

# 关于位移反分析的某些考虑\*

杨志法 熊顺成 王存玉 刘英

(中国科学院地质研究所工程地质力学开放研究实验室 北京 100029)

**摘要** 为了进一步提高位移反分析应用研究的水平,需要认真考虑试验洞开挖引起的松动圈对反演结果的影响和如何不断地提高位移反分析的精度等问题。为此,本文探讨了有关考虑松动圈影响的位移反分析法和反演正算综合预测法的原理。

**关键词** 位移反分析, 松动圈, 反演正算综合预测法

## 1 引言

位移反分析法自七十年代被提出以来日益受到岩石力学界和工程地质界的重视, 这是因为它为解决岩土工程的稳定分析和设计中最棘手的计算参数的确定问题提供了一个独特而实用的方法。显然, 位移反分析的立足点是它的实际应用。事实上, 它正是通过越来越多的实际工程应用而得到迅速发展的。

为了促使位移反分析在理论和方法上得到进一步发展并在岩土工程设计和施工方面发挥更大的作用, 还需要研究和解决有关理论、方法和实际应用等方面的一系列问题。作者认为, 其中的下列两个课题应当值得研究者的重视:

第一, 考虑松动圈影响的位移反分析法的原理和方法;

第二, 反演正算综合预测法, 旨在利用反演结果进行位移预测并通过预测值与新的实测值的对比不断地检验和提高反分析的精度。

本文主要讨论作者近年来有关上述这两个课题的一些研究成果。

## 2 考虑松动圈的位移反分析法的原理和方法

作者在1990年发表的《位移反分析工程应用中值得重视的几个问题》一文<sup>[1]</sup>曾清楚地指出, “位移反分析一般都是根据地下洞室开挖引起的位移进行反演的。开挖中无论采取什么措施, 松动圈总是不可避免的。”而“松动圈的存在导致位移测值的增大, 对反分析结果必然有较大的影响”。该文还通过算例进一步论证了在位移反分析中考虑松动圈的必要性。

按照作者的理解, 松动圈或许可以简单地简化成由若干层具有不同力学性质的薄层所组成的层状结构, 而各层的厚度可以相同也可以不同。对于圆形洞, 由各个环状的薄层组成的松动圈在深处与未受影响的岩体接触。因此, 以洞壁为外界面的薄层“松动”得最严重,

1993年9月20日收到初稿, 1994年10月10日收到修改稿。

\* 本文得到国家自然科学基金的资助(No. 49272147)。

越往深部各薄层的“松动”程度越轻，并逐渐向未受松动影响的岩体过渡。

根据上述设想，不难设计出具有不同弹性模量的多层结构模型。无论是平面应变问题，还是考虑掌子面的三维问题，其位移反分析都可按此处理。所以，问题就可以归纳为多层分区弹性模量的反演课题。在实际应用中，为了减少计算工作量，有关试验段应尽可能选在单一岩体中，而且在宏观上尽量作均质和弹性假定。

对于整个计算域可分成几个分区，其中  $n-1$  个区用于松动区各层，而未受开挖影响的岩体则被另划成一个区。这就构成了一个多变量线弹性的位移反分析问题，即

$$\{E\} = \{E_1 E_2 \dots, E_j, \dots E_n\} \quad (1)$$

其目标函数仍选计算位移和实测位移差的平方和，并考虑加权问题。本问题约束条件则取

$$E_j > 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

根据有限单元法原理，有

$$[K]\{u\} = \{F\} \quad (3)$$

其中， $[K]$  为总体刚度矩阵； $\{u\}$  为节点位移； $\{F\}$  为荷载向量。

因设第  $j$  分区的弹性模量为  $E_j$ ，故可得

$$\sum_{j=1}^n E_j [K_j] \{u\} = \{F\} \quad (4)$$

若设  $E_j^o$  为第  $j$  分区的初始弹模，则第  $j$  分区的弹性模量  $E_j$  为  $E_j^o \cdot 1/\alpha_j$ 。于是有

$$\sum_{j=1}^n \frac{1}{\alpha_j} E_j^o [K_j] \{u\} = \{F\} \quad (5)$$

该式表明，位移  $\{u\}$  与  $\{E\}$  之间关系已变为  $\{u\}$  与  $\{\alpha\}$  之间的关系。这里的  $\alpha_j$  为前面提到的系数。借助于泰勒级数展开，并将所得的一阶展开式代入目标函数，得

$$J = \sum_{i=1}^m \left[ (u_i^o - u_i^m) + \sum_{j=1}^n \frac{\partial(u_i)}{\partial E_j} (E_j - E_j^o) \right]^2 W_i \quad (6)$$

其中  $u_i^o$  和  $u_i^m$  为计算位移和实测位移； $W_i$  为权因子。

由(5)式可得到

$$\{u\} = \{u(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)\} \quad (7)$$

另外，还可求出位移对  $E_j$  的偏微分值，并肯定它也是  $\alpha_j$  的函数。因此，式(6)的目标函数  $J$  应为：

$$J = J(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \quad (8)$$

显然， $J$  取极小值的必要条件为

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha_j} = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (9)$$

这是一个由几个方程组成的方程组。在测值数多于待分析的各层弹性模量的个数和保证各测值互相独立的条件下

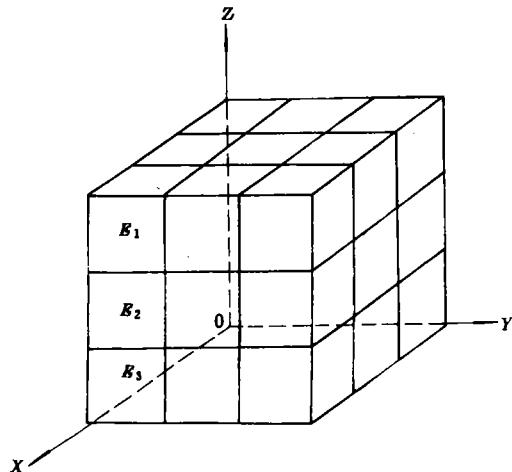


图 1 分区弹性模量反分析算例的模型

Fig. 1 A model in example to back-analyse elastic modulus of zones

下, 可以用 Marguardt-Levenberg 方法优化反演得到各层的弹性模量值, 从而也确定了松动圈的松动范围和松动程度。为了说明按上述原理编制的程序的可行性, 这里拟举一简单算例加以分析。

图 1 所示算例中采用的模型从上至下共分成三层。被剖分成 27 个六面体单元, 64 个节点。假定这三层单元的弹性模量都为  $2.5 \times 10^4 \text{ MPa}$ , 泊桑比为 0.167。另外, 模型顶面受到均布荷载  $q=0.3 \text{ MPa}$  作用。在反分析中先设从上至下三层分区的初始弹性模量分别为  $1.10 \times 10^4$ 、 $3.0 \times 10^4$  和  $0.7 \times 10^4 \text{ MPa}$ 。

结果, 用上述程序只进行了 5 次迭代就按原先给定的精度反演出弹性模量值。从表 1 和图 2、图 3 看, 该法的收敛速度是很快的。根据上述原理分析和算例结果, 作者相信本文提出的方法可望为解决考虑松动圈影响的位移反分析问题提供一条重要途径。

表 1 三层弹模分区模型的反演过程

Table 1 A back-analysis of model with three layers of different elastic modulus

迭代次数	分区弹模取值( $\times 10^4 \text{ MPa}$ )			目标函数 $J$
	1	2	3	
1	1.1000	3.0000	0.9000	0.08431
2	1.5346	2.8831	2.7334	0.07482
3	2.1638	2.6048	2.4892	0.01384
4	2.4321	2.5417	2.5049	0.001456
5	2.5004	2.4992	2.5001	0.000027
精确值	2.5000	2.5000	2.5000	0.0000

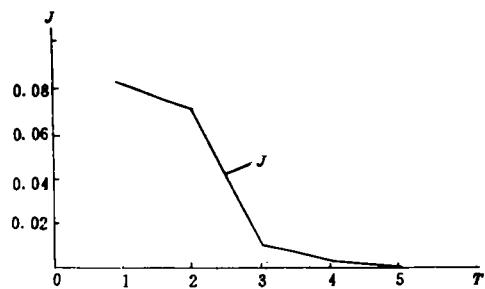


图 2 算例中目标函数  $J$  的收敛过程线

Fig. 2 A convergence process line of objective function  $J$  in example

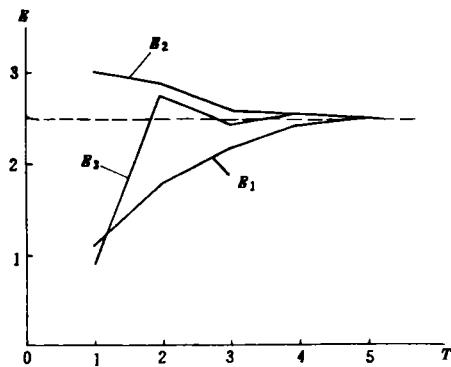


图 3 弹性模量  $E_1$ 、 $E_2$  和  $E_3$  反演中的收敛过程线

Fig. 3 Convergence process lines in back-analysis of elastic modulus  $E_1$ ,  $E_2$  and  $E_3$

### 3 关于反演正算综合预测法的讨论

在位移反分析得到迅速发展的今天, 其研究者和应用者却不得不面临以下几个问题:

- (1) 如何检验反分析的质量;
- (2) 如何充分利用不断反馈回来的位移信息来提高反分析的精度;
- (3) 如何为开挖前方位移的预测服务。

本文探讨的反演正算综合预测法，就是为这三个问题而提出来的一种解决方法。

### 3.1 基本思路

先利用施工的过程实现位移反分析，再从反演的结果出发对下一工况进行正算，以预测在新条件下的位移和应力。根据位移预测值对新工况实现后实际量测到的位移值的偏离程度，可以评价反分析的质量。若偏离值大到不能接受的程度，则加上新测到的位移再次进行反演，进入下一循环。否则，到此结束。这就是反演正算综合预测法的基本思路。

### 3.2 一般方法

事实上，对于像岩土工程这种复杂的系统，难以用严格的数学方法加以描述，但可以实地观察。按照工程地质力学和系统科学观点，可按下列方法实现反演正算综合预测法：

- (1) 根据理论分析、经验判断和观测的结果，提出比较符合该系统实际的理论模型；
- (2) 实测位移并反演与该模型有关的参数和某些重要的地应力分量；
- (3) 将反演的结果输入计算机，对下一工况进行正算分析，以便预测新条件(包括开挖、支护等方面)下的位移和应力；
- (4) 通过新条件下实测位移的反馈，观察上述计算模型的输出(即位移计算值)与新条件下系统的真实输出(即位移实测值)之问的差别，再以此为依据，修改理论模型(包括参数)。如此不断循环，最终实现对所研究的岩土工程的较符合实际的模拟和预测，为工程设计和施工服务。

不难看出，上述各步骤之间的联系都是靠各种信息来实现的。工程师们可以根据这一方法不断地修改设计和调整施工方案，以达到获取较大的经济效益和社会效益的目的。

### 3.3 在深基坑开挖中的应用

理论上，反演正算综合预测法可以较好地把位移反分析与符合系统科学思想的反馈信息设计方法结合起来。因此，它可望成功地应用于地下工程、深基坑工程和大坝工程等。为节约篇幅，这里仅简单地介绍作者在一深基坑工程中应用该法的情况。

首先实测上一段土层开挖引起的位移，再由这些实测位移反演土体的力学参数；接着，根据反演所得到的参数通过正算来预测下一段土层开挖位移和应力。实践表明，这对于工程设计和施工具有指导意义。

现场地质条件和地形条件的分析表明，施工场地的地形平缓、土质均匀，且认为可以不考虑构造应力问题，即可按自重场处理。同时，忽略锚杆而将其真实作用归于整体弹性模量等参数中考虑。

由于未进行现场原位力学试验，所以该土层的物理、力学参数都是根据钻孔取样室内试验的结果和经验确定的。经分析研究，认为采用广义开尔文模型来描述该土层是比较合适的。

为达到预测下一段开挖引起的土层位移和应力的目的, 作为第一步先借助于王芝银编的粘弹性位移反分析程序, 从已开挖段所测到的位移出发对模型的某些力学参数进行位移反分析。反演中所用的单元为四边形等参单元。

为方便, 模型中的弹性参数  $E$  取由室内试验结果和作者经验确定的弹性模量值 160 MPa。另外, 土层的泊桑比和容重分别取 0.35 和 1.85 T/m<sup>3</sup>。这样, 反演对象仅为  $E_1$  和粘滞系数  $\eta$  两个参数。

根据离开挖区最近的四根水平布置的 4 点式伸长计的 5 天的实测位移值, 反演得到以下结果:

$$E_1 = 1300 \text{ MPa}, \quad \eta = 2900 \text{ MPa} \cdot \text{s}$$

作者认为, 上述反分析成果在某种意义上已包含在计算中未曾考虑的锚杆等因素。由于该工程所用的锚杆很粗(锚杆钻孔直径较大, 故砂浆裹层较厚), 所以使土层和锚杆的综合弹性模量和粘滞系数有所提高。

第二步, 利用上述反演结果对下一段开挖可能引起的位移和应力进行正算预测。毫无疑问, 这种对待开挖段和已开挖段的各点位移和应力的超前预测, 对工程设计与施工来说十分重要, 因为工程师们据此可以在开挖之前就对工程结构与土体所处的状态和是否需要进一步加固或有无可能削减原设计的支护强度等问题, 作出较符合实际的判断。

表 2 列出了某已开挖段和待开挖段上部分测点在下两段土层开挖后将要产生的位移预测值。该表也同时给出了该土层开挖后各相应测点的位移实测值, 并对两者进行了比较。这些测自不同部位的实测值与相应点的预测值之间的对比分析表明, 测点 1 和测点 2 的预测值与相应实测值相当接近。这说明, 本文提出的反演正算综合预测法在一定条件下是可行的。至于测点 3 的两值相差较大的问题, 据分析这是由于该伸长计安装部位出现了一股不大的地下水而延误了较长的安装时间, 以致部分位移未被测到。但从工程角度看, 这点差值还是可以接受的。另外因篇幅所限, 未给出应力预测值。

表 2 各测点的预测值与实测值的比较(mm)

Table 2 A Comparison of the prediction values of various measuring points with their measuring values (mm)

测点号	已 开 挖 段			待开挖段
	1	2	3	
预测值	1.046	3.794	5.459	3.186
实测值	1.346	3.420	1.386	2.250
差 值	-0.300	0.374	4.073	

\* 该值未包括伸长计安装前未测到的部分开挖位移, 故对它未作比较。

作者认为, 上述反演结果和预测位移基本上是可信的。因此, 反演正算综合预测对该工程来说暂时不需要再进入下一循环, 而直接对下一段开挖区进行正算预测。

## 4 几点结论

(1) 以往的位移反分析基本上未考虑松动圈的影响, 但松动圈对反演(尤其是基于收

敛计测值的反分析)的结果有很大影响。作者认为,应当重视考虑松动圈影响的位移反分析课题的研究。

(2) 作者提出的考虑松动圈的反演原理,也许是解决该问题的一条途径。但需要在实践中不断改进完善。

(3) 反演正算综合预测的提出,是希望位移反分析法能向工程实际应用再靠近一步,即能更好地为设计和施工服务。作者相信,以解决检验反分析质量、利用不断反馈的位移信息来提高反演精度和位移应力的超前预测等三个问题为目的的反演正算综合预测法,可望广泛地应用于各种岩土工程,并在不断实践中得到提高。

## 5 参考文献

- 1 杨志法,戴桦:位移反分析工程应用中值得重视的几个问题,《岩土力学数值方法的工程应用—第二届全国岩石力学数值研讨会论文集》. 上海:同济大学出版社, 1990; 757—763

## SOME CONSIDERATION OF THE BACK-ANALYSIS FROM DISPLACEMENTS

Yang Zhifa Xiong Shuncheng Wang Chunyu Liu Ying

(Engineering Geomechanics Laboratory, Institute of Geology, Academia Sinica, Beijing 100029)

### Abstract

In order to raise a level of the application researches on the back-analysis from displacements, an influence of the loosing zone caused by excavating an adit upon the results of back-analysis and how to raise unceasingly its precision, etc. should be considered earnestly. Therefore, principles of the back-analysis from displacements considering an influence of the loosing zone and the synthetical prediction with back-analysis and normal computation are probed in this paper.

**Key words** back-analysis from displacements, loosing zone, synthetical prediction with back-analysis and normal computation (abbreviated to PBA)