

# 油井套管、水泥环组合体抗非均匀围岩外载的强度特性<sup>①</sup>

邓金根 王康平 黄荣樽 陈勉

(石油大学, 北京 100083)

**摘要** 本文针对我国许多油田在开发过程中经常出现流变性地层产生蠕变流动而挤坏大量套管的实际情况, 利用弹性力学的复变函数法, 推导出了套管、水泥环组合体在各类非均匀围岩蠕变载荷作用下套管内部的应力状态的计算公式。用所推导的公式分析计算了组合体承受各类非均匀围岩蠕变外载的能力, 研究了套管、水泥环的弹性参数和几何参数对组合体承载能力的影响, 得到许多规律性的认识。所得结果对于油田流变性地层中套管、水泥环组合体的设计具有重要的指导意义。

**关键词:** 套管, 水泥环, 非均匀载荷, 强度。

## 1 引言

我国大庆、吉林、中原、江汉、四川等油田在开发过程中都遇到由于泥岩、盐岩等流变性地层的流变而造成大量油井套管损坏的情况, 流变地层中的套管损坏是由于地下存在的非均匀地应力作用下, 地层流变对套管产生一个非均匀的蠕变外载造成的<sup>(1)</sup>。由于油井套管外部固结有一个水泥环, 它们共同组成一个承载体来承受地层的蠕变载荷, 因此, 流变地层中的套管损坏与否与套管、水泥环组合体的几何参数、弹性参数及强度参数密切相关, 也与地应力的大小及非均匀性有关。本文的目的就是研究不同几何、力学参数组合形成的套管、水泥环系统承受各类非均匀围岩蠕变外载的能力, 以期为流变地层中的套管设计提供科学依据。

套管、水泥环系统承受非均匀外载的能力在国内外研究较少。1987年, Nester<sup>(1)</sup>利用简单的模拟试验研究了套管承受非均匀外载、均匀外载及对径集中载荷时的强度, 得出套管承受非均匀外载的强度仅为承受均匀外载的强度的 $\frac{1}{8} \sim \frac{1}{21}$ 倍的结论, 但他对存在水泥环的情况没有研究, 也没有从理论上加以阐明。本文利用弹性力学的复变函数法, 以组合体中套管内壁所受的最大切向应力为衡量指标, 分析研究了水泥环弹性模量、壁厚及套管壁厚对组合体承受非均匀径向外载、切向外载及均匀外载时的强度的影响规律, 得到许多规律性的认识, 并据此提出了提高组合体承受非均匀围岩蠕变外载的强度的方法。

<sup>①</sup>1992年11月24日收稿。

## 2 套管与水泥环系统的受力分析

如图1所示的套管、水泥环系统，在水泥环外部边界( $r = R_2$ 处)作用有由于地层蠕变而产生的径向外挤力 $p^{(2)}$ 和切向外力 $q^{(2)}$ ，在套管内部边界( $r = R_1$ 处)作用有均匀分布的静水泥浆柱压力 $p_i$ 。众多的研究结果<sup>(2)(3)</sup>表明，地层蠕变对套管、水泥环系统产生的外载 $p^{(2)}$ 、 $q^{(2)}$ 可近似地用三角函数表示如下：

$$\begin{cases} p^{(2)} = p_0^{(2)} + p_2^{(2)} \cos 2\theta \\ q^{(2)} = q_2^{(2)} \sin 2\theta \end{cases} \quad (1)$$

受均匀内压 $p_i$ 和(1)式所示外载作用的套管、水泥环组合体，在套管与水泥环交界处( $r = R_1$ 处)作用的载荷可表示如下：

$$\begin{cases} p^{(1)} = p_0^{(1)} + p_2^{(1)} \cos 2\theta \\ q^{(1)} = q_2^{(1)} \sin 2\theta \end{cases} \quad (2)$$

载荷 $p^{(1)}$ 、 $q^{(1)}$ 可以根据弹性力学方法求解，这里又分为两种情况：一种为套管与水泥环间紧密接触，相互之间不能滑动；另一种两者为光滑接触，可以相互滑动。对于相互不能滑动的情况，在 $r = R_1$ 处套管与水泥环应满足位移连续条件，即：

$$\begin{cases} u_r|_{r=R_1} = u_c|_{r=R_1} \\ v_r|_{r=R_1} = v_c|_{r=R_1} \end{cases} \quad (3)$$

式中： $u_r$ 、 $v_r$ 、 $u_c$ 、 $v_c$ 分别表示水泥环和套管的径向、切向位移。

根据附录中所给出的弹性圆环在(1)式和(2)式所示载荷作用下的位移，可以求出水泥环和套管在 $r = R_1$ 处的各个位移分量，然后将它们代入(3)式并解方程，即可求得套管和水泥环交界处的相互作用力 $p_0^{(1)}$ 、 $p_2^{(1)}$ 、 $q_2^{(1)}$ 为：

$$\begin{cases} p_0^{(1)} = k_{01} \cdot p_0^{(2)} + k_{02} \cdot p_i \\ p_2^{(1)} = k_{p1} \cdot p_2^{(2)} + k_{p2} \cdot q_2^{(2)} \\ q_2^{(1)} = k_{q1} \cdot p_2^{(2)} + k_{q2} \cdot q_2^{(2)} \end{cases} \quad (4)$$

式中：

$$k_{01} = G_1 \left( c_1^2 - 1 \right) \left[ c_2^2 (x_2 - 1) + 2c_2^2 \right] / H_1$$

$$k_{02} = G_2 \left( c_2^2 - 1 \right) (x_1 + 1) / H_1$$

$$k_{p1} = [(L_4 G_1 - N_2 G_2) G_1 M_1 - (M_4 G_1 - S_2 G_2) L_1 G_1] / H_2$$

$$k_{p2} = [(L_4 G_1 - N_2 G_2) G_1 M_1 - (M_4 G_1 - S_2 G_2) L_2 G_1] / H_2$$

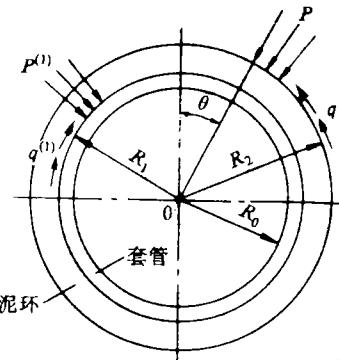


图1 套管水泥环组合体计算图

Fig. 1. The calculation illustration of the casing-cement mantle combination

$$\begin{aligned}
 k_{\alpha_1} &= [(M_3 G_1 - S_1 G_2) L_1 G_1 - (L_3 G_1 - N_1 G_2) M_1 G_1] / H_2 \\
 k_{\beta_1} &= [(M_3 G_1 - S_1 G_2) L_2 G_1 - (L_3 G_1 - N_1 G_2) M_2 G_1] / H_2 \\
 H_1 &= G_2 \left( c_2^2 - 1 \right) \left[ c_1^2 (x_1 - 1) + 2 \right] + G_1 \left( c_1^2 - 1 \right) \left( x_2 - 1 + 2c_2^2 \right) \\
 H_2 &= (M_3 G_1 - S_1 G_2) (L_4 G_1 - N_2 G_2) - (L_3 G_1 - N_1 G_2) (M_4 G_1 - S_2 G_2) \\
 L_j &= \left( \frac{x_2}{3} - 1 \right) a_{2j} - (x_2 + 1) \bar{a}_{-2j} + \frac{\bar{b}_{-4j}}{3} - b_{0j} \quad (j = 1, 2, 3, 4) \\
 M_j &= \left( \frac{x_2}{3} + 1 \right) a_{2j} + (x_2 - 1) \bar{a}_{-2j} + \frac{1}{3} \bar{b}_{-4j} + b_{0j} \quad (j = 1, 2, 3, 4) \\
 N_j &= \left( \frac{x_1}{3} - 1 \right) c_1^2 a_{2j} - (x_1 + 1) c_1^2 \bar{a}_{-2j} + \frac{1}{3c_1^4} \bar{b}_{-4j} + b_{0j} \quad (j = 1, 2) \\
 S_j &= \left( \frac{x_1}{3} + 1 \right) c_1^2 a_{2j} + (x_1 - 1) c_1^2 \bar{a}_{-2j} + \frac{1}{3c_1^4} \bar{b}_{-4j} + b_{0j} \quad (j = 1, 2)
 \end{aligned}$$

$G_1$ 、 $\mu_2$  分别为套管和水泥环剪切模量和泊桑比的弹性参数。 $L_j$ 、 $M_j$  为与水泥环弹性参数和几何参数有关的常数。 $N_j$ 、 $S_j$  为与套管弹性参数和几何参数有关的常数。其中的系数  $a_{2j}$ 、 $\bar{a}_{-2j}$ 、 $\bar{b}_{-4j}$ 、 $b_{0j}$  由附录中的(A-13)、(A-15)式给出。

对于第二种情况，即水泥环与套管为光滑接触条件时，在两者交界处( $r = R_1$  处)应满足：

$$\begin{cases} q^{(1)} = 0 \\ u_r|_{r=R_1} = u_c|_{r=R_1} \end{cases}$$

此时同理可以求得两者接触处的载荷  $p_0^{(1)}$ 、 $p_2^{(1)}$ 、 $q_2^{(1)}$  为：

$$\begin{cases} p_0^{(1)} = k'_{01} p_0^{(2)} + k'_{02} p_2^{(2)} \\ p_2^{(1)} = k'_{p1} p_2^{(2)} + k'_{p2} q_2^{(2)} \\ q_2^{(1)} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中：

$$k'_{01} = k_{01} \quad ; \quad k'_{02} = k_{02}$$

$$k'_{p1} = \frac{L_1 G_1}{L_3 G_1 - N_1 G_2} \quad ; \quad k'_{p2} = \frac{L_2 G_1}{L_3 G_1 - N_1 G_2}$$

式中其它符号的意义同(4)式。

根据弹性环的应力场公式(见附录 A-18 式)，可以确定出套管内壁的应力状态为：

$$\begin{cases} \sigma_r = p_i \\ \sigma_\theta = \frac{1}{c_1^2 - 1} \left\{ \left[ 2c_1^2 p_0^{(1)} - (c_1^2 + 1)p_i \right] - \frac{c_1^2}{c_1^2 - 1} \left[ 4(c_1^2 + 1)p_2^{(1)} - 4q_2^{(1)} \right] \cos 2\theta \right\} \\ \tau_{r\theta} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

式中的  $p_0^{(1)}$ ,  $p_2^{(1)}$ ,  $q_2^{(1)}$  对于两种情况分别由(4)式, (5)式给出.

### 3 套管、水泥环组合体的承载特性分析

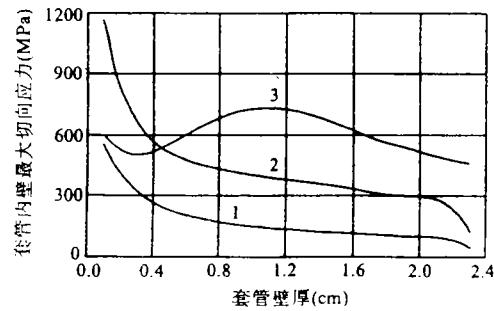


图2 套管壁厚对组合体承载特性的影响

Fig. 2. The effect of the casing wall thickness on the combination strength

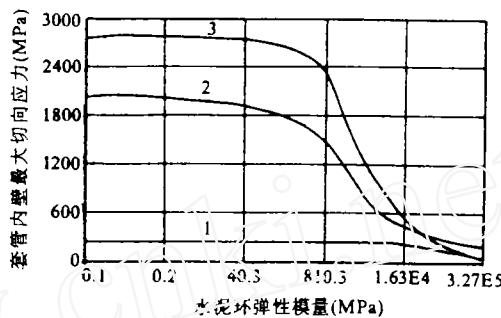


图3 水泥环弹性模量对组合体承载特性的影响

Fig. 3. The effect of the elastic modulus of the cement mantle on the combination strength

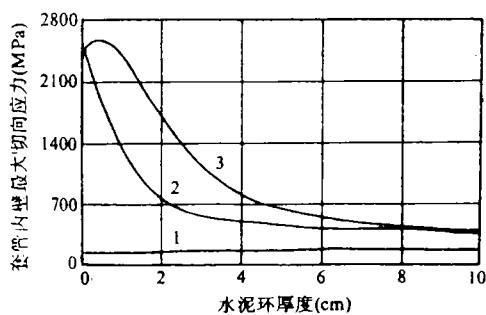


图4 水泥环厚度对组合体承载特性的影响

Fig. 4. The effect of the cement mantle thickness on the combination strength.

载特性好, 反之亦然.

水泥环外部边界所受蠕变载荷取资料<sup>3</sup>中大庆油田井深1000m处的分析结果:

$$\begin{cases} p_2^{(2)} = 25 + 6.5 \cos 2\theta \\ q_2^{(2)} = -10.7 \sin 2\theta \end{cases} \quad (7)$$

套管、水泥环两者形成的组合体承受(1)式所示的围岩蠕变外载的能力与套管、水泥环的弹性参数和几何参数密切相关, 而且与  $p_2^{(2)}$ 、 $q_2^{(2)}$ 、 $p_0^{(2)}$  三者比值有关, 即与所受外载的非均匀性及外载类型有关. 下面研究给定载荷下组合体的承载特性, 并对不同类型载荷作用下组合体的承载能力进行对比分析.

套管、水泥环两者不同的几何、力学组合而形成的承载体, 其承载特性可用相同载荷下套管内壁所受最大切向应力  $\sigma_\theta$  值来衡量. 相同载荷下的  $\sigma_\theta$  值越小, 则表示组合体可以承受较大载荷而不会破坏, 承

取泥浆柱压力  $p_i = 12 \text{ MPa}$ . 另外参照现场实际, 取其它计算参数如下:

$$R_0 = 6.213 \text{ cm} \quad R_1 = 6.985 \text{ cm} \quad R_2 = 11.87 \text{ cm}$$

$$E_1 = 2.0 \times 10^5 \text{ MPa} \quad E_2 = 1.0 \times 10^4 \text{ MPa} \quad \mu_1 = \mu_2 = 0.25$$

将上述数据代入(4), (5)式可得套管与水泥环交界处的载荷为:

$$\begin{cases} p^{(1)} = 28.9 + 9.5 \cos 2\theta \\ q^{(1)} = 25.1 \sin 2\theta \end{cases}$$

套管内壁的最大切向应力为:

$$\begin{cases} \sigma_\theta = 433.5 \text{ MPa} (\text{紧密接触}) \\ \sigma_\theta = 662.4 \text{ MPa} (\text{光滑接触}) \end{cases}$$

此时套管内壁应力  $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_r$  的合成应力  $\sigma_c = 427 \text{ MPa}$ , 它已经超过了大庆油田使用的 J55 型套管材料的屈服应力(386.5 MPa), 因此将引起套管产生屈服破坏. 如果改变套管、水泥环的几何及力学组合, 则可以改变套管的受力状况, 从而使套管在上述载荷下不易屈服. 下面分析改变套管、水泥环壁厚及水泥环弹性模量时套管内壁最大切向应力的变化. 由于套管材料的弹性参数一般难以改变, 所以这里不考虑.

### 3.1 套管壁厚的变化对组合体承载能力的影响

套管壁厚  $t = (R_1 - R_0)$ . 当  $t$  从 0.1 cm 变化到 2 cm 时, 套管内壁切向应力的变化见图 2. 从图 2 中可以看出, 随套管壁厚的增大,  $\sigma_\theta$  值变化很大. 对于两种不同的接触条件, 变化趋势不同. 对于紧密接触的情况(曲线 2),  $\sigma_\theta$  随  $t$  的增加而减小. 表现为组合环的承载能力随  $t$  的增加而增强.  $\sigma_\theta$  的变化开始时速度较快, 随后变慢当  $t$  增至大于 0.7 cm 后,  $\sigma_\theta$  趋于匀速变化. 套管壁厚达到 1.2 cm 后,  $\sigma_\theta$  值将小于套管材料的屈服极限, 此时蠕变载荷不会造成套管的损坏. 对于光滑接触情况(见曲线 3),  $\sigma_\theta$  随  $t$  的变化不是单调的, 呈倒“S”型. 在套管壁厚为 0.7~1.5 cm 的范围内,  $\sigma_\theta$  值较大, 不利于套管稳定, 表现为组合体的承载能力弱.

从图 2 中还可以看出, 套管与水泥环紧密接触时在同样外载下套管内壁的最大切向应力  $\sigma_\theta$  要小于光滑接触的情况, 尤其是当壁厚较大时, 两种情况下的切向应力相差近 1 倍. 但当壁厚很小时则相反, 光滑接触时的切向应力要小于紧密接触的. 因此, 对于现场使用较多的套管几何尺寸( $t$  大于 0.7 cm)来说, 套管与水泥环紧密接触时的承载能力要比光滑接触的高近 1 倍.

### 3.2 水泥环弹性模量对组合体承载能力的影响

组合体中水泥环弹性模量  $E_2$  发生变化时, 由于水泥环与套管的刚度发生相对变化, 因而会影响它们的承载分配比例. 表现为随  $E_2$  增加, 水泥环承载比例加大, 套管内壁的切向应力  $\sigma_\theta$  减少. 两者的定量变化曲线见图 3. 图 3 中曲线 2, 3 分别表示套管与水泥环为紧密接触和光滑接触时  $\sigma_\theta$  与  $E_2$  的变化规律. 从中可以看出随  $E_2$  增加, 两种条件下的  $\sigma_\theta$  均减小. 在  $E_2 = 1 \sim 1 \times 10^2 \text{ MPa}$  范围内  $E_2$  增加,  $\sigma_\theta$  变化不明显, 在  $E_2 = 1 \times 10^2 \sim 1 \times$

$10^4$  MPa 之间,  $\sigma_\theta$  随  $E_2$  增加而急剧减少。由于通常紧密接触时的  $\sigma_\theta$  值小于光滑接触时的, 也即是说紧密接触时组合体的承载能力要大于光滑接触的, 因此, 实际施工中应提高固井质量, 保证套管与水泥环间联结状况良好, 这样利于保护套管。但当  $E_2$  大于  $3 \times 10^4$  MPa 时则相反, 此时, 光滑接触时组合体的承载能力强。因此, 当  $E_2$  值较大时, 应使套管与水泥环间的接触保持光滑, 这样可以提高组合体的承载能力。图 3 中的曲线 1 为均匀外压  $p_0^{(2)}$  和  $p_i$  作用下套管内壁的切向应力  $\sigma_\theta$  随  $E_2$  的变化规律, 可见  $\sigma_\theta^0$  随  $E_2$  增加开始时变化不明显, 当  $E_2$  增至  $3 \times 10^4$  MPa 后,  $E_2$  增加  $\sigma_\theta^0$  才有所减小。

上面的分析表明, 为了提高套管水泥环组合体的承载能力应尽可能地增大水泥环的弹性模量。但这是假定水泥环所受外载为恒定值时的条件下得出的, 由于在现场实际中, 当水泥环弹性模量较小时, 地层蠕变施加给组合体的载荷将趋于均匀<sup>3</sup>, 因而会降低作用在套管上的载荷, 利于保护套管。所以实际工作中为了保护套管, 提高组合体的承载能力, 应使  $E_2$  很小或尽可能增大  $E_2$ 。

### 3.3 水泥环厚度对组合体承载能力的影响

水泥环厚度增加, 将增大组合体的承载能力。图 4 所示为套管内壁所受最大切向应力  $\sigma_\theta$  随水泥环厚度的变化关系。在光滑接触条件下(曲线 3), 当水泥环厚度在  $0.2 \sim 5.0$  cm 之间时, 厚度增大,  $\sigma_\theta$  值明显减小, 组合体的承载能力大为提高。但当厚度大于  $6.0$  cm 后, 组合体承载能力基本保持不变。对于紧密接触的情况, 当水泥环厚度小于  $4.0$  cm 时, 增大厚度, 能明显提高组合体的承载能力。在均匀外压作用下, 水泥环壁厚的变化对套管内壁的切向应力几乎没有影响(见曲线 1)。一般相同水泥环厚度下光滑接触时套管内壁所受切向应力高于紧密接触的, 也就是说后者的承载能力比前者高, 但当水泥环厚度达到  $8.0$  cm 以上时, 两者基本一致。上面的分析表明: 只有水泥环厚度较小时, 厚度才对组合体承载能力有较大的影响, 当水泥环厚度大于  $5.0$  cm 时, 组合体的承载能力基本不变。因此在实际中保持水泥环厚度在  $5.0$  cm 左右比较合理。

### 3.4 组合体承受不同类型载荷的强度分析

对如下三种类型载荷作用下组合体的承载能力进行了计算, 它们是(假设  $p_i$  为零):

$$\text{I类: 均匀径向载荷} \begin{cases} p^{(2)} = p \\ q^{(2)} = 0 \end{cases}$$

$$\text{II类: 非均匀径向载荷} \begin{cases} p^{(2)} = p\cos 2\theta \\ q^{(2)} = 0 \end{cases}$$

$$\text{III类: 切向载荷} \begin{cases} p^{(2)} = 0 \\ q^{(2)} = p\sin 2\theta \end{cases}$$

组合体承载能力仍以套管内壁所受最大切向应力的大小来衡量, 三类大小均为  $p$  的载荷作用下套管内壁所受最大切向应力的计算结果见表 1,

表 1 不同类型载荷  $p$  作用下套管内壁所受最大切向应力  $\sigma_t$  值

Table. 1. The maximum tangential stress at the inner wall of the casting under different types of non-uniform loading  $P$

$\sigma$ 值 接触条件	载荷类型	I类载荷	II类载荷	III类载荷
套管与水泥环紧密接触		$11.2p$	$34.1p$	$4.14p$
套管与水泥环光滑接触		$11.2p$	$55.9p$	$9.74p$
没有水泥环		$10.5p$	$199.8p$	$89.3p$

通过对比分析表 1 所列的计算结果可以得到如下结论:

(1) 套管与水泥环紧密接触、光滑接触和没有水泥环三种条件下, 组合体承受非均匀载荷(II类)的能力之比为: 1:0.61:0.17, 承受切向载荷(III类)的能力之比为: 1:0.43:0.05. 即在非均匀外载作用下, 固井质量良好时组合体的承载能力是没有水泥环时的 6 倍, 在切向载荷作用下则是 22 倍. 三种接触条件下组合体承受均匀外载的能力近似相等.

(2) 有水泥环时, 对套管危害最大的应是非均匀载荷(II类), 其次是均匀载荷, 危害最小的为切向载荷. 在固结情况良好的条件下, 组合体承受 I, II, III 三类载荷的强度之比为 1:0.33:2.7. 即组合体承受均匀载荷的能力是承受非均匀载荷的 3 倍, 是承受切向载荷的 0.37 倍. 没有水泥环时则不同, 套管承受 I, II, III 类载荷的能力之比为 1:0.05:0.118, 也就是说均匀载荷作用下的套管强度是非均匀载荷作用下的 20 倍, 是切向载荷作用下的 8.5 倍.

## 4 结 论

本文利用弹性力学中的复变函数法, 推导出套管、水泥环组合系统在非均匀载荷作用下, 其内部应力分量的求算公式, 并以套管内壁的最大切向应力值为衡量指标, 计算了套管、水泥环系统不同几何, 力学组合条件下承受各类载荷的能力, 通过分析计算得到如下结论:

(1) 套管、水泥环组合体承受复合非均匀载荷的能力随套管壁厚的增加而增大. 当套管壁厚  $t$  增加到一定值后, (如  $5\frac{1}{2}$ " 套管, 当  $t$  大于 0.7cm 时) 组合体的承载能力随  $t$  的增加变化不明显. 对于套管与水泥环两者光滑接触和紧密接触两种条件, 在一般现场使用较多的  $t$  值范围内, 前者的承载能力要比后者的低 1 倍左右, 但当套管壁厚较小时, 前者的承载能力则高于后者的.

(2) 组合体的承载能力随水泥环弹性模量  $E_2$  的增加而增大. 为了提高组合系统的承载能力, 当  $E_2$  值较大时, 应使套管与水泥环光滑接触, 当  $E_2$  值在  $1 \times 10^2 \sim 3 \times 10^4$  MPa 之

同时两者应保持固结良好。

(3) 水泥环厚度增加将增大组合体的承载能力, 对于 $5\frac{1}{2}$ "套管系列的井深结构, 当水泥环厚度在0.2~5.0cm时, 增大水泥环厚度, 组合体承载能力将明显提高, 但当壁厚大于6.0cm后, 组合体承载能力基本不变。

(4) 套管与水泥环紧密接触时, 组合体承受均匀载荷的能力是非均匀载荷的3倍, 是切向载荷的0.37倍; 光滑接触时则分别为5倍和0.83倍。没有水泥环和水泥环与套管固结良好的情况相比, 两者承受均匀载荷的能力基本相等, 承受非均匀径向载荷的能力后者是前者的6倍, 而承受切向载荷的能力后者则是前者的22倍。

(5) 套管承受均匀载荷的能力是承受非均匀径向载荷的20倍, 是承受切向载荷的9倍。

## 5 参考文献

- 1 J.H.Nester "Resistance to Failure of oil-well casing subjected to non-uniform transverse loading"; Drilling & prod. practice, 1955, P314-378.
- 2 Huang Rongzun, Zhou Zuhui, deng Jinggen "The creep characteristics of shale formation and the analysis of its loading on the oil well casing", 6th International congress on rock mechanics, Vol 1, P137-142.
- 3 邓金根, 黄荣樽, “流变地层中套管外载的计算方法”, 第三届全国岩石力学与工程学会物理数学模拟研讨会, 1992年, 成都。

## COLLAPSE RESISTANCE OF OIL WELL CASING-CEMENT MANTLE COMBINATITON SUBJECTED TO NON-UNIFORM LOADING BY ROCK CREEP

Deng Jinggen Wang KangPing Huang Rongzun Chen Mian

(University of Petroleum, Beijing 100083)

### Abstract

In recent years, many oil well casings have been collapsed due to creep of viscoelastic rocks. In this paper, the formulas of calculating stresses in the casing, under the condition of the casing-ce cement mantle combination subjected to four types of non-uniform creep loading, is derived by means of complex function method in Elastic Mechanics. Using the formulas, the strength of the combination under the four types of loading is analyzed by calculating the casing wall stresses, and the effect of the elastic and geometric parameters of the casings and cement mantles on the strength is also studied. Some important results are obtained in this study, and it would have a great value for the design of the oil well casing in creep formations.

**Key words:** Casing, Cement-mantle, Non-uniform Loading, Strength.