

基于承载力和沉降的条形基础稳定性区间非概率可靠性综合分析方法

张永杰, 曹文贵, 赵明华

(湖南大学 岩土工程研究所, 湖南 长沙 410082)

摘要: 提出采用区间值表示土体力学参数取值, 以反映参数取值的不确定性特征, 并根据参数取值特性建立出相应参数的区间值确定方法。在研究地基承载力计算方法基础上建立条形基础承载力区间非概率可靠性分析模型, 并以沉降计算方法为基础建立条形基础沉降区间非概率可靠性分析模型。运用区间理论与一维优化算法求解非概率可靠性指标, 并采用可靠性评价准则对条形基础稳定性进行综合评价, 从而建立出基于承载力和沉降的条形基础稳定性区间非概率可靠性综合分析方法, 该方法能综合反映承载力和沉降对条形基础稳定性的影响。工程算例分析表明该方法具有一定的合理性, 能完善条形基础稳定性的可靠性分析方法与理论。

关键词: 基础工程; 承载力; 沉降; 区间值; 非概率可靠性

中图分类号: TU 47

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2009)04 - 0805 - 08

INTERVAL NON-PROBABILISTIC RELIABILITY COMPREHENSIVE ANALYSIS METHOD FOR STRIP FOUNDATION STABILITY BASED ON BEARING CAPACITY AND SETTLEMENT

ZHANG Yongjie, CAO Wengui, ZHAO Minghua

(*Institute of Geotechnical Engineering, Hunan University, Changsha, Hunan 410082, China*)

Abstract: The interval values are used to denote the soil mechanical parameters, which can reflect the uncertainty of parameters values. The determining methods are also proposed according to the characteristics of parameters. The interval non-probabilistic reliability analysis model of strip foundation bearing capacity is developed based on study of calculation method of foundation bearing capacity. And the interval non-probabilistic reliability analysis model of strip foundation settlement is also established based on the settlement calculation method. Then, the solution of non-probabilistic reliability indexes is performed by interval theory and one-dimensional optimization algorithm. The comprehensive evaluation is carried out through the established reliability evaluation rules. The interval non-probabilistic reliability comprehensive analysis method for strip foundation stability based on bearing capacity and settlement is finally presented, which can reflect the influence of bearing capacity and settlement on strip foundation stability comprehensively. The calculation of engineering examples proves the feasibility of the method, which perfects the method and theory of reliability analysis for strip foundation.

Key words: foundation engineering; bearing capacity; settlement; interval values; non-probabilistic reliability

收稿日期: 2008 - 07 - 17; **修回日期:** 2009 - 02 - 06

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50578060); 国家高技术研究发展计划(863)项目(2006AA11Z104)

作者简介: 张永杰(1982 -), 男, 博士, 2004年毕业于湖南大学岩土工程专业, 主要从事岩土工程不确定性分析方面的研究工作。E-mail: yjiezhang309@sohu.com

1 引言

条形基础稳定性由其承载力和沉降两者综合控制,且由于土体材料的不均匀性、勘测取样点的离散性以及作用荷载的随机性,使条形基础稳定性分析计算参数的确定具有不同程度的不确定性,因此,合理的条形基础稳定性分析方法必须充分反映上述工程特点。

目前,考虑承载力或沉降的基础稳定可靠性分析方法研究取得了卓有成效的成果,A. Casagrande 在 1964 年较早地提出解决岩土工程不确定性的分析方法^[1],随后,基于概率理论的可靠性分析方法逐渐被应用于岩土工程稳定可靠性分析^[2],为如何考虑不确定性因素影响的岩土工程计算提供了一种行之有效的方法。针对条形基础稳定性分析,熊启东和高大钊^[3]基于汉森公式采用 JC 法对地基承载力进行概率可靠性分析,并对计算参数敏感性及其可靠性指标与安全系数之间相互关系进行了探讨;阚卫明等^[4]在采用地基承载力拟合计算公式进行可靠性分析基础上,研究了计算参数变异性与可靠性指标之间的相互关系,并确定出地基承载力安全域;R. Popescu 等^[5]采用蒙特卡罗法与数值模拟相结合的方法分析了抗剪强度变异系数及其概率分布形式对地基承载力可靠性的影响;B. G. L. Sivakumar 和 A. Srivastava^[6]在现有承载力计算公式及数值分析基础上采用响应面法对地基承载力进行可靠性分析,也取得了较好的效果。在沉降可靠性分析方面,刘宁等^[7, 8]在对前人所做工作进行详细而全面研究的基础上,采用基于邓肯-张本构模型与泰勒展开式的随机有限元方法计算了地基沉降和各点之间差异沉降的可靠性指标,并分析了参数敏感性;G. A. Fenton 和 D. V. Griffiths^[9]采用有限元蒙特卡罗法对弹性模量为指数分布情况下的总沉降与差异沉降进行可靠性分析,指出总沉降符合指数分布,差异沉降符合正态分布。

尽管基于概率理论的可靠性分析方法在条形基础地基承载力或沉降计算研究中取得了不同程度的进展,但仍然存在诸多不足,其一,地基承载力或沉降的概率可靠性分析均需确定参数概率分布形式,这在勘察取样点及试验数据有限的情况下是困难的,且概率分布形式的假定存在适用性的问题,

不同形式所对应的可靠性指标存在较大差异性^[3, 5];其二,基础失稳是地基承载力与沉降共同作用的结果,已有研究^[3~9]仅对某一方面进行可靠性分析,不能反映两者同时对基础稳定可靠性的影响;其三,概率可靠性分析模型对参数取值的敏感性很强,分布函数截尾数据的小误差能导致不可接受的可靠性指标分析结果,这在数据量有限时往往难以避免^[5, 10]。因此,有必要针对上述存在的问题展开进一步研究,建立数据量较少时能同时考虑地基承载力与沉降影响的条形基础稳定可靠性分析方法。

基于区间理论的非概率可靠性分析方法^[11, 12]为本文研究提供了一个良好的思路,首先,区间数能够较好地反映样本数据较少时参数取值不确定性,减少对数据信息量的要求;其次,基于系统可靠性的思想,同时考虑承载力与沉降对条形基础稳定性的影响,可避免一个因素可靠性满足要求而另一因素却导致基础失稳的不合理现象发生,因此,如何采用区间非概率可靠性分析方法对同时考虑承载力和沉降影响的条形基础稳定性进行评价成为本文研究的核心。

为此,本文将引进区间数学理论,采用区间数表示参数取值,在分析参数取值特性基础上,建立出参数区间值确定方法,以此反映条形基础稳定可靠性分析的不确定性特征。并在基于地基承载力和沉降的区间非概率可靠性分析模型研究基础上,通过探讨区间非概率可靠性指标求解方法,建立出基于承载力和沉降的条形基础稳定性区间非概率可靠性综合分析方法,以期进一步完善条形基础稳定可靠性分析方法与理论。

2 分析参数区间值确定方法

采用基于区间理论的非概率可靠性分析方法对条形基础进行稳定性评价,必须首先解决其参数区间值的确定方法问题,而同时考虑地基承载力和沉降影响的条形基础稳定可靠性分析所涉及的不确定性参数主要包括土体抗剪强度参数、基底附加压力及土体压缩模量等。

2.1 土体抗剪强度参数区间值确定方法

条形基础承载力的确定主要涉及土体黏聚力和内摩擦角,它们通常可由室内三轴或直剪试验数据进行线性回归得到。但是,由于认识能力及测试手

段的局限性, 使得工程实际中无法得到参数真实值, 导致其具有不确定性, 即随机性、模糊性与最终取值的区间性。随机性是由取样引起的, 只涉及信息的量, 模糊性则是土体特性的一种内在不确定性, 关系到信息的意义, 而区间性则反映场地在一定范围内的土体参数取值界限, 是随机性与模糊性在量上的体现, 因此, 土体抗剪强度参数取值必须反映上述特性。

土体抗剪强度参数黏聚力 c 和内摩擦角 φ 确定的理论基础是莫尔 - 库仑准则, 具体形式可表示为

$$\tau = c + \sigma \tan \varphi \tag{1}$$

或

$$\sigma_1 = \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} + \sigma_3 \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \tag{2}$$

式中: τ , σ 分别为土体直剪试验时的剪切强度和法向应力; σ_1 , σ_3 分别为土体三轴试验时的轴向应力和侧向围压。线性回归时, 其统一形式为

$$y = a + bx \tag{3}$$

为减小异常试验值(x_i, y_i)对拟合参数的影响, 同时反映土体参数取值所具有的模糊性, 提出将试验值相对期望值的隶属度作为权重进行模糊加权线性拟合, 其目标函数可记为

$$\min \Phi(a, b) = \sum_{i=1}^n [u_{\hat{y}_i}(y_i)(y_i - a - bx_i)]^2 \tag{4}$$

式中: $u_{\hat{y}_i}(y_i)$ 为试验值 y_i 对期望值 \hat{y}_i 的隶属度, 即

$$u_{\hat{y}_i}(y_i) = e^{-\omega_i (y_i - \hat{y}_i)^2} = e^{-\omega_i (y_i - a - bx_i)^2} \tag{5}$$

$$\omega_i = 2 / (d_{\max} - d_{\min}) \tag{6}$$

$$d_i = (y_i - \hat{y}_i)^2 = (y_i - a - bx_i)^2 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \tag{7}$$

式中: d_{\max} 与 d_{\min} 分别为 d_i 的最大与最小值。

当试验值与期望值相等时, 即 $y_i - \hat{y}_i = 0$, 隶属度 $u_{\hat{y}_i}(y_i)$ 取最大值 1, 且试验值与期望值的距离越大其隶属度越小。分别对式(4)中的 a 与 b 求偏导, 令其为 0 可得

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n u_{\hat{y}_i} y_i^2 (y_i - a - bx_i) [2(y_i - a - bx_i)^2 \omega_i - 1] &= 0 \\ \sum_{i=1}^n x_i u_{\hat{y}_i} y_i^2 (y_i - a - bx_i) [2(y_i - a - bx_i)^2 \omega_i - 1] &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

求解方程组式(8)即可以得到拟合参数 a 与 b ,

因其包含隶属度 $u_{\hat{y}_i}(y_i)$, 由式(5)~(7)可知方程组求解是一个逐步逼近的过程, 其计算分析步骤为:

(1) 由传统最小二乘法求得 a, b , 并将其作为迭代初值 $a^{(0)}, b^{(0)}$, 即得拟合方程: $y^{(0)} = a^{(0)} + b^{(0)}x$ 。

(2) 由回归方程可得 \hat{y}_i 的初始期望值为 $(\hat{y}_1^{(0)}, \hat{y}_2^{(0)}, \dots, \hat{y}_n^{(0)})$, 根据式(5)~(7)计算得到 $u_{\hat{y}_i}^{(0)}(y_i)$ 。

(3) 将试验值(x_i, y_i)与 $u_{\hat{y}_i}^{(0)}(y_i)$ ($i = 1, 2, \dots, n$)代入式(8)解得 $a^{(1)}, b^{(1)}$, 并得拟合方程: $y_i^{(1)} = a^{(1)} + b^{(1)}x_i$ 。

(4) 重复步(2), (3)可得 j 次迭代结果 $a^{(j)}, b^{(j)}$ 及拟合方程: $y_i^{(j)} = a^{(j)} + b^{(j)}x_i$, 对于给定的精度 $\varepsilon_a, \varepsilon_b$, 如果满足 $|a_j - a_{j-1}| \leq \varepsilon_a, |b_j - b_{j-1}| \leq \varepsilon_b$, 则 $a^{(j)}, b^{(j)}$ 即为所求最佳拟合参数; 反之, 将其作为初值重复迭代, 直至满足精度要求。

根据数理统计理论可以得到拟合参数 a, b 的变异系数 $\delta(a)$ 和 $\delta(b)$ 分别为

$$\delta(a) = \sigma(a) / a \tag{9}$$

$$\delta(b) = \sigma(b) / b \tag{10}$$

其中,

$$\sigma^2(a) = \frac{M \left[\sum_{i=1}^n u_{\hat{y}_i}(y_i)x_i \right]^2 \sum_{i=1}^n [u_{\hat{y}_i}(y_i)]^2 W}{\left\{ \sum_{i=1}^n u_{\hat{y}_i}(y_i) \sum_{i=1}^n [u_{\hat{y}_i}(y_i)(x_i - \bar{x})^2] \right\}^2} \tag{11}$$

$$\sigma^2(b) = \frac{M \sum_{i=1}^n \{ [u_{\hat{y}_i}(y_i)]^2 (x_i - \bar{x})^2 \}}{\left\{ \sum_{i=1}^n [u_{\hat{y}_i}(y_i)(x_i - \bar{x})^2] \right\}^2} \tag{12}$$

其中,

$$M = \sum_{i=1}^n [u_{\hat{y}_i}(y_i)(y_i - a - bx_i)^2] / (n - 2) \tag{13}$$

$$W = \left\{ \sum_{j=1}^n [u_{\hat{y}_j}(y_j)x_j^2] / \left(\sum_{j=1}^n [u_{\hat{y}_j}(y_j)x_j] - x_i \right) \right\}^2 \tag{14}$$

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n u_{\hat{y}_i}(y_i)x_i / \sum_{i=1}^n u_{\hat{y}_i}(y_i) \tag{15}$$

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^n u_{\hat{y}_i}(y_i)y_i / \sum_{i=1}^n u_{\hat{y}_i}(y_i) \tag{16}$$

根据最佳拟合参数与土体强度参数的关系、变异系数及区间运算规则^[13]即可确定出土体黏聚力 c 与内摩擦角 φ 的区间值, 即:

(1) 若采用直剪试验, 则土体强度参数区间值为

$$[c^L, c^R] = [a(1 - \delta(a)), a(1 + \delta(a))] \quad (17)$$

$$[\varphi^L, \varphi^R] = [\arctan b(1 - \delta(b)), \arctan b(1 + \delta(b))] \quad (18)$$

式中： c^L, c^R 分别为土体黏聚力区间值的下限值与上限值； φ^L, φ^R 分别为土体摩擦角区间值的下限值与上限值。

(2) 若采用三轴试验，则土体强度参数区间值为

$$[\varphi^L, \varphi^R] = \arcsin \frac{[b(1 - \delta(b)), b(1 + \delta(b))] - 1}{[b(1 - \delta(b)), b(1 + \delta(b))] + 1} \quad (19)$$

$$[c^L, c^R] = \frac{[a(1 - \delta(a)), a(1 + \delta(a))] \{1 - \sin[\varphi^L, \varphi^R]\}}{2\cos[\varphi^L, \varphi^R]} \quad (20)$$

2.2 条形基础基底压力区间值确定方法

条形基础稳定性分析所需基底附加压力 p_0 由上部作用荷载 F 及基础与上覆回填土体自重之和 G 共同确定，而根据规范^[14]计算上部荷载时必须考虑恒载与活载变异性的影响，在未知其概率分布形式时可采用区间值表示取值不确定性，由此所得基底附加压力也应为区间值。若每延米条形基础上恒载与活载的均值分别为 $S_{恒}$ 与 $S_{活}$ ，且变异系数分别为 $S_{恒} = 0.07$ 与 $S_{活} = 0.29$ ，则反映作用荷载取值不确定性的区间值为 $[0.93S_{恒} + 0.71S_{活}, 1.07S_{恒} + 1.29S_{活}]$ ，不考虑土体重度取值具有的不确定性时，条形基础基底附加压力区间值 $[p_0^L, p_0^R]$ 可表示为

$$[p_0^L, p_0^R] = \frac{[0.93S_{恒} + 0.71S_{活}, 1.07S_{恒} + 1.29S_{活}] + \gamma_G b_0 d}{b_0} \quad (21)$$

式中： γ_G 为基础及回填土的平均重度(kN/m³)， b_0 为条形基础宽度(m)， d 为条形基础埋置深度(m)。采用区间运算规则^[13]计算即可得到条形基础基底压力区间值 $[p_0^L, p_0^R]$ 。

2.3 土体压缩模量区间值确定方法

条形基础稳定性分析所需土体压缩模量 E_s 可由室内侧限压缩试验 $e-p$ 曲线确定，若采用一条确定性曲线进行分析必将忽略试验过程与试样本身所具有的不确定性，因同一层土体的不同试样所得曲线各不相同，此时，若以所有试样的有效 e, p 试验点所形成区域的上下界限曲线来表示 $e-p$ 曲线可能取值范围将更加合理，如图 1 所示。

由土体压缩模量 E_s 计算方法可知：

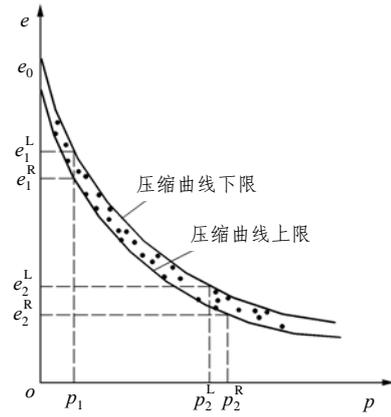


图 1 土体压缩 $e-p$ 曲线
Fig.1 Soil compression $e-p$ curves

$$E_s = \frac{(p_2 - p_1)(1 + e_1)}{e_1 - e_2} \quad (22)$$

式中： p_1 为计算深度处的土体自重压力(kPa)； p_2 为计算深度处的土体自重压力与附加压力之和(kPa)； e_1, e_2 分别为 p_1 与 p_2 在 $e-p$ 曲线上所对应的孔隙比。根据上述研究可知基底附加压力区间值为 $[p_0^L, p_0^R]$ ，当不考虑土层埋深及土体重度取值不确定性时，土体自重压力 p_1 为一定值，自重压力与附加压力之和 p_2 为区间值，其分别表示为

$$p_1 = \sum_{i=1}^n h_i \gamma_i \quad (23)$$

$$[p_2^L, p_2^R] = \sum_{i=1}^n h_i \gamma_i + [p_0^L, p_0^R] \alpha_n \quad (24)$$

式中： γ_i 为第 i 层土体重度(kN/m³)； h_i 为第 i 层土体厚度(m)； α_n 为基础底面至第 n 层土体底面范围内的平均附加压力系数，可根据规范^[15]附录查表得到； n 为计算深度内土体层数。则由图 1 可知 p_1 与 p_2 所对应的孔隙比区间值分别为 $[e_1^L, e_1^R]$ 与 $[e_2^L, e_2^R]$ ，结合区间数学理论^[13]与式(22)进而得到土体压缩模量区间值为

$$[E_s^L, E_s^R] = \frac{[p_2^L, p_2^R] - p_1 \{1 + [e_1^L, e_1^R]\}}{[e_1^L, e_1^R] - [e_2^L, e_2^R]} \quad (25)$$

通过上述研究建立起条形基础稳定性分析参数区间值确定方法，其能反映参数取值过程中不确定性因素的影响，减少对样本数据量的要求，并为区间非概率可靠性分析提供了参数取值依据，在此基础上对稳定性进行评价有必要进一步研究基于承载力和沉降的条形基础稳定性区间非概率可靠性综合

分析方法。

3 区间非概率可靠性综合分析方法

条形基础失稳主要是由承载力不足或沉降过大引起的, 采用上述确定的参数区间值对其进行区间非概率可靠性分析必须考虑两方面的共同作用, 为此, 将首先在探讨承载力计算方法基础上建立条形基础承载力区间非概率可靠性分析模型, 然后, 根据沉降计算方法建立条形基础沉降区间非概率可靠性分析模型, 最后, 以确定的参数区间值和区间理论为基础, 引进一维优化算法对区间非概率可靠性指标进行求解, 进而建立基于承载力和沉降的条形基础稳定性区间非概率可靠性综合分析方法。

3.1 地基承载力区间非概率可靠性分析模型

地基极限承载力计算公式自从 Rankine(1857) 首先提出以来, Prandtl(1920), Terzaghi(1943), Meyerhof(1963), Hansen(1970), Vesic(1975)及规范^[15]等分别给出各自计算方法, 针对条形基础, 上述承载力计算公式在不考虑荷载倾斜、地面倾斜、基底倾斜及土体压缩性影响时可统一记为

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma b_0 N_\gamma d_\gamma + c N_c d_c + q N_q d_q \quad (26)$$

式中: γ 为基底以下土体重度(kN/m^3); q 为基底面以上超载(kPa), $q = \gamma' d$, γ' 为基底以上土体重度(kN/m^3); d_γ , d_c , d_q 均为基础深度修正系数; N_γ , N_c , N_q 均为承载力系数。

承载力系数 N 值和深度修正系数 d 值的量纲一的合理表达式均可通过寻求闭合解或通过有限元分析, 在量化分析的基础上, 根据经验综合确定, 这方面的研究^[16, 17]已有很多, 普遍认为现有 d 值和 N_c , N_q 值的求解方法能够反映工程实际, 但是, 针对 N_γ 的确定仍存在分歧, 有关学者对此展开了深入研究, M. Hjiij 等^[18]在前人研究基础上通过对数值计算结果进行拟合给出了更符合工程实际的 N_γ 经验计算公式, 即

$$N_\gamma = e^{(\pi+3\pi^2 \tan \varphi)/6} \tan^{2\pi/5} \varphi \quad (27)$$

式(27)也即为本文所采用的计算公式。此外, 在综合考虑现有地基承载力计算方法合理性基础上, 给出了其他系数的计算公式^[16]:

$$N_q = \tan^2(45^\circ + \varphi/2) \exp(\pi \tan \varphi) \quad (28)$$

$$N_c = (N_q - 1) \cot \varphi \quad (29)$$

$$d_q = \begin{cases} 1 + 2 \tan \varphi (1 - \sin \varphi)^2 (d/b_0) & (d \leq b_0) \\ 1 + 2 \tan \varphi (1 - \sin \varphi)^2 \arctan(d/b_0) & (d > b_0) \end{cases} \quad (30)$$

$$d_c = \begin{cases} 1 + 0.4d/b_0 & (d \leq b_0) \\ 1 + 0.4 \arctan(d/b_0) & (d > b_0) \end{cases} \quad (31)$$

$$d_\gamma = 1 \quad (32)$$

将式(27)~(32)代入式(26)即可得到条形基础承载力计算公式, 其用于可靠性分析尚需建立功能函数, 根据地基承载力机制, 一定安全系数 K 下的承载力可靠性分析之合理功能函数为

$$Z_1 = g(\mathbf{X}_1) = q_u(c, \varphi) - K p_0 \quad (33)$$

式中: $\mathbf{X}_1 = \{c, \varphi, p_0\}$ 为可靠性分析变量; $q_u(c, \varphi)$ 为由土体参数 c 与 φ 确定的地基承载力(kPa); p_0 为基底附加压力(kPa); K 为安全系数, 一般可在 2~3 范围内选取, 根据工程要求可用区间值 $[K^L, K^R]$ 表示取值不确定性。

考虑分析参数取值所具有的区间不确定性, 则式(33)对应的承载力非概率可靠性分析之合理区间功能函数为

$$Z_1 = q_u([c^L, c^R], [\varphi^L, \varphi^R]) - [K^L, K^R][p_0^L, p_0^R] \quad (34)$$

以上即为条形基础地基承载力区间非概率可靠性分析模型, 将其用于条形基础稳定性区间非概率可靠性评价尚需建立条形基础沉降区间非概率可靠性分析模型, 以便同时反映两者共同作用的影响。

3.2 沉降区间非概率可靠性分析模型

条形基础沉降计算一般采用规范^[15]中考虑经验修正的以分层总和法为基础的应力面积法进行计算, 即

$$s = \psi_s \sum_{i=1}^m \frac{p_0}{E_{s_i}} (z_i \bar{\alpha}_i - z_{i-1} \bar{\alpha}_{i-1}) \quad (35)$$

式中: m 为地基变形计算深度范围内的土层数; ψ_s 为沉降计算经验系数, 根据地区沉降观测资料及经验确定, 无地区经验时, 可由 \bar{E}_s 按规范确定, 其中, \bar{E}_s 为沉降计算深度范围内压缩模量的当量值^[15]:

$$\bar{E}_s = \frac{\sum A_i}{\sum (A_i/E_{s_i})} = \frac{\sum (z_i \bar{\alpha}_i - z_{i-1} \bar{\alpha}_{i-1})}{\sum [(z_i \bar{\alpha}_i - z_{i-1} \bar{\alpha}_{i-1})/E_{s_i}]} \quad (36)$$

式中: E_{s_i} 为第 i 层土的压缩模量(MPa); z_i , z_{i-1} 分别为基础底面至第 i 层和第 $i-1$ 层土体底面的距离(m); $\bar{\alpha}_i$, $\bar{\alpha}_{i-1}$ 分别为基础底面至第 i 层和第 $i-1$ 层土体底面范围内的平均附加压力系数。因土体压缩

模量 E_{s_i} 为区间值，则由其确定的 \bar{E}_s 也应为区间值，且 $[\bar{E}_s^L, \bar{E}_s^R]$ 可采用 $\bar{\alpha}_i, z_i$ ，区间值 $[E_{s_i}^L, E_{s_i}^R]$ 及区间运算规则^[13]由式(36)确定，进而由 $[\bar{E}_s^L, \bar{E}_s^R]$ 的上下限根据规范^[15]附表插值确定 ψ_s 的区间值 $[\psi_s^L, \psi_s^R]$ 。此外，地基沉降计算深度 z_n 可根据规范^[15]给出的方法确定。

考虑上述参数取值不确定性的影响，对于给定的基础沉降允许值 s_0 ， s_0 为允许沉降值，可由建筑物使用功能及规范确定，根据式(35)建立可靠性分析之合理功能函数为

$$Z_2 = g(\mathbf{X}_2) = s(\psi_s, E_{s_i}, p_0) - s_0 \quad (37)$$

式中： \mathbf{X}_2 为可靠性分析参数变量， $\mathbf{X}_2 = (\psi_s, E_{s_i}, p_0)$ ； $s(\psi_s, E_{s_i}, p_0)$ 为计算沉降值。

考虑参数取值所具有的区间不确定性，式(37)对应的沉降非概率可靠性分析之合理区间功能函数为

$$Z_2 = g(\mathbf{X}_2) = s\{[\psi_s^L, \psi_s^R], [E_{s_i}^L, E_{s_i}^R], [p_0, p_0]\} - s_0 \quad (38)$$

至此，建立出条形基础沉降区间非概率可靠性分析模型，将其与地基承载力区间非概率可靠性分析模型相结合用于条形基础稳定可靠性评价，尚需建立出区间非概率可靠性综合分析方法。

3.3 区间非概率可靠性综合分析方法

针对概率模型存在的不足，B. Yakov^[19]等提出了不确定性凸集模型，随后，郭书祥^[11]等建立了实用的区间非概率可靠性模型，曹文贵和张永杰^[20]针对边坡工程中所具有的不确定性进行了区间非概率模糊可靠性分析，促进了区间非概率可靠性模型在岩土工程中的应用，将其应用于条形基础稳定可靠性评价，需在地基承载力和沉降区间非概率可靠性分析模型基础上建立出可靠性综合分析方法。

若条形基础承载力与沉降非概率可靠性指标分别为 η_1 与 η_2 ，则根据结构体系非概率可靠性分析方法^[17]可知条形基础稳定性非概率可靠性指标为

$$\eta = \min\{\eta_1, \eta_2\} \quad (39)$$

当 $\eta > 1$ 时，条形基础稳定可靠；否则，不可靠；且 η 越大可靠性越高。采用上述方法进行可靠性综合分析还需进一步建立非概率可靠性指标求解方法。为便于分析，根据区间值标准化方法^[13]先将区间功能函数式(34)与(38)转化为标准形式，即

$$Z_1 = g(\boldsymbol{\delta}_1) = q_u(c^c + c^r \delta_c, \varphi^c + \varphi^r \delta_\varphi) - (K^c + K^r \delta_\gamma)(p_0^c + p_0^r \delta_{p_0}) \quad (40)$$

$$Z_2 = g(\boldsymbol{\delta}_2) = s(\psi_s^c + \psi_s^r \delta_{\psi_s}, E_{s_i}^c + E_{s_i}^r \delta_{E_{s_i}}, p_0^c + p_0^r \delta_{p_0}) - s_0 \quad (41)$$

式中： $\boldsymbol{\delta}_1, \boldsymbol{\delta}_2$ 为标准化区间值向量， $\boldsymbol{\delta}_1 = [\delta_c, \delta_\varphi, \delta_\gamma, \delta_{p_0}]$ ， $\boldsymbol{\delta}_2 = [\delta_{\psi_s}, \delta_{E_{s_i}}, \delta_{p_0}]$ ，其中， $c^c = (c^L + c^R)/2$ ， $c^r = (c^R - c^L)/2$ ， $[c^L, c^R] = c^c \pm c^r \delta_c$ ， $\delta_c \in [-1, 1]$ ，其余类推。

由非概率可靠性理论可知标准化区间功能函数式(40)与(41)的非概率可靠性指标 $\eta_m (m = 1, 2)$ 的求解式^[11]为

$$\eta_m = \min\{\|\boldsymbol{\delta}_m\|_\infty\} \quad (42)$$

并满足条件：

$$Z_m = g(\boldsymbol{\delta}_m) = 0 \quad (43)$$

针对非概率可靠性指标 η_m 的求解方法，江涛等^[21]在前人研究基础上提出了一维优化算法，其能有效避免复杂功能函数运算过程中的区间扩展，本文将采用此方法进行非概率可靠性指标的求解。具体分析过程如下：

(1) 列出过 $\boldsymbol{\delta}_1$ 扩展空间 $C_{\boldsymbol{\delta}_1}^\infty = \{\boldsymbol{\delta}_1 : \delta_{1k} \in (-\infty, +\infty), k=1, 2, 3, 4\}$ 的原点 $O_{\boldsymbol{\delta}_1}^\infty = \{\boldsymbol{\delta}_1 : \delta_{1k} = 0, k=1, 2, 3, 4\}$ 和 $\boldsymbol{\delta}_1$ 形成的对称凸域 $C_{\boldsymbol{\delta}_1} = \{\boldsymbol{\delta}_1 : |\delta_{1k}| \leq 1, k=1, 2, 3, 4\}$ 的顶点 $P_{\boldsymbol{\delta}_1}^j = \{\boldsymbol{\delta}_1 : |\delta_{1k}| = 1, k=1, 2, 3, 4\}$ ($j=1, 2, \dots, 2^4$) 的 2^{4-1} 条超射线，记为 $\delta_{11} = \pm\delta_{12} = \pm\delta_{13} = \pm\delta_{14}$ ，并满足 $\boldsymbol{\delta}_1 \in C_{\boldsymbol{\delta}_1} \subset C_{\boldsymbol{\delta}_1}^\infty$ 。

(2) 将 $\delta_{11} = \pm\delta_{12} = \pm\delta_{13} = \pm\delta_{14}$ 及 $m = 1$ 分别代入非概率可靠性指标求解需满足的方程式(43)，得到 8 个一元高次非线性方程，采用数值方法求解可得地基承载力非概率可靠性指标解集合 $\{\eta_{11}, \eta_{12}, \dots, \eta_{18}\}$ 。

(3) 舍去复数解，并取实数解的绝对值，最小者即为条形基础地基承载力非概率可靠性指标 η_1 。

同理，可得条形基础沉降非概率可靠性指标 η_2 ，进而由式(39)可得考虑承载力和沉降的条形基础稳定性区间非概率可靠性指标 η 。上述即为本文建立的条形基础稳定性区间非概率可靠性综合分析方法，由此可知，它能同时考虑承载力和沉降对条形基础稳定可靠性的影响，较以往方法更为合理。

4 工程实例分析

4.1 工程概况

一办公楼采用墙下条形基础, 宽度 $b_0 = 2 \text{ m}$, 埋深 $d_0 = 2 \text{ m}$, 由地质勘察知第一层土为 1.2 m 厚的素填土, 重度 $\gamma_1 = 19.5 \text{ kN/m}^3$; 第二层土为褐黄色粉质黏土, 重度 $\gamma_2 = 19.8 \text{ kN/m}^3$, 该土层底面距地面的深度为 6 m; 第三层土为粉砂, 其重度 $\gamma_3 = 19 \text{ kN/m}^3$, 该土层底面距地面的深度为 8.4 m; 基础及回填土的平均重度 $\gamma_G = 20 \text{ kN/m}^3$, 根据所建立的土体压缩模量区间值确定方法对室内压缩试验结果分析可知第二层土压缩模量 E_{s_2} 的区间值为 [5.0, 5.2] MPa, 第三层土压缩模量 E_{s_3} 的区间值为 [4.9, 5.1] MPa; 对褐黄色粉质黏土取样进行室内直剪试验, 结果如表 1 所示; 根据上部结构形式及用途并由规范^[14]计算可知作用在基础单位长度上的恒载均值为 210 kPa/m, 活载均值为 110 kPa/m, 且其变异系数分别为 $\delta_{恒} = 0.07$, $\delta_{活} = 0.29$, 则基底附加压力区间值为 [177, 223] kPa; 由规范^[15]可知该类基础的沉降允许值 $s_0 = 12 \text{ cm}$; 在稳定可靠性分析中取安全系数区间值为 [2.0, 2.5]。下面将对条形基础稳定可靠性进行评价。

表 1 土体直剪试验结果

Table 1 Results of direct shear test for soils

编号	正应力 σ/kPa	最大剪应力 τ/MPa
1	50	33.9
2	100	60.8
3	150	75.5
4	200	100.6
5	250	122.7
6	300	140.2
7	350	166.5
8	400	197.2

4.2 分析过程与结果

(1) 对土体直剪试验结果进行模糊加权线性回归可得回归系数分别为 $\hat{a} = 11.04$, $\hat{b} = 0.45$, 并计算得其方差为 $\delta(\hat{a}) = 0.19$, $\delta(\hat{b}) = 0.08$, 则由式(17), (18)得 c 与 φ 的区间值分别为 [8.94, 13.14] kPa 和 [22.49, 5.92]°。

(2) 将地基承载力非概率可靠性分析计算参数 c , φ , p_0 , K 的区间值 [8.94, 13.14] kPa、[22.49, 25.92]°、[177, 223] kPa、[2.0, 2.5] 转化成标准化区间值 $11.04 + 2.1\delta_c$, $24.21 + 1.72\delta_\varphi$, $200 + 23\delta_{p_0}$, $2.25 + \delta_K$ 。

(3) 将标准化区间值代入承载力非概率可靠性

分析功能函数式(43), 取 $m = 1$, 结合式(40)由一维优化算法得 8 条超射线 $\delta_c = \pm\delta_\varphi = \pm\delta_K = \pm\delta_{p_0}$ 。

(4) 将 $\delta_c = \delta_\varphi = \delta_K = \delta_{p_0}$, $\delta_c = -\delta_\varphi = \delta_K = \delta_{p_0}$, ..., $\delta_c = -\delta_\varphi = -\delta_K = -\delta_{p_0}$ 等 8 条超射线分别代入式(43), 取 $m = 1$, 结合式(40)采用数值方法求解一元二次非线性方程得 16 个解, 并由式(42)得地基承载力非概率可靠性指标为 $\eta_1 = 1.25$ 。

(5) 由规范^[15]可知沉降计算深度 $z_n = b_0(2.5 - 0.4\ln b_0) = 2(2.5 - 0.4\ln 2) \approx 4.5 \text{ m}$, 则根据地质情况可知 $z_1 = 4 \text{ m}$, $z_2 = 4.5 \text{ m}$, 根据平均附加应力表查得 $\bar{\alpha}_1 = 0.8044$, $\bar{\alpha}_2 = 0.7760$ 。

(6) 将 $[E_{s_1}^L, E_{s_1}^R] = [5.0, 5.2] \text{ MPa}$ 与 $[E_{s_2}^L, E_{s_2}^R] = [4.9, 5.1] \text{ MPa}$ 及上述确定的 z_1 , z_2 , $\bar{\alpha}_1$, $\bar{\alpha}_2$ 代入式(36)根据区间数运算法则可得 $[\bar{E}_s^L, \bar{E}_s^R] = [4.98, 5.18] \text{ MPa}$, 则查表可得 $[\psi_s^L, \psi_s^R] = [1.20, 1.22]$ 。

(7) 将所得 ψ_s , E_{s_i} , p_0 的区间值转化成标准化区间值, 代入式(43), 取 $m = 2$, 由一维优化算法得 2^{3+1} 条超射线, 分别采用数值方法求解一元二次方程可得 8 个解, 进而得地基沉降非概率可靠性指标 $\eta_2 = 1.83$ 。

(8) 条形基础稳定非概率可靠性指标由 $\eta = \min\{\eta_1, \eta_2\}$ 知 $\eta = 1.25$, 并根据非概率可靠性指标评价准则知该条形基础是稳定可靠的, 且沉降可靠性高于承载力可靠性。

5 结 论

样本数据较少时概率分布形式确定困难, 影响概率可靠性分析方法的应用, 为此本文采用区间值表示参数取值, 探讨了基于承载力和沉降的条形基础稳定性区间非概率可靠性综合分析方法, 由此可得如下结论:

(1) 采用区间值表示土体力学参数取值, 并考虑承载力与沉降的共同作用, 建立了条形基础稳定性区间非概率可靠性综合分析方法。

(2) 建立了计算参数区间值确定方法, 其能反映样本数据较少时参数取值不确定性, 可避免概率分析所需函数分布形式对数据量的要求。

参考文献(References):

- [1] CHRISTIAN J T. Geotechnical engineering reliability: how well do we know what we are doing[J]. Journal of Geotechnical and

- Geoenvironmental Engineering, 2004, 130(10): 985 - 1 003.
- [2] ROBERT B P E. Reliability and human factors in geotechnical engineering[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2006, 132(5): 631 - 643.
- [3] 熊启东, 高大钊. 用汉森公式确定地基承载力的可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(2): 79 - 81.(XIONG Qidong, GAO Dazhao. Reliability analysis of bearing capacity of foundation determined by Hansen formula[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1998, 20(2): 79 - 81.(in Chinese))
- [4] 阚卫明, 孙万禾, 闫澍旺. 根据土的抗剪强度指标变异性和安全域检验地基承载力的可靠性[J]. 土木工程学报, 2001, 34(2): 101 - 104.(KAN Weiming, SUN Wanhe, YAN Shuwang. Reliability analysis for bearing capacity of foundation based on variation of shear strength and safety zone[J]. China Civil Engineering Journal, 2001, 34(2): 101 - 104.(in Chinese))
- [5] POPESCU R, DEODATIS B G, NOBAHARC A. Effects of random heterogeneity of soil properties on bearing capacity[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2005, 20(6): 324 - 341.
- [6] SIVAKUMAR B G L, SRIVASTAVA A. Reliability analysis of allowable pressure on shallow foundation using response surface method[J]. Computers and Geotechnics, 2007, 34(3): 187 - 194.
- [7] 刘宁, 郭志川, 罗伯明. 地基沉降的概率分析方法和可靠度计算[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(2): 143 - 150.(LIU Ning, GUO Zhichuan, LUO Boming. Probabilistic analysis and reliability assessment for foundation settlement[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 22(2): 143 - 150.(in Chinese))
- [8] 郭志川, 刘宁, 余登飞. 地基沉降的随机有限元法和可靠度计算[J]. 土木工程学报, 2001, 34(5): 62 - 67.(GUO Zhichuan, LIU Ning, YU Dengfei. Stochastic finite element method and reliability analysis for the ground settlement[J]. China Civil Engineering Journal, 2001, 34(5): 62 - 67.(in Chinese))
- [9] FENTON G A, GRIFFITHS D V. Probabilistic foundation settlement on spatially random soil[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2002, 128(5): 381 - 390.
- [10] ISAAC E. Uncertainties in mechanical structures: AMF reudenthal's criticisms and modern convex models[J]. Journal of Applied Mechanics, 1999, 63(1): 683 - 692.
- [11] 郭书祥, 吕震宙, 冯元生. 基于区间分析的结构非概率可靠性模型[J]. 计算力学学报, 2001, 18(1): 56 - 60.(GUO Shuxiang, LU Zhenzhou, FENG Yuansheng. A non-probabilistic model of structural reliability based on interval analysis[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2001, 18(1): 56 - 60.(in Chinese))
- [12] 郭书祥, 吕震宙. 结构体系的非概率可靠性分析方法[J]. 计算力学学报, 2002, 19(3): 332 - 335.(GUO Shuxiang, LU Zhenzhou. A procedure of the analysis of non-probabilistic reliability of structural systems[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2002, 19(3): 332 - 335.(in Chinese))
- [13] ALEFELD G, MAYER G. Interval analysis: theory and applications[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2000, 121(1): 421 - 464.
- [14] 中华人民共和国国家标准编写组. GB50009 - 2001 建筑结构荷载规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2006.(The National Standards Compilation Group of People's Republic of China. GB50009 - 2001 Technical code for load of building structure[S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2006.(in Chinese))
- [15] 中华人民共和国国家标准编写组. GB50007 - 2002 建筑地基基础设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.(The National Standards Compilation Group of People's Republic of China. GB50007 - 2002 Technical code for design of building foundation[S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2002.(in Chinese))
- [16] 波勒斯 J E. 基础工程分析与设计[M]. 童小东译. 北京: 中国建筑工业出版社, 2004.(BOWLES J E. Foundation analysis and design[M]. Translated by TONG Xiaodong. Beijing: China Architecture and Building Press, 2004.(in Chinese))
- [17] POULOS H G, CARTER J P, SMALL J C. Foundations and retaining structures — research and practice[C]// Proceedings of the 15th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Rotterdam: A. A. Balkema, 2001: 2 527 - 2 606.
- [18] HJIAJ M, LYAMIN A V, SLOAN S W. Numerical limit analysis solutions for the bearing capacity factor N^{β} [J]. International Journal of Solids and Structures, 2005, 42(5/6): 1 681 - 1 704.
- [19] YAKOV B, COGAN S, SANSEIGNE L. Usability of convex models in mechanical decision processes[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1998, 12(1): 121 - 134.
- [20] 曹文贵, 张永杰. 基于区间组合法的边坡稳定非概率模糊可靠性分析方法[J]. 土木工程学报, 2007, 40(11): 64 - 69.(CAO Wengui, ZHANG Yongjie. Non-probabilistic fuzzy reliability analysis of slope stability based on interval interconnected method[J]. China Civil Engineering Journal, 2007, 40(11): 64 - 69.(in Chinese))
- [21] 江涛, 陈建军, 姜培刚, 等. 区间模型非概率可靠性指标的一维优化算法[J]. 工程力学, 2007, 24(7): 23 - 27.(JIANG Tao, CHEN Jianjun, JIANG Peigang, et al. A one-dimensional optimization algorithm for non-probabilistic reliability index[J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(7): 23 - 27.(in Chinese))