

# 地震激发的地球自由振荡研究综述

严珍珍<sup>1,2</sup>, 张怀<sup>2</sup>, 杨长春<sup>1</sup>, 石耀霖<sup>2</sup>

(1. 中国科学院地质与地球物理研究所, 北京 100029; 2. 中国科学院研究生院, 北京 100049)

**摘要** 地球自由振荡的研究已成为探查地球内部结构的重要手段之一. 影响地球自由振荡的因素有很多, 如地球物理学结构横向不均匀性及径向不均匀性、地球自转、地球椭率、地球内部各向异性、非弹性性以及震源机制性质, 还有地球外界如引潮力等. 本文详细介绍和总结了近几十年来关于地球自由振荡理论研究、实验及观测资料方面的研究, 重点是数值模拟方法方面的研究工作. 通过观测和理论分析对比, 以数值实验的方式推测地球内部更详细的结构分布, 如地球内部密度分布以及波速度等特性; 并从弹性波理论出发结合高性能并行计算对全球自由振荡过程进行数值模拟研究.

**关键词** 地球自由振荡, 地球内部结构, 横向不均匀性, 数值模拟

**中图分类号** P315      **文献标识码** A      **文章编号** 1004-2903(2008)03-0686-08

## A review of the Earth's free oscillations excited by Earthquakes

YAN Zhenzhen<sup>1,2</sup>, ZHANG Huai<sup>2</sup>, YANG Chang-chun<sup>1</sup>, SHI Yao-lin<sup>2</sup>

(1. Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China;

2. Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract** The research of the Earth's free oscillations has become one of the major means to study the Earth's internal structure. There are many factors concerning with the Earth's free oscillations, such as the Earth's lateral heterogeneity and radial heterogeneity, self-rotation, ellipticity, anisotropy, anelasticity and focal mechanism, together with other factors such as tidal and atmosphere pressure effects. In this paper, we make a brief review of the researches and developments on the Earth's free oscillation theories and observation results. We focus on the analytical and numerical methods to conduct the detailed research work on these phenomena. Through comparing the experiment and observation results with the theoretical or numerical simulation results, we will be able to image more detailed Earth's internal structure, such as material density distribution and elastic wave speeds. The combination of the elastic wave theory and high-performance parallel computational technology for the research of the Earth's free oscillations is also discussed briefly.

**Keywords** Earth's free oscillations, structure of the Earth, lateral heterogeneous, numerical simulation

## 0 引言

通常震级较大的地震会造成全球自由振荡. 1960 年智利大地震、2004 年印尼大地震等都有激发全球规模的地球自由振荡的可靠科学仪器记录. 近些年来, 人们越来越意识到, 对地球自由振荡的进一步研究, 不单单可以解释为地震的后果和效应, 而是能反映出一些过去还不为人们所重视的地球内部结

构及其相应动态过程, 如地球结构的横向和径向不均匀性. 目前人们对地球内部结构的研究主要是通过地震学方面研究采用射线理论, 如层析成像方法等, 具有一定的局限性. 通过地球自由振荡采用的是体波理论, 从理论上讲, 机械波传播过程地球的区域性和全球性的不均匀性都会有丰富的信息反应. 同时, 地球自由振荡模式能穿过到地球内部结构, 不均匀采样相对容易, 但是目前精度也不是很高. 另

**收稿日期** 2007-12-16; **修回日期** 2008-02-19.

**基金项目** 国家重点基础研究发展规划项目(2004CB418406); 国家自然科学基金(40774049, 40474038)项目联合资助.

**作者简介** 严珍珍, 女, 1981 年生, 湖北随州人, 中国科学院地质与地球物理研究所与中科院研究生院在读博士生, 主要从事地震波传播及全球地球自由振荡问题的研究与应用. (E-mail: yanzhzh04@mails.gucas.ac.cn)

外,不均匀性需要一个量化的过程,这一点上,国内和国际的相关研究较少。

人类对地球自由振荡的认识是从解析方法研究开始的,如球谐展开。兰姆(H. Lamb)在 1882 年就详细讨论了均匀球体简单模型下的自由振荡模式分布规律。1911 年,勒夫(A. E. H. Love)在兰姆研究成果基础上,考虑了重力作用下可压缩球体振荡问题。一百多年来,许多学者都在致力于对地球自由振荡的研究,旨在探求地球内部结构和相关基本科学问题。

最早对地球自由振荡的准确观测是在 1954 年,加利福尼亚理工学院贝尼奥夫(Hugo Benioff)首次在他自己设计制作的应变地震仪上发现了 1952 年 11 月 4 日堪察加大地震的周期约为 57 分钟的长周期振动,可能是地球的自自由振荡。虽然当时他对这一解释还有些不完善的地方,但这还是激起了人们对地球自由振荡理论的研究。很多人受到此结果的鼓舞去发展适于超长周期的、更好的地震仪,同时也进行理论和数值上的研究已预测真实地球模型的自由振荡。他这一关于地球自由振荡解释在随后的 1960 年 5 月 22 日智利大地震中得到证实,地球长周期自由振荡的真实性遂被最后证实<sup>[1, 2]</sup>,也使人们确信长周期的地球自由振荡的存在性。地震学中开创了一个全新的领域。

地球自由振荡研究正在成为研究地球内部结构主要手段之一。已经可以利用地球自由振荡观测数据,获得地球内部结构及内部密度值分布的大致规律,但这些需要对全球地震波传播的震相做进一步的理论分析。地球自由振荡的研究对探查地球内部结构的作用主要表现在以下几个方面:(1)对不同地球模式产生的自由振荡进行研究,将观察值与理论值相比较,利用反演方法,从而进一步改善地球理论构造模式,以研究地球内部的结构特征,可以核查以往主要基于地震学射线理论研究得出的地球内部构造的结果,可以与以往基于地震体波射线理论研究地球内部结构的方法互为补充。(2)对不同地球模式激发的地球自由振荡频谱振幅(或能量)和谱峰宽度的分析,能够研究振动能量在地球内部的衰减情况及地球介质的非弹性性质,从而可以得到地球内部结构的某些物理场的三维特征参数,如阻尼特性,从而做出更加独立而明确的研究成果。自由振荡资料的研究加强了对内核固态性质的认识。(3)对于给定的地球模式和尝试的震源参数计算产生的自由振荡的振幅和相位的分析研究,可以确定地震的震源参数,

进而了解地震相关信息。(4)随着大规模和超大规模并行计算技术应用到全球和区域性地震波数值模拟的研究中来,人们可以对地震进行计算机模拟重现,从而配合实际观测和地震学分析,可以对地震给予更准确定位和地震矩张量能量释放估计。

从现在发表的研究结果来看,现在的理论研究所考虑模型的非均匀性大部分都是随半径变化的,如采用 AK135, IASPEI91(International Association of Seismology and the Physics of Earth's Interior)和 PREM(Preliminary Reference Earth Model)模型,而横向不均匀性对地球自由振荡影响却涉及不多。但是,它确实是一个及其重要的地球物理学参数。同时,由于目前可以获得的这个方面的约束条件有限,对它的研究仍然是一个比较难于解决的问题。此外,不同震源机制激发的地球自由振荡具有不同的波谱结构和振荡特征,如球型场和环型场特性,其物理本质和确切的形成机理也有待于进一步的研究工作。

## 1 地球自由振荡的理论基础及其研究历史及进展

### 1.1 地球自由振荡的本征振荡

许多理论研究结果表明,地球自由振荡可以变换分解为一些特定的频率,称为地球的本征频率。与它对应于两种本征振荡:(1)球型振荡,地球作球型振荡时,其质点位移既有径向分量,也有水平分量。这种振荡能引起地球内部物质密度的变化,从而能引起重力位势的变化,所以重力仪、应变地震仪和长周期地震仪等均可记录到这种振动,并且这种振荡能在整个地球内部传播。(2)环型振荡,地球作环型振荡时,各质点只在以地心为球心的同心球面上振动,位移无径向分量,地球介质只产生剪切形变,无体积变化,由于地球的重力场不受其扰动,所以重力仪一般是记录不到这种振荡的,但是能记录到一些特殊地震(如 2004 年印尼大地震等)激发的环型振荡,并且这种振荡不能在液核中传播。

三维球体自由振荡的振型一般可以表示为:

$$D(r, \theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} A_l^m {}_n Y_l(r) X_l^m(\theta, \varphi) e^{i\omega_l^m t}, \quad (1)$$

其中, $D(r, \theta, \varphi)$ 代表了自由振荡位移; ${}_n A_l^m$ 代表了震源相关信息; ${}_n Y_l(r)$ 与  $X_l^m(\theta, \varphi)$ 为特征函数,分别表示了径向和横向特征函数; $\omega$ 为特征频率; $n$ 为某一振动位移沿球半径方向的阶数, $m$ 和  $l$ 分别为沿经

纬方向的阶数,并且 $-l \leq m \leq l$ .当 $n=0$ 时,该振动则为基频振荡.从公式(1)也可以看出,研究地球自由振荡对地球内部结构及震源信息的作用关系.

利用球谐函数<sup>[3]</sup>可将上述振荡的振型分解为球型振型:

$$D^S(r, \theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l {}_n A_l^m [{}_n U_l(r) R_l^m(\theta, \varphi) + {}_n V_l(r) S_l^m(\theta, \varphi)] e^{i \omega_l t}, \quad (2)$$

及环型振型:

$$D^T(r, \theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l {}_n A_l^m {}_n W_l(r) T_l^m(\theta, \varphi) e^{i \omega_l t}. \quad (3)$$

图1分别显示了球型振荡模式和环型振荡模式的一种特例,其中图1(a)为 ${}_0S_2$ 球型模式,又称足球型模式,该模式是球型振荡模式中振荡周期最长的模式,周期约为53.9 min;图1(b)为 ${}_0T_2$ 环型模式,又称扭曲模式,该模式是环型振荡模式中振荡周期最长的模式,周期约为44.2 min.

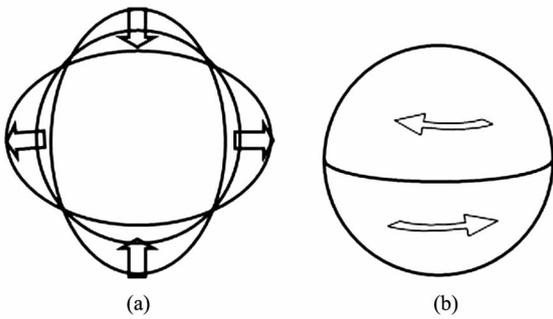


图1 (a)球型振荡模式 ${}_0S_2$ ; (b)环型振荡模式 ${}_0T_2$

Fig. 1 Illustrations of Spheroidal mode  ${}_0S_2$  and Toroidal mode  ${}_0T_2$

## 1.2 影响地球自由振荡的各种因素

地球内部很多因素都会影响到地球自由振荡谱形态,如地球结构横向不均匀性及径向不均匀性、地球旋转、地球椭率、地球内部各向异性、物质衰减(与品质因子倒数有关)以及震源机制性质等因素.由于地球自转和椭率的影响,地球自由振荡的本征频率不是简并的,会出现地球自由振荡谱线(或谱峰)分裂现象<sup>[4]</sup>.总之,这些因素会导致地球自由振荡谱的分裂、耦合及谱峰变化以及谱异常分裂等很多效应.

### 1.2.1 地球结构的不均匀性对地球自由振荡的影响

Alsop对1963年千岛群岛发生的地震激发的自由振荡进行谱分析,观测到了周期在200 s与1000 s之间的球型振荡谱峰,而小于200 s时间范

围内观测不到球型自由振荡,如果在震源性质较好的情况下,可能与振动介质的性质有关,如地幔的横向不均匀性等<sup>[5]</sup>.Alterman等指出对地球自由振荡的研究已经不能仅仅只局限于Lamb和Love等对于均匀的弹性球体模型进行研究,为了将理论与实验结果相比较,理论研究必须延伸到非均匀性模型中,并寻求非解析方法,如数值积分、变分方法以及Thomson-Haskell矩阵等,理论模型考虑了随半径变化的非均匀性,通过对多种模型的理论计算,得出上地幔存在低速层、液核存在刚度性以及核幔耦合现象<sup>[6]</sup>.Kawakatsu从“纯路径”理论方法出发分析和研究了球对称自由振荡,并分析了海洋区域的横向不均匀性与随深度变化的不均匀性之间的联系和非联系性<sup>[7]</sup>.Tsuboi等结合扰动技术和反演方法,利用牛顿方法及变分原理求解非线性方程,理论上分析了横向不均匀性地球自由振荡特征值的偏微分方程模型问题,并得出比一阶退化扰动理论更精确的特征频率和特征函数<sup>[8]</sup>.另外,他在以后的工作中根据变分原理计算了横向不均匀性和非弹性地球模型的基本模式,研究了地球自由振荡谱峰与横向不均匀性以及非弹性性等之间的可能关系,即谱峰的中心频率随时间而改变<sup>[9]</sup>.一般人们认为,地球的横向不均匀性主要表现在地壳和地幔范围内,地幔占主导作用,内外核影响相对较小.Schmidrig介绍了地球自由振荡与地幔不均匀性之间的关联,地球自由振荡对控制剪切波速的弹性参数很敏感,许多模式都对中地幔结构很敏感,对地球自由振荡各种模式的研究为地幔结构提供了相对完整的展示<sup>[10]</sup>,并为进一步研究地幔的实际物质三维空间结构提供了一个可能的思路方向.

### 1.2.2 地球的自转和非球对称性对地球自由振荡的影响

旋转椭球体效应造成了地球自由振荡谱峰值分裂.由于地球自转,使得波沿着自转的方向传播较快;而地球的椭率存在,也使得波在地球两极之间传播路径要比沿赤道传播路径短,这些效应都会导致地球自由振荡谱的分裂耦合等现象.

Backus等根据1960年智利大地震激发出的地球自由振荡频谱分析与理论峰值对比的一些差异,推断出理论地球理论模型存在稍微误差,并量的分析了由于地球自转导致地球自由振荡谱的分裂<sup>[11~13]</sup>.Alterman等依据前人的工作,分析和总结出自转引起的科里奥利力是导致地球自由振荡谱分裂的一个因素,由于科里奥利力,东向运动的振荡谱

衰减,西向运动的振荡谱增加,并且改变了振荡振动的方向,这导致了球型振荡和环型振荡的耦合,地球的椭率为  $1/298$ ,所以由地球椭率导致的自由振荡谱分裂的效应其实很小,在低阶模式下,地球自转对自由振荡谱分裂的影响要比椭率的影响大;在高阶模式下,地球自转受椭率影响而衰减,此时椭率对自由振荡谱分裂的影响要大,这也会导致分裂峰的不对称<sup>[6, 14]</sup>. Daphlen 在总结前人工作基础上给出了微小椭率对任意 SNREI 地球模型的环型自由振荡和球型自由振荡的影响<sup>[4, 15]</sup>. 随后, Dahlen 等利用扰动理论,分析了地球自转及椭率作用导致的地球自由振荡谱分裂,并对二阶自转和一阶椭率进行计算,把相关分裂参数制成表格形式,理论上详细的分析了科里奥利力分裂效应,其对液核的影响问题激起了对液核衰减的理论研究,从而映射了内核的结构<sup>[16~18]</sup>. Rogister 从基本模式理论出发,研究地球自转及椭率对自由振荡模式分裂的影响,自转的一阶效应和科里奥利力的二阶效应等是导致自由振荡谱的分裂主要原因. 研究中结合了 Slichter 模式<sup>[19]</sup>,并且,由于地球自转,地球上沿东西向运动的质点会受到径向科里奥利力,科里奥利力可使环型自由振荡产生径向分量,从而导致环型自由振荡信号出现在只能记录径向地震波动信号的重力仪上.

### 1.2.3 内核各向异性对地球自由振荡的影响

地球自由振荡分裂不仅仅是由于地球自转和椭率引起的,其它很多因素都可以导致地球自由振荡谱的异常分裂,而这些因素往往是还不为人们所重视的一些地球内部结构因素,因此对地球自由振荡的研究可以揭示地球内核特性, Dziewonski 等从地球自由振荡信息研究中得出内核的固体特性<sup>[20]</sup>.

Woodhouse 等也提到前人关于导致自由振荡谱异常分裂的液体外核的不均匀性,核幔边界和内核边界等处大幅度的地形变化以及内核的各向异性对自由振荡模式的影响也很大. 通过比较理论地球模型自由振荡数据与走时曲线观察数据的某种程度的不吻合性,推测频谱的异常分裂也渗透到内核中,表明内核存在各向异性的性质. 这一性质为地球自由振荡谱的异常分裂提供一定的研究依据<sup>[21, 22]</sup>. Mochizuki 等在继 Woodhouse<sup>[21]</sup>等提出内核的各向异性对自由振荡谱的影响以来,对地球的外核刚性也进行了分析研究,其刚度性也是导致地球自由振荡谱异常分裂的一个原因. 异常谱线分裂现象主要集中于内核敏感振型,并且大多数的异常分裂现象可以用内核的轴对称各向异性来解释<sup>[23, 24]</sup>.

Tromp 收集了一些对内地核比较敏感的振荡模式,研究了地球内核中各向异性中最简单的一种形式,仅考虑了横向的各向异性效应<sup>[25~28]</sup>,并证实了内核的各向异性使得地球自由振荡模式出现分裂现象<sup>[25]</sup>. 雷湘鄂等利用超导重力仪记录到 2004 年 12 月 26 日印尼大地震激发的地球自由振荡信号,通过对检测到的谐频振型及谱峰异常分裂现象的讨论,发现内核顶部的刚度是低于目前地球模型的理论估值,但内核顶部压缩波速的各项异性却是高于目前学者的估测值,结论也表明内核的各向异性远比目前所认识的复杂,可能在地球内核的形成及演化过程中还存在新的地球物理现象<sup>[29]</sup>.

### 1.2.4 地球介质衰减性对地球自由振荡谱的影响

理论上讲,地球自由振荡谱是由很多独立的谱峰组成的,每个峰都对应着一个或多个地球自由振荡模式,在能正确识别谱峰的情况下,地球自由振荡频率则可以用来探测地球内部结构,从而改进和修正地球内部结构的理论模型<sup>[30]</sup>. 但是由于地球自由振荡谱间存在分裂,频率域与时间域信号都非常复杂,简单的品质因子测量不能做,则对介质品质因子评估要依赖大量由于衰减而导致的频谱谱峰间距变宽.

物质的非弹性性质(粘性阻尼)导致自由振荡谱随时间衰减. 由于波谱分裂的存在,利用解析方法对品质因子的评估也变得复杂. 一般来讲,随着粘度的增加,在地幔部分它随深度增加而增大;并且基频模式的周期越长其品质因子越高,即衰减越慢. Masters 等对自由振荡的频率和衰减进行了详细的理论分析和研究,因为谱峰准确识别与自由振荡的衰减有很大的关系,衰减越慢,谱峰越窄,而衰减越快,则谱峰越宽,所以对自由振荡谱峰的研究,可以得知每个振荡模式的衰减速率,从而了解地球内部的衰减情况<sup>[14, 31, 32]</sup>. Davies 在对短周期体波地震速度模型与长周期自由振荡模型进行对比差异的基础上,对一系列全球地形进行研究,得出衰减对自由振荡谱有一定的影响<sup>[33]</sup>.

在地核中,自由振荡形式主要表现为球型振荡,这些球型模式的能量主要以剪切形式能量分割到内地核中. Fukao 等通过研究分析了关于地球自由振荡 87 个 IDA(International Deployment of Accelerometers)记录数据,利用频谱分析新的自回归技术,在同时确定周期和品质因子的情况下,证实地球内核中存在部分熔融,并且判定地球内核的非弹性性与地球自由振荡谱之间存在关联<sup>[34]</sup>.

任何能量都会衰减并殆尽,在地球内部,地球介质是非完全弹性的,这必然会导致地球自由振荡终究都是要衰减殆尽。由于地球自由振荡与地球内部介质非弹性性之间存在关系,所以它成为研究地球内部的非完全弹性性质的一种重要手段。

### 1.2.5 震源性质与地球自由振荡之间的关系

对于地球自由振荡的特性研究可以归于两类:

(1)对地球自由振荡谱频率的研究;(2)对地球自由振荡谱振幅的研究。前者与地球的内部结构有关,因为地球结构横向不均匀性及径向不均匀性、地球旋转、地球椭率、地球物质各向异性及物质非弹性性等地球内部结构各种性质都可能影响到地球自由振荡谱的形态。后者与引起地球自由振荡的震源特性有关,即与震源机制等有关,这就意味着对地球自由振荡频谱振幅和相位的计算值与观测值对比研究能得到很多关于震源机制信息。反过来,很好的对地球自由振荡的研究,离不开对震源特性的分析。不同的震源参数会导致不同的地球自由振荡谱的形态,不合理的震源参数输入甚至会导致我们所关心的地球自由振荡频率不易捕捉而导致失败,这一点将能很清楚的体现在我们对地球自由振荡进行数值模拟研究过程中。Alterman 等对各种震源机制都进行了综合比较和分析,常用来进行模拟地震震源的有双耦力矩机制以及垂直走滑震源机制等<sup>[6]</sup>。Pollitz 等在对地球自由振荡谱振幅异常的观测与研究中,指出影响观察的地球自由振荡谱振幅复杂性的其中一个因素是震源机制的局限性等<sup>[35]</sup>。不同震源位置和震源机制的地震激发地球自由振荡在地球不同部位造成不同的振荡特征也有待我们进一步的研究。单峰振幅依赖于地震和台站的位置、地震深度、震源机制和地震矩。Stein 等人根据 CMT (Centroid-Moment Tensor) 报道的震源机制和深度及简正模的单峰本征频率<sup>[16]</sup>,利用拟合振幅谱和拟合窄带滤波单峰的衰减这两种方法得到了一致的地震矩和品质因子估算值<sup>[36]</sup>,并得出 2004 年 12 月 26 日印尼苏门答腊地震矩震级为 9.3 级,是继 1964 年阿拉斯加大地震后的最大震级地震。

除此之外,还有很多地球结构性质以外的因素也会激发并影响地球自由振荡。在非地震活动的情况下,仍然可以记录到一些球型振荡,从而猜想地球内部以外的某些因素也在影响着地球自由振荡,潮汐及大气压力波动等也可以激发地球自由振荡<sup>[37~41]</sup>。总之,上个世纪以来,许多学者都对由特大地震激发的地球自由振荡谱进行了很多理论方面和

实验相关的研究,这些工作都旨在努力探求地球内部更加详实的结构奥秘。

### 1.3 地球自由振荡研究的新进展

21 世纪以来,随着计算机系统的不断更新以及各种地震有关的测量仪器的不断发展与更新,人们对地球自由振荡的观察与实验的研究就变得越来越快捷、普遍及有效。

对一些特大地震激发的全球自由振荡(如 1960 年智利地震、2004 年印尼地震等),其地球自由振荡信号都能用超导重力仪<sup>[29, 42~46]</sup>、钻孔差应变仪<sup>[46, 47]</sup>、长周期地震仪<sup>[48]</sup>及人工洞穴尺寸很大的长基线倾斜仪(Grotto Gigante long-base tiltmeters)<sup>[49]</sup>等记录到,随着现代仪器精度的不断提高,对较小地震激发的地球自由振荡信号也能被记录到。通过对这些台站仪器记录到自由振荡信号谱进行对比分析和研究,能很清楚的检测到地球自由振荡谱的分裂、耦合等现象,将理论数据与实际观察结果比较验证,则可以对地球内部结构提出更新的观点,对震源特性等都有了进一步的认识。由于地球球型振荡可以引发地球表面的垂直位移,并可以通过重力仪进行观测和研究,因此,随着重力仪观测精度的提高,特别是超导重力仪的出现,使得地球球型振荡振型的研究有了很大进展。随着现代各种有关地震测量仪器精度的不断提高,震级比较小的地震产生的地球自由振荡都能被检测到。

## 2 数值法结合高性能并行计算对全球自由振荡进行数值模拟

在特定的理论地球模型下,对地球自由振荡谱的理论研究可以得出球型振荡和环型振荡各个模式下的振荡频率及周期,通过实验和台站观察的振荡结果与理论值相比较分析,则可以通过类似反演的方法进而得到更加接近真实的地球结构。不管是地球自由振荡理论研究还是观测及实验方面研究,及两方面相结合都是研究地球自由振荡揭示地球内部结构的有效途径。

对地球自由振荡的数值模拟研究,其实是全球地震波传播数值模拟研究,数值模型可以结合利用常见的地球理论模型,如 PREM 模型、IASPEI91 模型及 AK135 模型等。

波动方程数值模拟方法实质上是求解弹性地震波波动方程,模拟的地震波场包含了地震波产生和传播过程的所有信息,所以波动方程数值模拟方法一直在地震模拟中占有重要地位。它包括边界元方

法、有限差分法、谱方法、伪谱法,有限元法和最近发展起来的谱元法等,这些方法有各自的优缺点并在不同的领域中得到了很好的应用。

有限元方法适宜于模拟任意地质构造,可以任意三角形逼近地层界面,保证复杂地层形态模拟的逼真性.谱元法结合了有限元的处理边界和结构的灵活性和谱方法<sup>[50]</sup>的高精度和快速收敛特性等优势,在单元上采用 Gauss-Lobatto-Legendre (GLL) 积分并结合高阶拉格朗日插值,使得质量矩阵对角化,并使数值解更好的趋近于理论解,提高了计算模拟精度和算法效率<sup>[51~53]</sup>.基于数值方法和高性能并行计算相结合使得对地球自由振荡进行数值模拟变得可能<sup>[51, 52, 54]</sup>.我们以有限元方法为例,简要的描述这一过程。

对于三维地震波传播,考虑介质衰减影响,则弹性波理论运动方程简写为:

$$\ddot{\rho s} + \dot{c}s - \nabla \cdot (\mathbf{E} \nabla s) = f, \quad (4)$$

其中, $\rho$ 为密度的三维分布; $c$ 为衰减系数,与品质因子有关; $\mathbf{E}$ 为弹性系数矩阵; $f$ 为震源项。

在固体介质中,考虑到地球的重力、自转因素,波动方程为:

$$\rho(\ddot{s} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \dot{s}) + \dot{c}s = \nabla \cdot \mathbf{E} \nabla s + \nabla \cdot (\rho s \cdot g) - \rho \nabla \varphi - \nabla \cdot (\rho s) g + f, \quad (5)$$

其中, $\boldsymbol{\Omega}$ 为地球角转动矢量, $g$ 为重力势梯度(重力加速度), $\varphi$ 为重力势。

在液体介质中,波动方程为(无震源项):

$$\rho(\ddot{s} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \dot{s}) + \dot{c}s = \nabla \cdot (k \nabla \cdot s + \rho s \cdot g) - \rho \nabla \varphi - \nabla \cdot (\rho s) g, \quad (6)$$

其中, $k$ 为液体的体积模量。

震源项为:

$$f = -\mathbf{M} \cdot \nabla \delta(\mathbf{X} - \mathbf{X}_s) \mathbf{S}(t), \quad (7)$$

其中, $\mathbf{M}$ 为矩张量, $\mathbf{S}(t)$ 为震源时间函数, $\delta(\mathbf{X} - \mathbf{X}_s)$ 为狄拉克函数, $\mathbf{X}_s$ 为震源位置。

全球弹性波运动方程在进行空间离散化后,其矩阵形式为:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{W}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\mathbf{U} + \mathbf{K}\mathbf{U} + \mathbf{B}\mathbf{P} = \mathbf{F}, \quad (8)$$

其中, $\mathbf{M}$ 为质量矩阵, $\mathbf{U}$ 为地震震中位移向量, $\mathbf{W}$ 为科里奥利力矩阵, $\mathbf{C}$ 为阻尼阵, $\mathbf{K}$ 为刚度矩阵, $\mathbf{B}\mathbf{P}$ 为固液耦合项, $\mathbf{F}$ 为震源项。

不同的地震激发的地球自由振荡情况不同、同一地震在地球不同部位造成的振荡也不相同.对于同一个地球,其自由振荡的本征频率和周期是不变的,但不同部位及不同震源机制地震所激发的地球自由振荡谱能量和振幅会有所不同.在理论模型存

在一定差异的情况下,也导致了相同的振荡模式所对应的频率及周期有略微的不同和差异.正是由于这些联系和差异才不断的促使人们致力于对地球自由振荡的研究,以进一步揭示地球内部结构。

### 3 结 语

地球自由振荡的理论是在给定适当的定解条件下,求解确定地球振荡周期和频率的微分方程组,理论周期及频率的推导和计算是相当繁琐的,但是随着计算机系统的不断发展和更新,研究地球自由振荡的理论手段更加丰富和完善.自1952年贝尼奥夫首次利用仪器对地球自由振荡的进行观察以来,随着20世纪地震学基础的累积,地球自由振荡的理论研究以及仪器观察资料的利用分析已经成为探查地球内部结构的有效手段。

有关地球自由振荡的研究,最初主要是集中于其理论方面的研究,采用数学解析法基于求解相关的微分方程以获得各种振荡模式的本征周期或频率.21世纪以来,从观测角度来讲,人们对地球自由振荡的研究大多都是基于用灵敏的、可探测长周期振动的重力仪、应变地震仪和长周期地震仪、检潮仪等高精度仪器记录的数据进行分析.理论研究方面,虽然地球结构的不均匀性对地球自由振荡的影响很大,但是考虑到理论周期的推导和计算的繁琐性,实际上往往主要考虑的是随地球半径变化径向不均匀性,而很难考虑到地球横向不均匀性对地球自由振荡的影响.采用大规模或者超大规模并行计算模拟的方式进行数值模拟以后<sup>[55~57]</sup>,可以针对这些基本物理现象进行尽可能真实情况下的相关性研究.从实践来看,对于地球自由振荡的研究,必须继续努力以寻求更多的计算机数值模拟相关的方法.本文中,我们介绍了基于谱元法、基于用有限元方法和并行计算技术相结合的手段以研究全球自由振荡.数值模拟中,结构模型也能很容易的考虑到地表地形,地壳海洋及大陆的区别,上地幔中物质分布不均匀等横向不均匀性因素.我们相信对地球自由振荡进行数值模拟研究是一项有意义的工程.如果这种方法完全成功,就可以深入探讨地球的横向不均匀性对地球自由振荡频谱特性的影响,为地球自由振荡研究提供一种崭新的研究思路。

**致 谢** 感谢国家重点基础研究发展规划项目(2004CB418406);国家自然科学基金(40774049, 40474038)项目联合资助.感谢中国科学院网络中心提

供的计算资源支持和经费支持(INF105-SCE-02-12).

## 参 考 文 献 (References):

- [1] Benioff H, Press F, Smith S. Excitation of the free oscillations of the earth by earthquake[J]. *J Geophys Res*, 1961, 66(2):605~619.
- [2] Alsop L E, Sutton G H, Ewing M. Free oscillations of the Earth observed on strain and pendulum seismographs[J]. *J. Geophys. Res.*, 1961, 66:631~641.
- [3] Lay T, Wallace T C. *Modern global seismology*[M]. San Diego: Academic Press, 1995, 117~173.
- [4] Dahlen F A. The normal modes of a rotating, elliptical Earth.[J]. *Geophys. J. R. Astr.*, 1968, 16:329~367.
- [5] Alsop L E. Excitation of free oscillations of the Earth by the kurile islands Earthquake of 13 october 1963[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1964, 54(5A):1341~1348.
- [6] Alterman Z S, Eyal Y, Merzer A M. On free oscillations of the Earth[J]. *Geophysical Surveys*, 1974, 1:409~428.
- [7] Kawakatsu H. Can 'pure-path' models explain free oscillation data? [J]. *Geophysical Research Letters*, 1983, 10(3):186~189.
- [8] Tsuboi S, Geller R. Partial derivatives of the eigenfrequencies of a laterally heterogeneous Earth model[J]. *Geophysical Research Letters*, 1985, 12(12):817~820.
- [9] Tsuboi N. Free oscillations of a laterally heterogeneous and anelastic Earth[J]. *Pageoph*, 1995, 145:445~457.
- [10] Schnidrig R W. Free oscillations illuminate the mantle[J]. *nature*, 1999, 398:292~293.
- [11] Backus G, Gilbert F. The rotational splitting of the free oscillations of the Earth[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the UNited States of America*, 1961, 47:362~371.
- [12] Geller R J, Stein S. Split free oscillation amplitudes for the 1960 chilean and 1964 alaskan Earthquakes[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1977, 67(3):651~660.
- [13] Dickey J O. Earth Rotation[M]; *American Geophysical Union*, 1995, 356~368.
- [14] Smith M F, Masters G. The effect of coriolis coupling of free oscillation multiplets on the determination of aspherical Earth structures[J]. *Geophysical Research Letters*, 1989, 16(3):263~266.
- [15] Dahlen F A. The normal modes of a rotating, elliptical Earth-II near-resonance multiplet coupling[J]. *Geophys. J. R. Astr.*, 1969, 18:397~436.
- [16] Dahlen F A, Sailor R V. Rotational and elliptical splitting of the free oscillations of the Earth[J]. *Geophys. J. R. Astr. SOC*, 1979, 58:609~623.
- [17] Kenneth C, Creager T H J. Aspherical structure of the core-mantle boundary from PKP travel times[J]. *Geophysical Research Letters*, 1986, 13(13):1497~1500.
- [18] Luh P C, Dziewonski A M. Theoretical normal-mode spectra of a rotating elliptical Earth[J]. *Geophys. J. R. astr. SOC*, 1976, 45:617~645.
- [19] Rogister Y. Splitting of seismic-free oscillations and of the Slichter triplet using the normal mode theory of a rotating, ellipsoidal Earth[J]. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 2003, 140:169~182.
- [20] Dziewonski A M, Gilbert F. Solidity of the inner core of the Earth inferred from normal mode observations[J]. *Nature*, 1971, 234:465~466.
- [21] Woodhouse J H, Giardini D, Li X D. Evidence for inner core anisotropy from free oscillations[J]. *Geophysical Research Letters*, 1986, 13(13):1549~1552.
- [22] Dorman J, Ewing J, Alsop L E. Oscillations of the Earth: new core-mantle boundary model based on low-order free vibrations [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 1965, 54:364~368.
- [23] Giardini D, Woodhouse J H. Splitting functions of long-period normal modes of the Earth[J]. *J. Geophys. Res.*, 1988, 93(B11):716~729.
- [24] Ishii M, Tromp J, Dziewonski A M. Joint inversion of normal mode and body wave data for inner core anisotropy; laterally homogeneous anisotropy[J]. *J. Geophys. Res.*, 2002, 107(B12):2379~2395.
- [25] Tromp J. Normal-mode splitting due to inner-core anisotropy [J]. *Geophys. J. int*, 1995, 121:963~968.
- [26] Oda H, Isoda S, Inouye Y. Elastic constants and anelastic properties of an anisotropic periclase sphere as determined by the resonant sphere technique[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1994, 99(B8):15517~15527.
- [27] Song X, Helmberger D V. A P wave velocity model of Earth's core[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1995, 100(B7):9817~9830.
- [28] Koper K D, Pyle M L, Franks J M. Constraints on aspherical core structure from PKiKP-PcP differential travel times [J]. *Journal of Geophysical Research*, 2003, 108(B3):1~15.
- [29] 雷湘鄂, 孙和平, 许厚泽, 石耀霖. 苏门达腊大地震激发的地球自由振荡及其谱线分裂的检测与讨论[J]. *中国科学(D辑:地球科学)*, 2007, 37(4):504~511.
- Lei X E, Sun H P, Xu H Z, Shi Y L. Check of Earth's free oscillations excited by Sumatra-Andaman Large earthquake and discussions on the anisotropy of inner core[J]. *Science in China (series D: earth sciences)*, 2007, 50(6):909~917.
- [30] Smith M F, Masters G. Aspherical structure constraints from free oscillation frequency and attenuation measurements [J]. *J Geophys Res*, 1989, 94(B2):1953~1976.
- [31] Masters T G, Widmer R. Free oscillations; frequencies and attenuations[M]. *Americal Geophysical Union*, 1995, 104~125.
- [32] Jobert N, Roullet G. Periods and damping of free oscillations observed in france after sixteen earthquakes[J]. *Geophys. J. R. astr. SOC*, 1976, 45:155~176.
- [33] Davies J H. Seismically "fast" geodynamic mantle models

- [J]. *Geophysical Research Letters*,2001,28(1):73~76.
- [34] Fukao Y, Suda N. Core modes of the earth's free oscillations and structure of the inner core[J]. *Geophysical Research Letters*,1989,16(5):401~404.
- [35] Pollitz F F, Park J, Dahlen F A. Observations of free oscillation amplitude anomalies[J]. *Geophysical Research Letters*, 1987,14(9):895~898.
- [36] Stein S, Okal E A. Speed and size of the sumatra earthquake [J]. *Nature*,2005,434:581~582.
- [37] Suda N, Nawa K, Fukao Y. Earth's background free oscillations[J]. *Science*,1998,279(27):2089~2092.
- [38] Nishida K. Statistical features of Earth's continuous free oscillations [J]. *Journal of Geophysical Research*, 1999, 104 (B12):28741~28750.
- [39] Tanimoto T, Um J. Cause of continuous oscillations of the Earth[J]. *Journal of Geophysical Research*,1999,104(B12): 28723~28739.
- [40] Kurbasova G S, Rykhlova L V. Free oscillations of parameters of the Earth's motion in the Earth~Moon system[J]. *Astronomy Reports*,2001,45(11):922~928.
- [41] Fukao Y, Nishida K, Suda N. A theory of the Earth's background free oscillations[J]. *Journal of Geophysical Research*, 2002,107(B9):1~11.
- [42] 胡小刚,柳涛涛,柯小平,许厚泽,孙和平等. 利用小波方法处理 2004 年苏门答腊大地震后的超导重力数据检测低于 1.5 mHz 自由振荡信号的耦合和分裂术[J]. *中国科学(D 辑:地球科学)*,2006,36(10):925~935.
- Hu X G, Liu L T, Ke X P. Wavelet filter analysis of splitting and coupling of seismic normal modes below 1.5 mHz with superconducting gravimeter records after the December 26, 2004 Sumatra earthquake [J]. *Science in China (series D: earth sciences)*,2006,49(12):1259~1269.
- [43] 雷湘鄂,孙和平,许厚泽. 利用超导重力观测资料检测地球自由振荡[J]. *科学通报*,2002,47(18):1132~1136.
- Lei X E, Sun H P, Xu H Z. Check of free oscillation signal with SG data[J]. *Chinese Science Bulletin*,2002,47(8):1573~1578.
- [44] 孙和平,雷湘鄂. 重力技术在地球自由振荡检测研究中的应用[J]. *地球物理学进展*,2005,20(4):974~979.
- Sun H P, Lei X E, Hsu H Z. Application of the gravity technique on detection of the Earth's free oscillations[J]. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 2005,20(4):974~979.
- [45] Camp M V. Measuring seismic normal modes with the GWR C021 superconducting gravimeter[J]. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*,1999,116:81~92.
- [46] 于海英,朱元清,寿海涛. 印度洋 9.0 级大地震激发的地球球型振荡和环型振荡[J]. *地球物理学进展*,2006,21(3):706~716.
- Yu H Y, Zhu Y Q, Shou H T. Toroidal and spheroidal mode of the earth's free oscillation excited by the Indian ocean earthquake[J]. *Progress in Geophysics (in Chinese)*, 2006,21 (3):706~716.
- [47] 邱泽华,马瑾,池顺良. 钻孔差应变仪观测的苏门达腊大地震激发的地球环型自由振荡[J]. *地球物理学报*,2007,50 (3):797~805.
- Qiu Z H, Ma J, Chi S L, Liu H M. Earth's free torsional oscillations of the great Sumatra earthquake observed with borehole shear strainmeter. *Chinese J. Geophys. (in Chinese)*, 2007, 50(3):797~805.
- [48] 宋秀青,于海英. 印度洋 9.0 级大地震激发的基频地球球型振荡[J]. *地震地磁观测与研究*,2005,26(4):13~17.
- Song X Q, Yu H Y. Fundamental spheroidal mode excited by the earthquake of 9.0 in the Indian Ocean on Dec. 26th 2004 [J]. *Seismological and Geomagnetic Observation and Research, (in Chinese)*,2005,26(4):13~17.
- [49] Braitenberg C, Zadro M. Comparative analysis of the free oscillations generated by the sumatra-andaman islands 2004 and the Chile 1960 Earthquakes[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*,2007,97(1A):S6~S17.
- [50] Boyd J P. *Chebyshev and Fourier Spectral Methods* [M]. New York: DOVER Publications, Inc., 2000.
- [51] Komatitsch D, Tromp J. Spectral-element simulations of global seismic wave propagation—II. Three-dimensional models, oceans, rotation and self-gravitation[J]. *Geophys. J. Int.*, 2002,150:303~318.
- [52] Komatitsch D, Tromp J. Spectral-element simulations of global seismic wave propagation—I. Validation [J]. *Geophys. J. Int.*,2002,149:390~412.
- [53] Komatitsch D, Vilotte J P, Vai R. The spectral element method for elastic wave equations-application to 2-D and 3-D seismic problems[J]. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*,1999, 45:1139~1164.
- [54] Komatitsch D, Ritsema J, Tromp J. The spectral-element method, beowulf computing, and global seismology[J]. *Science*,2002,298:1737~1742.
- [55] Komatitsch D, Tromp J. Introduction to the spectral element method for three-dimensional seismic wave propagation[J]. *Geophys. J. Int.*,1999,139:806~822.
- [56] Tsuboi S, Komatitsch D, Chen J. Modeling of global seismic wave propagation on the Earth Simulator[J]. *Journal of the Earth Simulator*,2004,1:57~66.
- [57] Komatitsch D, Liu Q Y, Tromp J. Simulations of Ground Motion in the Los Angeles Basin Based upon the Spectral-Element Method[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*,2004,94(1):187~206.