

采用修正塑性功硬化参数的双屈服面模型及应用

马险峰^{1,2}, 望月秋利³, 蔡敏⁴

(1. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092;
3. 日本德岛大学 建设工学科, 日本 德岛 770-8506; 4. 柏诚中国, 北京 100062)

摘要: 首先对国内外双屈服面模型的发展进行回顾, 指出土体模型中双屈服面概念的必要性和合理性。其次以平面应变试验结果为基础, 直接推导出双屈服面模型各部分关系式, 其中体积屈服面以塑性功为硬化参数, 硬化函数与试验结果吻合程度较好, 剪切屈服面以修正塑性功为硬化参数, 满足了其与硬化面关系唯一性的要求, 并可反映硬化-软化全过程。为使其能较方便地应用于数值计算方法, 推导适用于双屈服面模型的弹塑性刚度矩阵。最后应用该模型对一高填土工程的变形进行计算, 比较显示其与实测结果较为吻合。

关键词: 数值分析; 双屈服面模型; 平面应变试验; 塑性功; 硬化函数

中图分类号: O 241

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2009)03-0605-08

A DOUBLE-YIELD SURFACE MODEL WITH REVISED PLASTIC WORK AS HARDENING PARAMETER AND ITS APPLICATION

MA Xianfeng^{1,2}, MOCHIZUKI Akitoshi³, CAI Min⁴

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Department of Civil Engineering, University of Tokushima, Tokushima 770-8506, Japan; 4. Parsons Brinckerhoff China, Beijing 100062, China)

Abstract: Double-yield surface models for soils are firstly reviewed; and the necessity and reasonability of the concept of double-yield surface are confirmed. Based on a series of tests carried out by an improved plane strain test apparatus on Toyoura and Seto sands, a new double-yield surface model is proposed. The functions for elastic property, plastic volumetric property and plastic shear property in this model are derived directly from the test results with less hypothesis. Young's modulus and Poisson's ratio are derived separately as functions of mean principal stress σ_m . The spherical surface is adopted as volumetric yield loci and the plastic work is used as hardening parameter. For shear yield loci, a function of principal stresses is adopted, which is derived from the test results and similar to that of Matsuoka model, but the hardening parameter is revised to couple with the unique relationship between hardening surface and the parameter. To simulate the hardening-softening process of the yield loci, the hardening function is built by combining a hyperbolic function and an exponential function. Nonassociated flow rule is adopted for plastic shear property based on test results. To make it convenient to be applied to numerical analysis, the elastoplastic rigid matrix of the model is derived. Finally, by using the parameters derived from the test results, verification of the model is carried out by both interpreting laboratory test results and applying it to calculation of the deformation of a high soil-fill project, Both cases agree well with each other, indicating a potential application of this model.

Key words: numerical analysis; double-yield surface model; plane strain test; plastic work; hardening function

收稿日期: 2008-07-24; **修回日期:** 2008-11-24

作者简介: 马险峰(1972-), 男, 2000年于同济大学结构工程专业获博士学位, 现任副教授, 主要从事岩土工程数值计算、地下结构抗震及离心模型试验等方面的教学与研究工作。E-mail: xf.ma@tongji.edu.cn

1 引言

近年来,国内外岩土工程的实践朝着大规模、超规范以及复杂工况的方向发展,对岩土体强度和变形预测技术的要求越来越高,从而对岩土力学模型及计算方法的精度和可靠性的要求随之提高。

不少研究^[1~3]已经指出,经典塑性力学的一些假设不适合土力学,其主要表现为关联流动法则的不适用,单屈服面模型的局限性以及应力主轴旋转会产生塑性变形等。将经典塑性力学不加任何修改直接用于土体强度及变形的计算中,难免会产生误差,甚至较大偏差。

针对上述问题,诸多学者进行了大量工作,如:采用非关联流动准则^[4];提出双屈服面乃至三屈服面模型^[5, 6];从矢量场理论及矢量分量原理推导出广义塑性力学及多重势面理论^[7];提出应力主轴旋转引起的塑性变形理论等等。这些研究均在不同程度上解决了上述问题。

以工程中占多数的平面应变问题为对象,通过平面应变试验,建立适合该条件的模型的方法,具有简化问题、针对性强等特点,是解决上述问题的一个思路,如笔者^[8]提出的修正塑性功硬化软化模型。但该模型中的单屈服面不能反映等向压缩时的塑性体积变形特性,从而产生一定的误差。本文提出了采用修正塑性功为硬化参数的双屈服面模型来解决该问题。该模型仍建立在平面应变及三轴试验基础上,其塑性框架中除采用非关联流动准则部分

外,对传统塑性力学修改较少,相关函数从试验结果中推导。下面首先对双屈服面模型进行简单回顾,然后介绍本文模型的构成及验证。

2 双屈服面模型的回顾

20世纪50年代中期,D. C. Drucker等^[9]将塑性理论用于岩土材料变形特性的研究,经过对一系列等向加载、卸载及三轴压缩试验的考察,指出土的屈服面需由应力空间中与等主应力轴不相交的面(如库仑准则面),以及另一个与等主应力轴相交的面(如帽子形状面)构成,从而较早提出了土的双屈服面概念。此后,国内外学者相继提出了一些双屈服面模型。部分模型概况见表1。

表1中模型多将两个屈服面分别称为体积屈服面(或压缩、破坏屈服面)和剪切屈服面(或膨胀屈服面)。体积屈服面主要采用垂直于 p 轴的面(p, q 坐标系)、主应力空间的球面及椭圆面等;剪切屈服面则采用库仑准则面(即平行于 p 轴的面)、极限状态线(CSL)及子弹形锥面等。Prevost模型^[10]用 p, q 坐标系中的两条直线作为两个屈服准则,近似成分大。然而其通过引入硬化函数基本上模拟了土试验中的一些特性,具有一定的实用性。G. Y. Baldi和B. Rohani^[11]提出的模型虽然有两个屈服面,但两个屈服面间通过剪切破坏线必须通过椭圆的顶点这一条件来连接,并非完全独立。

P. A. Vermeer^[12]通过对Ishihara试验结果的分析,揭示了剪切屈服面为等剪切塑性应变面,其屈

表1 部分双(多)屈服面模型的概况

Table 1 Some double- or multi- yield surface models

模型提出者	体积屈服面形状函数表达式	剪切屈服面形状函数表达式	备注
J. H. Prevost 和 K. Hoeg ^[10]	$f_1 = q + M_1 p'$	$f_2 = q$	M_1 为正常数,由试验得出
G. Y. Baldi 和 B. Rohani ^[11]	$f_1 = (J_1' - L)^2 + R^2 \bar{J}_2 - (X - L)^2$	$f_2 = \sqrt{J_2} - \alpha_0 J_1'$	J_1', \bar{J}_2 分别为第一有效应力不变量和第二应力不变量; α_0, L, R, X 均为与材料有关的参数
P. A. Vermeer ^[12]	$f_1 = \alpha \frac{p^\beta}{p_0^\beta} - \epsilon_{ik}^p$	$f_2 = a - H^{-1}(\kappa_1 / b)$	
K. Nishi 和 Y. Esashi ^[13]	$f_1 - f_{1,y} = \sigma_m - (\sigma_m)_y$	$f_2 - f_{2,y} = \tau_{oct} / \sigma_m - (\tau_{oct} / \sigma_m)_y$	
P. V. Lade ^[14]	$f_1 = I_1^2 + 2I_2$	$f_2 = (I_1^3 / I_3 - 27)(I_1 / p_a)^m$	
沈珠江 ^[15]	$f_1 = c \lg \frac{p(1+\chi)}{p_0} - c_e \lg \frac{p}{p_0} - \nu^p$	$f_2 = \frac{a\eta}{1-b\eta} \lg \frac{p(1+\chi)}{p_0} - \frac{\tau}{G} - \tau^p$	η 为规格化剪应力, $\eta = \tau/p$; p_0 为体应变等于0时的初始压力; c 和 c_e 分别为体积压缩指数和膨胀指数; $n > 1$; a, b, d 均为正的计算常数; G 为弹性剪切模量
殷宗泽 ^[5]	$f_1 = p + \frac{q^2}{M_1^2(p+p_r)}$	$f_2 = \frac{aq}{G} \sqrt{\frac{q}{M_2(p+p_r) - q}}$	
郑颖人和孔亮 ^[7]	$p[1 + (\eta/M)^2] = p_c$	$f_2 = \beta p^2 + \alpha_1 p + \bar{\sigma}_c - k$	

屈服面应用于 p, q 空间时归结到 q/p 的形式。体积屈服面则为简单的垂直于 p 轴的直线。

P. V. Lade^[14]从物理意义上对双屈服面进行了探讨, 指出体积屈服面为破坏屈服面, 而剪切屈服面为塑性膨胀屈服面。Lade 模型的剪切屈服面为一弹头形的锥面, 是上述模型中最为符合试验结果的形式之一。

在国内, 沈珠江^[15]以塑性应变总量与应力状态之间的唯一关系这一假设, 提出了部分屈服面的概念, 其后又提出了三重屈服面的概念, 分别以 $f_1 = p, f_2 = q$ 和 $f_3 = q/p$ 为 3 个屈服面。殷宗泽^[5]从土的微观结构出发对双屈服面的物理意义进行了讨论, 提出土体的塑性变形由两部分组成: 一部分与土体的压缩相关联, 即颗粒间滑移引起的体积压缩, 可用体积屈服面来描述; 另一部分是与土体膨胀相联系, 体现滑移后引起体积膨胀的颗粒位移特性, 可用剪切屈服面来描述。郑颖人和孔亮^[7]从矢量场理论及矢量分量原理推导出的广义塑性力学及多重势面理论, 针对岩土材料提出了 3 个屈服面概念, 即体积屈服面、剪切屈服面和 θ_σ 方向的剪切屈服面。实际计算中, 常把 θ_σ 方向的剪切屈服面略去不计, 而类似于双屈服面模型。

从上述双屈服面模型可以看出, 这类模型既有试验结果上的宏观验证, 又有微观颗粒层面上的合理解释, 具有一定的合理性和灵活性。然而其中理论推导和假设较多, 直接从试验结果推导出屈服面函数方程的较少, 不少屈服面还较简单和近似, 硬化参数也较多以塑性应变为主, 其唯一性有待验证。本文以一系列在改良型平面应变仪上的平面应变试验和三轴试验结果为基础, 提出了更为直接并符合试验结果的双屈服面模型, 采用修正塑性功硬化参数提高了其与硬化面关系的唯一性, 同时能反映硬化和软化的全过程。

3 试验设备及试验工况

笔者根据大阪市立大学真三轴试验装置开发了改良型的平面应变仪(见图 1)。该仪器采用多种手段降低了试样与加载板间的摩擦力, 并提高了位移及应变的量测精度及 $\varepsilon_2 = 0$ 的控制精度。另外, 针对应变分布误差提出了较为合适的应变计测方法, 详见相关研究^[16]。

在上述改良型平面应变仪上, 本文主要对丰浦砂(Toyoura sand)和濑户砂(Seto sand)进行了一系列试验, 其主要物理性质见表 2, 颗粒级配曲线见图 2。

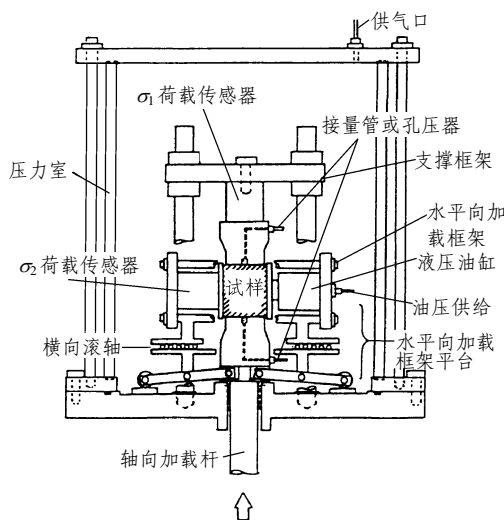


图 1 改良型平面应变仪

Fig.1 Improved plane strain test apparatus

表 2 试验用砂主要物理性质

Table 2 Main physical properties of test sands

砂类型	土粒密度 /(g · cm ⁻³)	最大密度 /(g · cm ⁻³)	最小密度 /(g · cm ⁻³)	最大粒径 /mm
丰浦砂	2.649	1.655(0.60)	1.347(0.97)	0.42
硅砂	2.557	1.660(0.54)	1.413(0.81)	2.00

注: 括号中数字表示相应的空隙比。

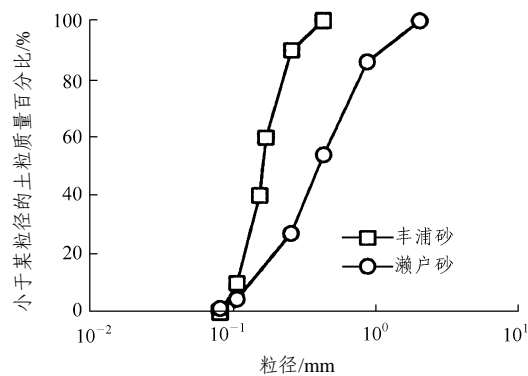


图 2 试验用砂颗粒级配

Fig.2 Particle size distribution curves of test sands

上述试验包括 σ_m (平均主应力)恒定的平面应变试验、 σ_3 (最小主应力)恒定的平面应变试验, 另外也分别进行了 σ_m 和 σ_3 恒定的三轴压缩试验进行材料参数的确定和结果验证(见表 3), 部分试验结果见相关研究^[8]。

4 模型主要构成及弹塑性刚度矩阵

以上述试验结果为依据, 对模型的主要构成进行了推导, 具体如下。

表3 试验种类

Table 3 Types of experiments

应力条件	试验条件	用途
σ_m 一定	平面应变(σ_m -PS)	用于模型函数的推导和材料参数的确定
	三轴压缩(σ_m -TC)	
σ_3 一定	平面应变(σ_3 -PS)	模型的验证
	三轴压缩(σ_3 -TC)	

4.1 弹性应力 - 应变关系

土体应力 - 应变关系的弹性部分遵从虎克定律, 以弹性模量 E 和泊松比 ν 来描述。在 σ_3 恒定的三轴压缩试验和平面应变试验中, 考察 $\epsilon_1 \leq 0.25\%$ 范围内的试验数据(认为该范围内主要为弹性)。根据弹性力学原理, 泊松比 ν 可表示为

$$\nu = -d\epsilon_3 / d\epsilon_1 \quad (\text{三轴压缩}) \quad (1)$$

$$\nu = 1 / (1 - d\epsilon_1 / d\epsilon_3) \quad (\text{平面应变}) \quad (2)$$

根据式(1), (2)求出的 ν 与 σ_m 的关系如图 3 所示, 可统一归纳为

$$\nu = \nu_0 [1 - \sigma_m / (D + \sigma_m)] \quad (3)$$

式中: ν_0, D 均为试验常数。

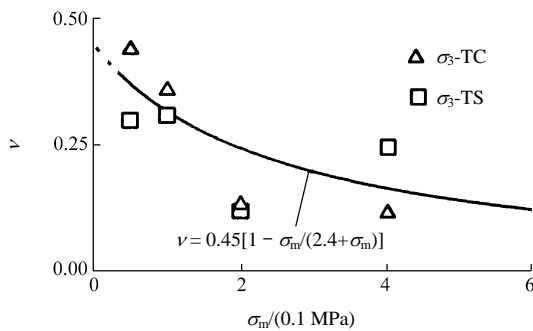


图3 ν 与 σ_m 的关系

Fig.3 Relation between ν and σ_m

弹性模量 E 可由试验结果中 $\epsilon_1 \leq 0.25\%$ 范围内的 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon_1$ 关系求斜率得到。由图 4 可见, 不管试验方法如何, E 大致可以表示为 σ_m 的线性函数:

$$E = E_0 (\sigma_m / p_a)^n \quad (4)$$

式中: E_0 为直线在纵轴上的截距; n 为直线斜率, 一般来说 $n < 1$; p_a 为单位应力, 是使得式中的单位换算关系合理而采用的参数。

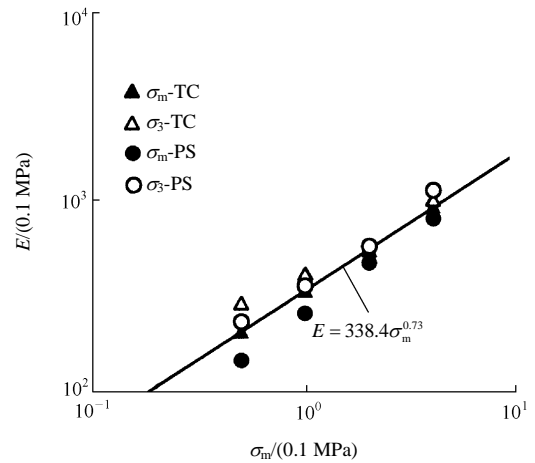


图4 E 与 σ_m 的关系

Fig.4 Relation between E and σ_m

4.2 塑性压缩特性

为描述土体在压缩应力作用下的塑性变形特性, 本文采用主应力空间中以原点为球心的球面作为塑性体积屈服面。该屈服面的形状与 Lade, Vermeer 等模型中体积屈服面一致。该屈服面方程为

$$f_c = I_1^2 - 2I_2 \quad (5)$$

式中: I_1 为主应力第一不变量, I_2 为主应力第二不变量。

屈服面硬化时, 球面以原点为球心进行扩张, 硬化方程为

$$F_c = f_c - (\kappa_{c0} + \kappa_{ch}) \quad (6)$$

式中: κ_{c0} 为土体初始状态参数, 此处取为 0; κ_{ch} 为硬化函数, $\kappa_{ch} = \kappa_{ch}(H_c^p)$, 其中 H_c^p 为硬化参数, 可表示为

$$H_c^p = W_c^p = \int \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^{pc} \quad (7)$$

为了从试验结果拟合出体积屈服面硬化函数的具体形式, 首先对等向压缩试验中 σ_m ($\sigma_m = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$) 和体积应变 ϵ_v 的关系进行整理, 结果如图 5 所示。图中 A 线为试样总的体积应变 ϵ_v (弹性体积应变+塑性体积应变) 曲线, B 线为根据弹性模量和泊松比积分求得的弹性体积应变 ϵ_v^e , 而 C 线则为从 A 线的总应变中减去 B 线的弹性应变后得到的塑性应变。根据 C 线可求得硬化参数 H_c^p , 然后整理出其与 f_c 的关系, 见图 6。可以看出, 在对 f_c 与 W_c^p 轴分别取对数坐标后, 其关系成为一条直线, 因此硬化函数可由下式来表示:

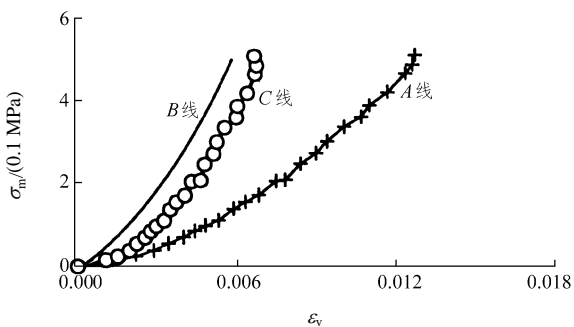


图 5 等向压缩时的 σ_m - ϵ_v 关系

Fig.5 Relation between σ_m and ϵ_v under isotropic compression

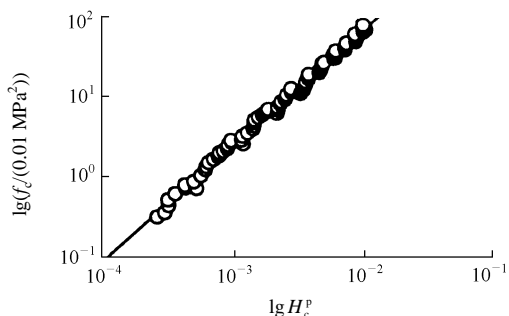


图 6 f_c - H_c^p 关系

Fig.6 Relation between f_c and H_c^p

$$\kappa_{ch} = (H_c^p / a)^{1/b} \tag{8}$$

式中: a, b 均为试验常数。

至于塑性势函数, 这里采用关联流动准则, 即塑性势函数与屈服函数相同。

4.3 塑性剪切特性

上述体积屈服面仅能表现土体在等向压缩或以压缩为主条件下的塑性变形特性, 为表现以剪切为主的荷载下土体塑性变形特性, 需要另一屈服面, 即剪切屈服面。本模型中剪切屈服面的研究从剪切破坏准则入手, 具体过程详见相关研究^[8], 这里仅给出要点。首先硬化方程 F_s 及屈服面函数 f_s 分别取为

$$F_s = f_s - (k_{s0} + k_{sh}) = 0 \tag{9}$$

$$f_s = (I_1 I_2 / I_3 - 9) I_1^m \tag{10}$$

式中: k_{s0} 为初始值; m 为试验常数; k_{sh} 为硬化函数, $k_{sh} = k_{sh}(H_s^p)$ 。

需要强调的是, 硬化参数 H_s^p 要满足其与硬化面关系唯一的条件, 即其关系不随应力路径的不同

而变化。在选取该参数时, 本模型用 σ_{kk}^t 去除 dW_s^p 后得到的新的参数作为硬化参数 H_s^p :

$$H_s^p = \left(\int \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^p \right) / \sigma_{kk}^t = \left(\int dW_s^p \right) / \sigma_{kk}^t \tag{11}$$

从而使得 $(k_{s0} + k_{sh})$ - H_s^p 的关系具有唯一性(参见相关研究^[8])。

硬化函数通过一双曲线函数及指数函数的组合来描述硬化-软化全过程:

$$f_s - k_{s0} = k_{sh}(H_s^p) = k_1(H_s^p)k_2(H_s^p) \tag{12}$$

$$k_1(H_s^p) = H_s^p / (\alpha + \beta H_s^p) \tag{13}$$

$$k_2(H_s^p) = 1 - \zeta \exp[-(\xi H_s^p)^Y] \tag{14}$$

式中: $\alpha, \beta, \zeta, \xi, Y$ 均为试验常数。

根据试验结果, 塑性势函数采用非关联流动准则, 函数构成为

$$g_s = I_1 I_2 - (9 + \omega I_1^{-m}) I_3 \tag{15}$$

式中: ω 为参数, 由塑性应变增量方向决定, 可表示为

$$\omega = \chi f_s = \chi(k_{s0} + k_{sh}) \tag{16}$$

试验结果表明, ω - f_s 的关系大致为一条直线, 其斜率即为 χ , 使用时可取 $\chi = 0.63$ 。

4.4 弹塑性刚度矩阵的推导

将本构模型应用于数值计算中时, 有必要推导该模型的弹塑性刚度矩阵。单屈服面模型的弹塑性刚度矩阵推导已较为成熟, 而双屈服面的刚度矩阵推导较为少见, 有些采用双屈服面或多屈服面模型的程序首先计算柔度矩阵, 进而通过求逆来计算刚度矩阵。由于求逆往往占用大量的计算时间, 因此直接推导弹塑性刚度矩阵的方法在数值计算中具有简洁省时的优点。下面简要介绍双屈服面模型弹塑性刚度矩阵的直接推导方法, 该方法经过扩展仍适合于三屈服面的情况。首先将屈服面和塑性势面写为如下的一般形式:

(1) 屈服面:

$$F_1(\sigma, K) = 0, F_2(\sigma, K) = 0 \tag{17}$$

(2) 塑性势面:

$$Q_1 = Q_1(\sigma, K), Q_2 = Q_2(\sigma, K) \tag{18}$$

式中: K 为相应的硬化参数。由塑性力学理论可知, 全应变增量可由下式来计算:

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^{p1} + d\varepsilon^{p2} = [D]^{-1}d\sigma + (\partial Q_1 / \partial \sigma)\lambda_1 + (\partial Q_2 / \partial \sigma)\lambda_2 \quad (19)$$

式中: $[D]$ 为弹塑性刚度矩阵。

对式(17)进行微分后,与式(19)进行组合可得如下方程组:

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [D]^{-1} & \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma} & \frac{\partial Q_2}{\partial \sigma} \\ \left\{ \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} \right\}^T & -A_1 & 0 \\ \left\{ \frac{\partial F_2}{\partial \sigma} \right\}^T & 0 & -A_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{Bmatrix} \quad (20a)$$

其中,

$$\begin{cases} A_1 = -\frac{\partial F_1}{\partial K} dK \frac{1}{\lambda_1} \\ A_2 = -\frac{\partial F_2}{\partial K} dK \frac{1}{\lambda_2} \end{cases} \quad (20b)$$

式(20b)中,由于 dK 中含有 λ_1, λ_2 因子,因此可与 $1/\lambda_1, 1/\lambda_2$ 相抵消。求解式(20a)可得

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{T_{12} \left\{ \frac{\partial F_2}{\partial \sigma} \right\}^T [D] - T_{22} \left\{ \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} \right\}^T [D]}{T_{21}T_{12} - T_{11}T_{22}} d\varepsilon \\ \lambda_2 = \frac{T_{21} \left\{ \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} \right\}^T [D] - T_{11} \left\{ \frac{\partial F_2}{\partial \sigma} \right\}^T [D]}{T_{21}T_{12} - T_{11}T_{22}} d\varepsilon \end{cases} \quad (21)$$

其中,

$$T_{11} = A_1 + \left\{ \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma} \right\}$$

$$T_{12} = \left\{ \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial Q_2}{\partial \sigma} \right\}$$

$$T_{21} = \left\{ \frac{\partial F_2}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma} \right\}$$

$$T_{22} = A_2 + \left\{ \frac{\partial F_2}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial Q_2}{\partial \sigma} \right\}$$

将式(21)代入式(20a)的第一个方程可得

$$d\sigma = \left[[D] - \frac{[D] \left\{ \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma} \right\} \left(T_{12} \left\{ \frac{\partial F_2}{\partial \sigma} \right\}^T - T_{22} \left\{ \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} \right\}^T \right) [D]}{T_{21}T_{12} - T_{11}T_{22}} \right] d\varepsilon$$

$$\left[[D] \left\{ \frac{\partial Q_2}{\partial \sigma} \right\} \left(T_{21} \left\{ \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} \right\}^T - T_{11} \left\{ \frac{\partial F_2}{\partial \sigma} \right\}^T \right) [D] \right] d\varepsilon \quad (22)$$

式(22)等号右边括号内部分即为要求的弹塑性刚度矩阵 $[D]_{ep}$, 将本文所得模型各部分的具体函数形式代入式(22),即可方便地进行编程,并应用于数值分析程序。

5 模型验证及应用

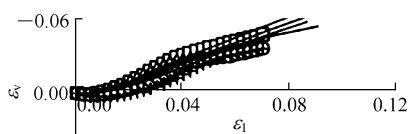
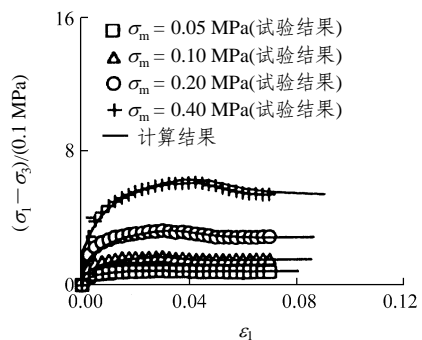
首先将本文提出的模型应用于平面应变试验,并将计算结果与试验结果进行比较。表4为根据平面应变试验结果(均为 σ_m 一定条件)得到的材料参数,其中描述塑性剪切的参数中: ξ 为确定 $k_{sh}-H_s^p$ 关系峰值位置的参数,对土体塑性变形特性影响较大; m 则决定了屈服面形状的大小,对塑性变形特性影响相对较小。根据平面应变与三轴压缩试验结果的对比,这2种试验中 $k_{sh}-H_s^p$ 关系峰值位置及屈服面形状有不同,因此这2个参数在2种试验中也有所差别。其余参数则均由材料特性决定,不随试验条件而变。

表4 根据平面应变试验结果得到的材料参数
Table 4 Material parameters obtained according to plane strain test results

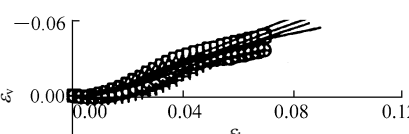
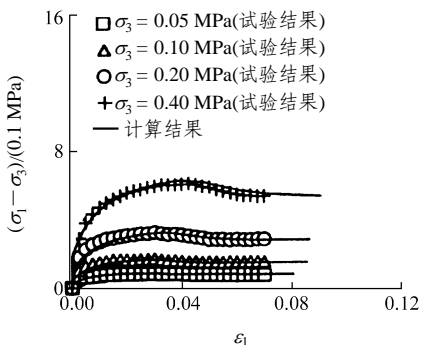
弹性特性	塑性体积变形特性	塑性剪切变形特性
$\nu_0 = 0.49$	$\kappa_{c0} = 0$	$\kappa_{s0} = 0.5$
$D = 2.4$	$a = 0.000\ 527$	$m = 0.102\ 6$
$E_0 = 63.18\ \text{MPa}$	$b = 0.709$	$\alpha = 0.000\ 45$
$n = 0.96$		$\beta = 0.12$
		$\zeta = 0.5$
		$\xi = 95.0$
		$\gamma = -5$
		$t = 1.2$
		$\chi = 0.63$

图7为本文模型计算结果与试验结果的对比。通过比较可以看出,计算所得的 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_1, \varepsilon_v - \varepsilon_1$ 关系,包括软化过程,与试验结果较为一致。

其次,以位于日本大阪府能势地区的高填土工程(填土高度为60 m,填土量共计 $98 \times 10^4\ \text{m}^3$)为对象,使用该模型对其变形问题进行了计算。该工程为能势变电站的填土造地工程,断面如图8所示,



(a) σ_m 一定平面应变试验



(b) σ_3 一定平面应变试验

图 7 平面应变试验结果和计算结果比较

Fig.7 Comparison between testing results from plane strain and calculating results

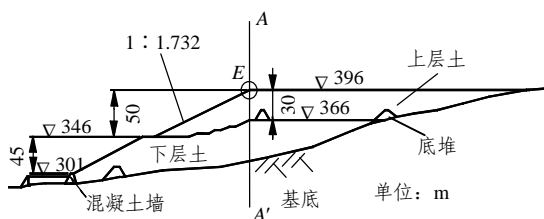


图 8 高填土工程断面图

Fig.8 Cross-section of a high soil-fill project

材料以砂砾为主。该工程的质量控制要求填土施工中实测的变形情况与有限元计算结果进行对比。施工前采用本模型进行了 2 个工况的计算：工况 1 为主要工况，所用材料参数为现场夯实度 97% 的情况；工况 2 为对比工况，其材料的夯实度设为 88%。各工况的计算参数都取自对现场土的室内试验结果。计算按施工进度进行，限于篇幅，本文仅例出部分计算结果。图 9 为填土最高端点 E 沉降量随施工的发展。可以看出工况 1 计算结果基本上与实测值一致。图 10 为图 8 中断面 AA' 在施工结束时的水平变形沿高度的分布图。可以看出，尽管工况 1 变形在标高 360 m 处有偏大趋势而在标高 390 m 以上有所偏小，但整体上与实测值的误差为 10% 左右。从沉降量和水平变形两方面的结果都可以看出本模型具有较好的实用性。

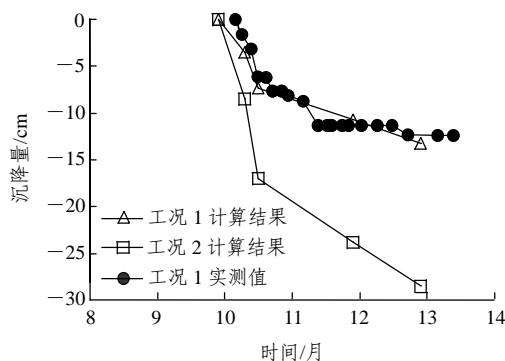


图 9 点 E 沉降量计算结果与实测值比较

Fig.9 Comparison between calculating and measured results of settlement at point E

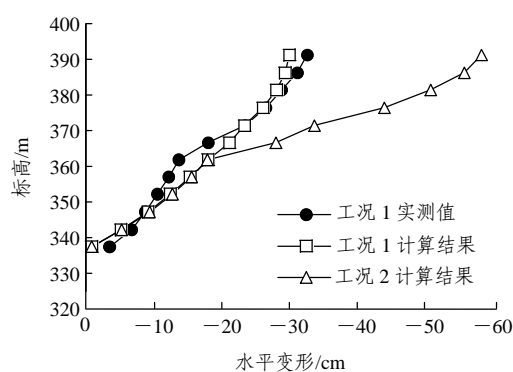


图 10 断面 AA' 水平变形计算结果与实测值比较

Fig.10 Comparison between calculating and measured results of horizontal deformation of section AA'

6 结 论

本文首先回顾了双屈服面模型的发展状况，总结了国内外一些主要的双屈服面模型，指出了双屈

服面模型的必要性和合理性。然后以改良型平面应变仪为基础,对以砂土为对象的一系列试验结果进行了考察。根据试验结果,提出了以修正塑性功为硬化参数的双屈服面模型。本模型的特点是:

(1) 与试验的结合更加紧密。屈服面函数、硬化函数、硬化参数等直接来自于试验。

(2) 体积屈服面采用主应力空间中的球面,硬化参数采用塑性功,硬化函数与试验结果的拟合程度高。

(3) 剪切屈服面的形状较传统双屈服面模型更加符合试验结果,采用的修正塑性功硬化参数满足了对硬化面关系的一一对应,该硬化函数可同时反映硬化和软化特性。

(4) 塑性势的推导建立在试验基础上,显示了非关联流动准则的必要性。

对本模型从室内试验及工程实例两个层面进行了验证,证明了其适用性和实用性。需要进一步研究的问题包括剪切屈服面部分的参数仍较多,如何在保证拟合精度的前提下进一步进行简化,以及如何开发出稳定快速的数值积分方法使其能反应硬化-软化的全过程特性等等。

参考文献(References):

- [1] 殷宗泽. 土力学学科发展的现状与展望[J]. 河海大学学报, 1999, 27(1): 1-5.(YIN Zongze. Status and prospects of soil mechanics development[J]. Journal of Hohai University, 1999, 27(1): 1-5.(in Chinese))
- [2] 刘元雪. 岩土本构理论的几个基本问题研究[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(1): 45-48.(LIU Yuanxue. Study of several basic problems in constitutive theory of geomaterials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(1): 45-48.(in Chinese))
- [3] 栾茂田, 邬饲惠三. 关于岩土工程研究中若干基本力学问题的思考[J]. 大连理工大学学报, 1999, 39(2): 309-317.(LUAN Maotian, UGAI K. Thinking on some fundamental mechanics issues in geotechnical engineering[J]. Journal of Dalian University of Technology, 1999, 39(2): 309-317.(in Chinese))
- [4] KIM M K, LADE P V. Single hardening constitutive model for frictional materials, I. plastic potential function[J]. Computers and Geotechnics, 1988, 5(4): 307-324.
- [5] 殷宗泽. 一个土体的双屈服面应力-应变模型[J]. 岩土工程学报, 1988, 10(4): 64-71.(YIN Zongze. A double-yield surface stress-strain model for soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1988, 10(4): 64-71.(in Chinese))
- [6] 袁静, 龚晓南, 刘兴旺, 等. 软土各向异性三屈服面流变模型[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(1): 88-94.(YUAN Jing, GONG Xiaonan, LIU Xingwang, et al. An anisotropic time-dependent trinal-yield-surface model for the stress-strain-time behavior of soft clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(1): 88-94.(in Chinese))
- [7] 郑颖人, 孔亮. 广义塑性力学及其运用[J]. 中国工程科学, 2005, 7(11): 21-36.(ZHENG Yingren, KONG Liang. Generalized plastic mechanics and its application[J]. Engineering Science, 2005, 7(11): 21-36.(in Chinese))
- [8] 马险峰, 望月秋利, 蔡敏. 基于平面应变试验的修正塑性功硬化软化模型[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(6): 887-893.(MA Xianfeng, MOCHIZUKI A, CAI Min. Development of elasto-plastic model with revised plastic work function as hardening function based on plane strain tests[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(6): 887-893.(in Chinese))
- [9] DRUCKER D C, GIBSON R E, HENKEL D J. Soil mechanics and work-hardening theories of plasticity[J]. Transactions of American Society of Civil Engineers, 1957, 122: 338-346.
- [10] PREVOST J H, HOEG K. Effective stress-strain-strength model for soils[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1975, 101(3): 259-278.
- [11] BALDI G Y, ROHANI B. Elasto-plastic model for saturated sand[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1979, 105(4): 465-480.
- [12] VERMEER P A. A doubling hardening model for sand[J]. Geotechnique, 1978, 28(4): 413-433.
- [13] NISHI K, ESASHI Y. Stress-strain relationships of sand based on elasto-plasticity theory[C]// Proceedings of the Japanese Society of Civil Engineers. [S.l.]: [s.n.], 1978: 111-122.
- [14] LADE P V. Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces[J]. International Journal of Solids and Structures, 1977, 13(11): 1 019-1 035.
- [15] 沈珠江. 土的弹塑性应力-应变关系的合理形式[J]. 岩土工程学报, 1980, 2(2): 11-19.(SHEN Zhujiang. The rational form of stress-strain relationship of soils based on elasto-plastic theory[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1980, 2(2): 11-19.(in Chinese))
- [16] 马险峰, 望月秋利, 温玉君. 基于改良型平面应变仪的砂土特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(9): 1 745-1 754.(MA Xianfeng, MOCHIZUKI A, WEN Yujun. Study on properties of sand based on improved plane strain test apparatus[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(9): 1 745-1 754.(in Chinese))