

# 岩石破坏过程的计算机模拟<sup>①</sup>

郭培军 李旭

(西南交通大学桥梁及地下工程系 成都 610031)

**摘要** 本文提出了一种岩石破坏过程的计算机模拟方法, 该方法将岩石的破坏过程视为一随机过程。模拟计算结果表明, 岩石的 I型和II型破坏都与其不均匀性有关, 但当试件产生不均匀变形或局部破坏时, 宏观应力应变曲线将呈现所谓的II型曲线; II型应力应变曲线不是某类特定岩石自身的固有特性, 而是试件局部变形并产生局部破坏的结果。

**关键词:** 岩石, 破坏过程, 应力应变曲线, 计算机模拟, 不均匀性。

## 1 概述

岩石I型和II型应力应变全过程曲线的划分是由 Wawersik 和 Fairhurst(1970)提出的<sup>[1]</sup>, 如图1所示。I型破坏为稳定破坏型, 其特点是: 当外力超过试件承载力的峰值后, 试件内所储蓄的弹性能并不能使破裂进一步扩展, 只有增加外力功才能使试件进一步破损; II型为非稳定断裂传播型, 其特点是: 当变形超过峰值点后, 即使外界不再对试件作功, 试件本身所储蓄的弹性能能使断裂进一步扩展, 并导致整个试件破坏。Wawersik 等认为大多数脆性岩石具有II型特征。

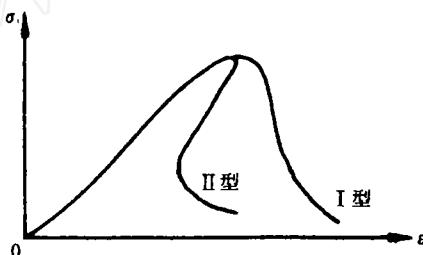


图1 两类岩石应力应变全过程曲线

Fig. 1. Two types of complete stress-strain curves of rock

然而, II型应力应变曲线似乎并不是岩石的基本材料特性。Wong 认为II型曲线是局部剪切变形引起的<sup>[2]</sup>, 他强调剪切面上剪应力与位移之间的关系, 而忽视了试验过程中试件的局部剥落及沿轴向的开裂现象; Hudson 等曾提出, II型应力应变行为可能是由于试件的非均匀变形所致<sup>[3]</sup>, 他们认为, 当试件的某个区域被加载并产生破坏时, 其余部分可

<sup>①</sup>1993年8月27日收初稿, 1993年12月6日收修改稿。

能保持完整并弹性地加载或卸载, 但他们并没有对试件产生局部破坏的机理进行研究。许多试验研究也表明, 在岩石试件受荷达一定程度后, 都不同程度地出现变形局部化现象, 在试件呈现Ⅰ型或者Ⅱ型破坏时都观察到了这一现象。

本文将由概率理论, 采用计算机模拟的方法, 对岩石两种破坏形式的本质进行讨论。

## 2 岩石Ⅰ型破坏过程的模拟

岩石的Ⅰ型破坏过程可用 Krajcinovic(1982)建立统计损伤模型时采用的并联分布元素模型来描述<sup>[4]</sup>。为简便起见, 我们采和一组由  $N$  个元件组成的并联模型来模拟岩石试件, 并设每个元件具有相同的杨氏模量, 如图 2a 所示。若  $N \rightarrow \infty$ , 则可认为各元件的破坏强度(或破坏应变)服从正态分布, 以  $F(\varepsilon)$  表示破坏应变的累积分布函数, 并取

$$\int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi} S} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon-a}{S}\right)^2\right] d\varepsilon \approx 0$$

则

$$F(\varepsilon) = \int_0^\varepsilon \frac{1}{\sqrt{2\pi} S} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon-a}{S}\right)^2\right] d\varepsilon \quad (1)$$

于是, 模型的宏观应力应变关系可表示为

$$\sigma = E\varepsilon[1 - F(\varepsilon)] \quad (2)$$

式中  $a$  为元件破坏应变的平均值,  $S$  为均方差,  $E$  为试件的初始弹性模量。破坏应变的分布函数及累积分布函数如图 2b、c 所示。

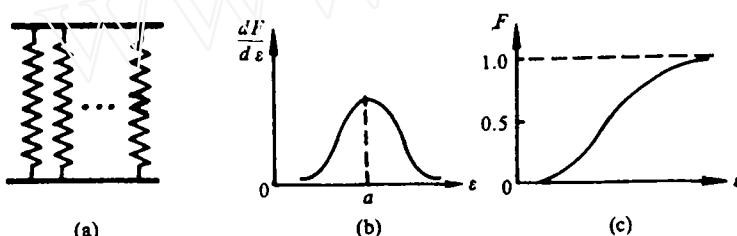


图 2 (a)并联分布元素模型; (b)破坏应变密度函数; (c)破坏应变累积分布函数

Fig. 2. (a)The parallel model of separated element; (b)Density function of failure strain; (c)Cumulative distribution function of failure strain

若将式(2)与 Krajcinovic 的脆性损伤应力应变关系

$$\sigma = E\varepsilon(1 - D) \quad (3)$$

进行比较, 可以看出, 式(2)中的破坏应变累积分布函数  $F(\varepsilon)$  等价于损伤参数  $D$ 。

由式(2)得到的应力应变曲线如图 3 所示, 图中各曲线均为Ⅰ型曲线, 而且, 随着破坏应变均方差  $S$  的增大, 应力应变曲线的峰值强度降低, 峰值后曲线变缓; 而当  $S$  减小时, 峰值强度增大, 峰值后曲线变陡, 并逐渐趋于一铅垂线。

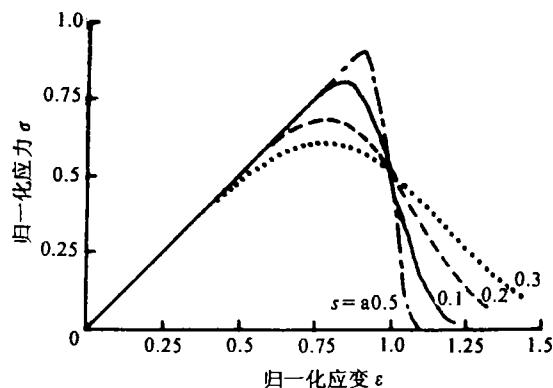


图 3 不同均方差时并联分布元素模型的归一化应力应变曲线

Fig. 3. Normalized stress-strain curves of parallel separated element model with different standard deviation

应注意到，上述模型未考虑局部变形问题。

### 3 岩石Ⅱ型破坏过程的模拟

为了探讨变形的局部化对试件破坏过程的影响，我们首先考虑图 4 所示由两个并联分布元素模型串联后得到的一个新模型，这时并联分布元素模型成为该新模型的一个单元。对于每一个单元，关于并联分布元素模型的有关假定依然成立，所有元件的杨氏模量相同，但不同单元元件的破坏应变的均值和均方差不同，即

$$F_1(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} \frac{1}{\sqrt{2\pi} S_1} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon - a_1}{S_1}\right)^2\right] d\varepsilon \quad (4)$$

$$F_2(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} \frac{1}{\sqrt{2\pi} S_2} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon - a_2}{S_2}\right)^2\right] d\varepsilon \quad (5)$$

这时，模型的宏观应力应变关系可表示为

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\ \sigma &= E\varepsilon_1 [1 - F_1(\varepsilon_1)] = E\varepsilon_2 [1 - F_2(\varepsilon_2)] \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (6)$$

计算结果表明，在峰值前区，两个单元中弹簧元件的破坏数量相差不大，但在峰值后区，变形及破坏将集中在较弱的单元中。典型的应力应变曲线如图 5 所示，图中两单元破坏应变平均值分别为  $a_1 = 1.0$ ,  $a_2 = 1.05$ , 均方差  $S_1 = S_2 = 0.2$ 。由图中可以看出，两单元串联模型的模拟曲线显示出典型的Ⅱ型特征，但由单元 1、2 分别模拟的变形曲线在峰值后区却完全不同，其中较弱的单元连续产生破坏，而较强的单元则发生弹性卸载。

若保持两单元的破坏应变平均值不变，而改变其均方差，相应的应力应变曲线如图 6。显然，随着均方差  $S$  的减小，模拟应力应变曲线显示出更显著的Ⅱ型破坏特征。由于均方差  $S$  反映了岩石试件的均匀程度， $S$  越小，表示试件相对越均匀，因此可以推断，相

对均匀的岩石试件具有较强的Ⅱ型破坏特征, 这与实际情况完全相同。模拟结果还表明, 局部变形与破坏越集中, 则Ⅱ型破坏特征越显著。图7所示为多个单元串联模型与两单元串联模型应力应变曲线的比较, 由图中可看出, 强单元数越多, 即局部变形越集中, Ⅱ型破坏特征就越显著。

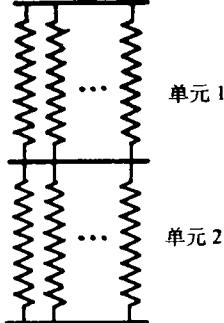


图4 两单元串联模型

Fig. 4. The two-unit serially-connected model

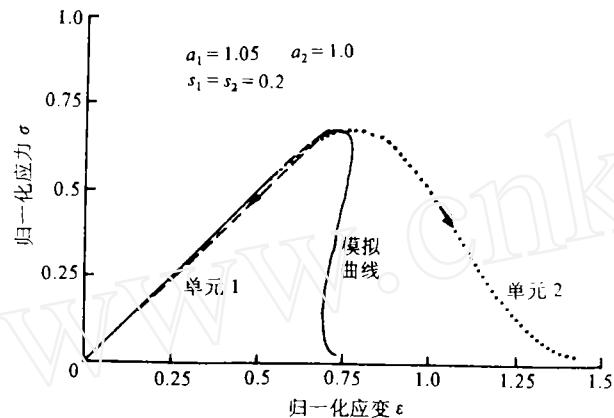


图5 两单元串联模型的模拟应力应变曲线

Fig. 5. Simulated stress-strain curves of two-unit serially-connected model

值得注意的是, 变形或破坏的集中并非出现Ⅱ型破坏特征的充分必要条件。当试件的不均匀程度较高即  $S$  较大时, 即使试件出现局部变形, 其宏观应力应变曲线也未必具有Ⅱ型特征, 如图6所示。

对于某些非常不均匀的岩石, 即使在同一单元中也无法用正态分布描述其破坏应变的分布。这时, 我们可以并联分布元素模型为基本单元, 由几个不同单元并联后形成的模型模拟其破坏过程, 相应的模拟曲线的峰值后区则呈凹凸不平状, 如图8所示。可以证明, 这是模型内各单元非均匀连续破坏的结果, 客观上则反映了试件内部裂纹或损伤发展的不均匀性。若进一步以并联分布元素模型为基本单元, 对几个不同的单元进行串、并联组合, 则可模拟出类似于 Wawersik 和 Barce(1971)得到的 Westerly 花岗岩的应力应变曲线 [5], 如图9所示。

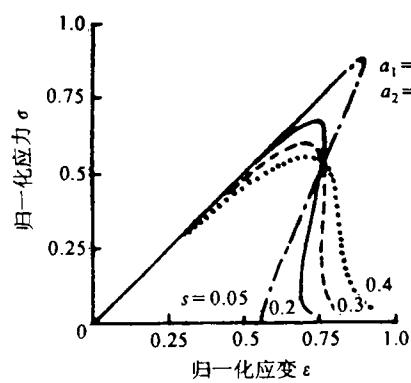


图6  $s$ 不同时两单元串联模型的模拟应力应变曲线

Fig. 6. Simulated stress-strain curves of two-unit serially-connected model with different  $s$

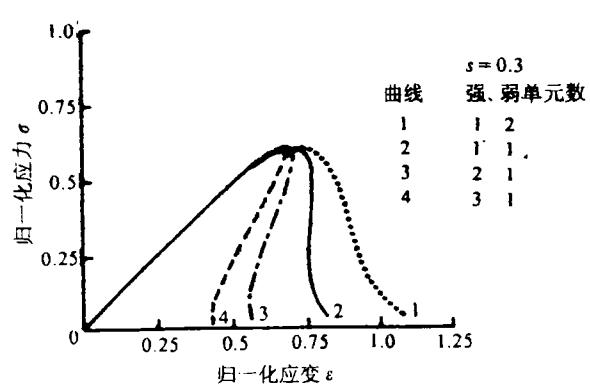


图7 多个单元串联模型的模拟应力应变曲线

Fig. 7. Results of simulation with the serially-connected model with several units.

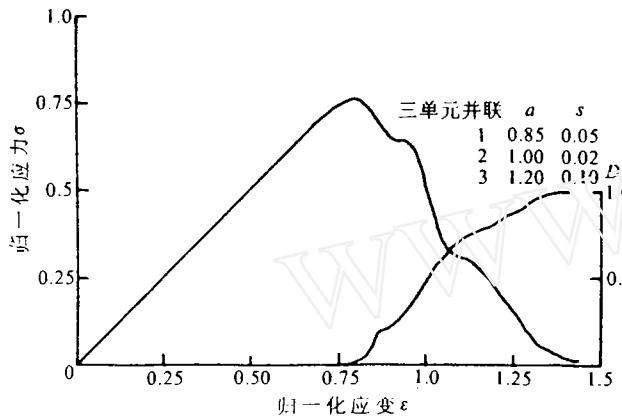


图8 三单元并联模型的归一化应力应变曲线和损伤演化曲线

Fig. 8. Normalized stress-strain curve and damage evolution curve of three-unit parallel model

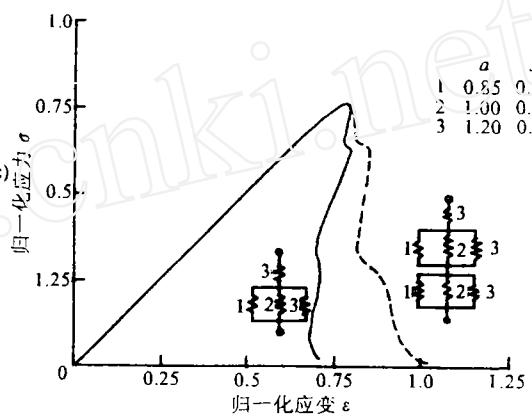


图9 多单元串、并联组合模型的模拟应力应变曲线

Fig. 9. Simulated stress-strain curves of model with several units parallel and serial.

由以上模拟分析过程还可以发现, II型应力应变全过程曲线是在试件产生局部变形、并控制局部变形的发展这一前提下获得的。以两单元串联模型为例, 图5所示模拟应力应变曲线是通过控制单元2的变形、计算模型相应的应力与应变而获得的。

## 4 结论

本文提出了岩石破坏过程的一种计算机模拟方法, 该方法以并联分布元素模型为基本单元, 并设该单元中各元件的强度(或破坏应变服从正态分布, 通过不同的组合, 得到了与实验观察一致的模拟应力应变曲线, 并得到以下结论:

1. 岩石的Ⅰ型和Ⅱ型应力应变全过程曲线都是由其不均匀性所引起的.
2. 试件在其加载方向的变形不出现局部化时, 其应力应变曲线呈现Ⅰ型; 随着试件不均匀程度的增大, 其峰后曲线逐渐变缓或表现出凹凸状.
3. Ⅱ型应力应变全过程曲线是在试件沿变形方向出现局部破坏并以局部变形为控制量时获得的. 局部破坏越集中, Ⅱ型破坏特征越明显; 相对均匀的试件也具有较明显的Ⅱ型破坏特征.
4. 因Ⅱ型应力应变曲线是岩石局部破坏所致, 因此Ⅱ型曲线并非某类特定岩石材料的固有特性, 而只是试件在一定条件下控制其局部破坏稳定发展时的宏观试验曲线.

## 5 参考文献

- 1 Wawersik, W. R. and Fairhurst, C., A study of brittle rock fracture in laboratory compression experiments, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 7, 561-575, 1970.
- 2 Wong, T. F., Shear fracture energy of westerly granite from post-failure behaviour, *J. Geophys. Res.*, 87, 990-1000, 1982.
- 3 Hudson, J. A., Crouch, S. L. and Fairhurst, C., Soft, stiff and servo-controlled testing machines, a review with reference to rock failure, *Engineering Geology*, 6(3), 155-189, 1972.
- 4 Krajcinovic, D., Statistical aspects of the continuous damage theory, *Int. J. Solids Structures*, 18(7), 551-562, 1982.
- 5 Wawersik, W. r. and Brace, W. F., Post-failure behaviour of a granite and diabase, *Rock Mechanics*, 3, 61-85, 1971.

## COMPUTER SIMULATION OF ROCK FAILURE PROCESS

Guo Peijun Li Xu

(Dept. of Bridge and Underground Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031)

### Abstract

This paper proposes a computer method for the simulation of rock failure process. In this method, the failure process is supposed as a random one. The results of simulation show that class I and class II behavior are both related with the uniformity of rock samples, and if rock sample produces seriously non-uniform deformation or local failure, the complete stress-strain curve will be class II. Class II behavior is not a fundamental material characteristic of a certain rock material.

**Key words:** rock, failure process, stress-strain curve, computer simulation, nonuniformity.