(13)表示底板空间剩余完整岩体极限抗水压能力公式, 在实际应用中, 若  $P_s > P_k$  时, 采动底板不突水;  $P_s < P_k$  时, 采动底板突水;  $P_s = P_k$  时, 处于临界状态。其中,  $P_s$  表示计算极限抗水压值;  $P_k$  表示实际水压值。

### 3 计算应用

根据公式(13), 以工作面开采斜长为 20—160m, 空间剩余完整岩体厚度 0~80m, 承压水压力为 0~5MPa, 绘制出三者之间相关关系图(图 2), 可作为采动前的安全性评价。

进一步以典型突水实例分析计算, 11 例中有 9 例与实际结果相符, 成功率为 81.8% (表 1)。

### 4 计算参数讨论

根据式(13)知,  $P_s$  主要受以下几个主参数影响, 即表现为它们的函数,

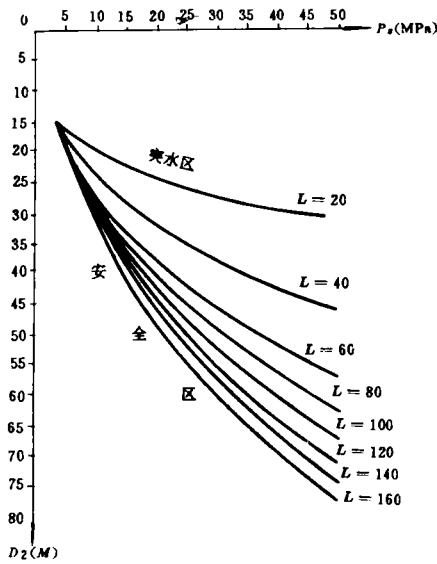


图2 据公式(13)计算  $P_s - D_2 - L$  相关关系图  
Fig. 2  $P_s - D_2 - L$  correlation diagram with formula (13)

$$P_s = f(G, \sigma_0, D, D_2, H_1) \quad (14)$$

由现场实测资料分析, 在主要的大水矿区,  $H_1$  值变化较小, 一般在 10m 左右, 或用下面公式求取, 即

$$H_m = \frac{100 \sum M}{4.7 \sum M + 19} \pm 2.2 \quad (15)$$

式中,  $H_m$ —冒落带高度, m, 相当于式(14)  $H_1$ ;  $\sum M$ —累计采厚, m。

对于  $\sigma_0$  而言, 反映底板平均抗张强度, 在大水矿区的测试结果, 表现其变化也不大。因此, 在 5 个主要参数中, 影响相对较大的为  $G$ 、 $D_1$ 、 $D_2$ , 下面将分别给予讨论。

#### 4.1 $D_1$ 值

式(13)中其它参数不变的条件下,

$P_s - D_1$  反映线性关系, 即正比关系。而就  $D_1$  本身来说, 它又受  $G$  的制约, 即  $a$ 、 $b$  的变化对  $D_1$  存在直接影响, 经验表明,  $b$  的影响尤为明显。

由淄博、肥城、峰峰、焦作、邯郸等大水矿区实际资料, 经数理统计, 得经验公式如下:

$$D_1 = 0.301(2b)^{0.808} \quad (16)$$

设,  $2b = 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120m$ , 代入式(16), 则结果如图 3 示。图中反映出, 随着  $2b$  值增大,  $D_1$  呈指数上升。进一步用  $D_1$  的相对增值量  $D_1^*$  表示, 可看出,  $2b$  增大时,  $D_1^*$  呈递减趋势, 变化较大的区段为  $40 \sim 60m$ (图 4)。

表 1 11 例典型突水验算表

Table 1 Verification of water gush for 11 typical examples

编号	工作面斜长 (m)	工作面走向长 (m)	水压 (MPa)	$D_2$ 厚 (m)	对比	结果	
						预测	实际
1	100	30	4.18	25.8	41.4 > 25.8	突	突
2	145	40	1.3	29.4	29.3 < 29.4	安	安
3	75	25	1.51	25.8	25.9 > 25.8	突	突
4	100	20	1.9	29.4	25.6 < 29.4	安	安
5	80	25	4.42	26.43	37.7 > 26.43	突	突
6	100	22	4.39	26.50	35.2 > 26.50	突	突
7	48	40	4.37	26.40	43.3 > 26.4	突	突
8	90	30	1.07	23.3	24.3 > 23.3	突	突
9	90	90	0.55	25.88	2.04 < 25.88	安	安
10	70	30	0.46	17.2	16.9 < 17.2	安	安
11	55	40	2.0	31.1	32.8 > 31.1	突	突

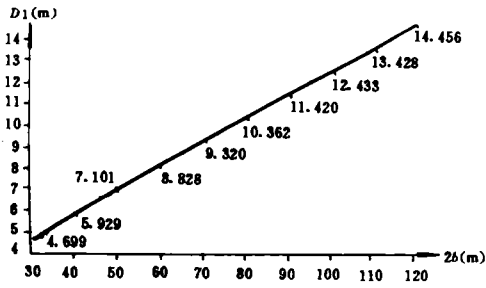


图 3  $D_1-2b$  关系曲线图  
Fig. 3  $D_1-2b$  curves

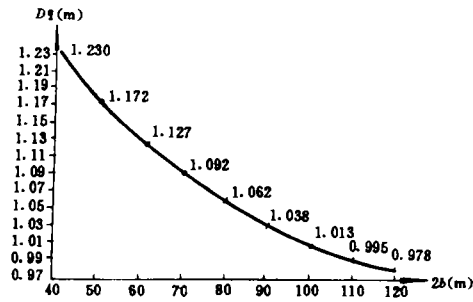


图 4  $2b-D_1^*$  关系曲线图  
Fig. 4  $2b-D_1^*$  curves

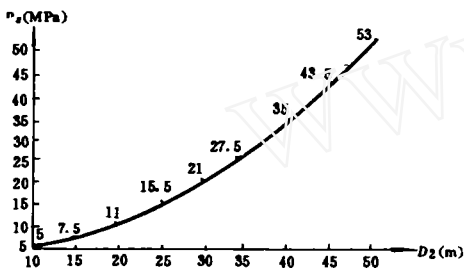


图 5  $P_s-D_2$  关系曲线  
Fig. 5  $P_s-D_2$  curves

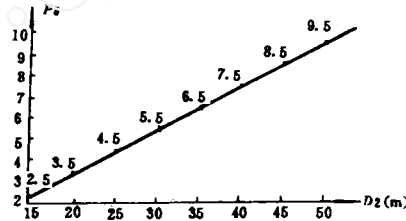


图 6  $D_2-P_s^*$  关系曲线图  
Fig. 6  $D_2-P_s^*$  curves

分析可知,  $D_1$  在  $2b$  由 30m 到 120m 范围内变化幅度为 9.707m, 这说明在有限的底板隔水层厚度 ( $D_1 + D_2$ ) 值,  $D_1$  越大,  $D_2$  越小;  $2b$  越大, 则  $D_1$  越大,  $D_2$  越小, 空间剩余完整岩体的抗水压能力越小。

#### 4.2 $D_2$ 值

为便于分析研究, 将式(13)作简化处理, 设  $G = 0.001$ ,  $\sigma_0 = 20$ ,  $\gamma(D_1 + D_2 + H_1) \approx 3$ , 则  $P_s = 0.02D_2^2 + 3$

再设  $D_2 = 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50$ m, 结果如图 5 示。当  $D_2$  增大时,  $P_s$  呈二次方递增, 明显段为 35~50m, 抗水压能力增长较快。进一步用  $P_s^*$  的相对增值量表示, 则可看出曲线以斜率  $K = 0.7$  递增(如图 6 示), 说明  $D_2$  厚度增大对  $P_s$  的直接影响。

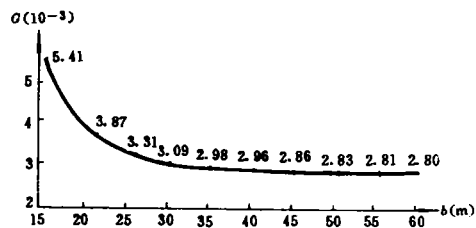


图 7  $G-b$  关系曲线图  
Fig. 7  $G-b$  curves

### 4.3 $G$ 值

据现场实际观测资料,可设  $a = 15\text{m}$ ; 则取  $b = 15、20、25、30、35、40、45、50、55、60\text{m}$ ;  $V = 0.35$ ; 计算结果如图 7 示,表明随  $b$  增大,  $G$  值递减; 20~30m 段,即斜长为 40~60m 为过渡段,小于此段,曲线变化很大;大于此段,曲线变化不大。最大值与最小值之比为 1.93,反映了  $G$  值的变化特征。对比分析结果表明,三个主要参数既存在相对独立性,又具有相互制约的特点,而  $D_2$  对  $P_s$  影响相对较大;  $G$  值的变化虽不直接影响  $P_s$ ,但却使  $D_1$  存在较大的变化幅度,  $D_1$  的变化引起  $D_2$  的改变,从而带来对  $P_s$  的影响。在实际工作中,只有合理地选择参数,才能达到安全可靠的效果。

## 5 结论

公式(13)既引用弹性力学的薄板理论,又结合工作面开采的实际选参,增强理论公式的实用性。在使用公式时,应对底板岩体结构、组合作具体分析,尤其是裂度评价,应加入碎裂系数  $K$ 。如表 1 中的编号 4、10 两例,实际分析中,工作面该处存在小断层,破坏岩体结构的完整性,则引入  $K = 0.85$  重新拟合,与实际相符。对于全国典型突水 100 例引入该公式拟合,均获得较为满意的结果。因此,只有将理论公式具体化,实用化,进行合理化运用,才能达到预期的目的。

## 6 参考文献

- 1 王作宇:承压水上采煤.北京:煤炭工业出版社,1993
- 2 王作宇等:采场底板岩体移动.煤炭学报,1989,(3):62—71
- 3 王龙甫:弹性力学理论(第二版).北京:科学出版社,1984

## ANALYSIS ON CRITICAL ANTI-HYDRO-PRESSURE ABILITY FOR THE REMAINING INTACT ROCK OF FLOOR

Wang Zuoyu, Liu Hongquan

(Institute of Mining, Central Academy of Coal Mining and Technology, Beijing 100013)

### Abstract

The remaining intact rock of floor is considered as a thin rectangular plate, and the displacement of the plate is determined by the variation equation, based on the theory of elastic plate. The formula of critical value of anti-hydropressure for the remaining intact rock of floor is developed with Tresca criterium of maximum shear failure. The theoretical analysis and selection of parameters in the paper are of practical significance.

**Key words** coal floor, critical value of anti-hydropressure