

# 弹塑性大位移有限元方法在软岩隧道变形预估系统研究中的应用\*

李术才<sup>1,2</sup> 朱维申<sup>1,3</sup> 陈卫忠<sup>1</sup> 李树枕<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>中国科学院武汉岩土力学研究所岩土力学重点实验室 武汉 430071)

(<sup>2</sup>山东科技大学土木学院 泰安 271019) (<sup>3</sup>山东大学岩土与结构研究中心 济南 250061)

**摘要** 应用弹塑性小应变大变形理论,运用三维有限元方法研究了台湾软岩隧道在高地应力和围岩岩体力学参数较低的情况下,围岩变形、受力及破坏状态与开挖方式和支护方案的关系,得到了一些有益的结论,为该地区隧道合理施工提供了依据。

**关键词** 小应变大变形,开挖方式,支护方案,隧道

**分类号** TD 313

**文献标识码** A

**文章编号** 1000-6915(2002)04-0466-05

## 1 引言

目前,台湾为谋求经济加速发展,正积极推动大型建设计划,其间均包含大量地下隧道工程。由于台湾地区地质条件的原因,有不少隧道建筑在V, VI类围岩中<sup>[1, 2]</sup>。由于围岩具有非线性力学性质,这样就导致了地下工程的稳定性不仅与支护有关,还与施工的开挖方式有关。为了合理确定开挖方式及合理支护形式,必须了解隧道施工过程中围岩-支护体系的力学性能,如拱顶下沉、水平收敛、围岩与支护结构的受力及破坏情况等,以此作为评定隧道稳定性的重要资料和数据<sup>[3~6]</sup>。为此,开展了台湾软弱岩盘隧道变形预估系统的研究。考虑到V, VI类围岩隧道在某些条件下,如埋深大、围岩差、断面大,会产生剧烈变形,而弹塑性小应变小变形理论由于忽略了几何方程中的高次项,在分析大变形问题时可能出现较大误差<sup>[7, 8]</sup>,因此,本研究应用弹塑性小应变大变形理论分析某些隧道的大变形问题。用该理论通过数值方法研究隧道开挖与支护问题,在国内并不多见。

## 2 弹塑性大位移问题有限元解法<sup>[9]</sup>

结构的非线性问题可分为材料非线性和几何非线性两大类。

在大多数的大位移问题中,尽管位移很大,结构的应变仍然不大,属于大位移小应变问题,材料的应力-应变关系如果是线性的,只是应变-位移关系是非线性的,即所谓几何非线性。

如果不但应变-位移关系是非线性的,而且应力-应变关系也是非线性的,则是双重非线性(材料非线性和几何非线性)问题。这里弹塑性大位移问题指结构双重非线性,以下讨论该问题的解法。

### 2.1 基本公式

首先,用虚位移原理建立有限元平衡方程组。用列阵 $\{\psi\}$ 表示每个结点广义内力和广义外力矢量的和,根据虚位移原理,外力因虚位移所做的功,等于结构因虚应变而产生的应变能,所以有

$$\{\delta\}^T \{\psi\} = \int \{d\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV - \{\delta\}^T \{P\} = 0 \quad (1)$$

式中: $\{\delta\}$ 为虚位移, $\{d\varepsilon\}$ 为虚应变, $\{P\}$ 为荷载列阵。

再用应变的增量形式写出位移与应变的关系为

$$\{d\varepsilon\} = [\bar{B}]\{d\delta\} \quad (2)$$

利用式(2)消去 $\{d\varepsilon\}$ ,得到非线性问题的平衡方程组为

$$\{\psi(\delta)\} = \int [\bar{B}]^T \{\sigma\} dV - \{P\} = 0 \quad (3)$$

2000年5月27日收到初稿,2000年7月27日收到修改稿。

\* 国家自然科学基金重点基金(59939190)和面上基金(50004007)资助项目。

作者 李术才 简介:男,35岁,博士,现任研究员,主要从事岩体工程稳定性和施工过程力学等方面的研究工作。

不论是位移问题还是小位移问题, 式(3)都是适用的。

在大位移情况下, 应变-位移关系是非线性的, 矩阵  $[\bar{\mathbf{B}}]$  是  $\{\delta\}$  的函数。为了运算方便起见, 可以写为

$$[\bar{\mathbf{B}}] = [\mathbf{B}_0] + [\mathbf{B}_L] \quad (4)$$

式中:  $[\mathbf{B}_0]$  为线性应变分析的矩阵项, 与  $\{\delta\}$  无关;  $[\mathbf{B}_L]$  为由非线性变形引起的, 与  $\{\delta\}$  有关, 通常,  $[\mathbf{B}_L]$  是  $\{\delta\}$  的线性函数。

对于双重非线性问题, 不仅几何关系是非线性的, 应力-应变关系也是非线的, 因此应力-应变关系可用下式表达:

$$\{\Delta\sigma\} = [\mathbf{D}]_{ep} \{\Delta\varepsilon\} = ([\mathbf{D}] - [\mathbf{D}]_p) \{\Delta\varepsilon\} \quad (5)$$

式中:  $[\mathbf{D}]_{ep}$  为弹塑性矩阵。

通常用牛顿-拉夫逊方法求解式(3), 因此, 需建立  $\{d\psi\}$  和  $\{d\psi\}$  之间的关系。由式(3)取  $\{\psi\}$  的微分, 得

$$\{d\psi\} = \int [d\bar{\mathbf{B}}]^T \{\sigma\} dV + \int [\bar{\mathbf{B}}]^T \{d\sigma\} dV \quad (6)$$

在式(5)中忽略初应变和初应力, 得

$$\{d\sigma\} = [\mathbf{D}_{ep}] \{d\varepsilon\} = [\mathbf{D}]_{ep} [\bar{\mathbf{B}}] \{d\delta\}$$

在式(4)中,  $[\mathbf{B}_0]$  与  $\{\delta\}$  无关, 所以

$$[d\bar{\mathbf{B}}] = [d\mathbf{B}_L]$$

代入式(6), 得到

$$\{d\psi\} = \int [d\mathbf{B}_L]^T \{\sigma\} dV + [\bar{\mathbf{K}}] \{d\delta\} \quad (7)$$

式中:

$$[\bar{\mathbf{K}}] = \int [\bar{\mathbf{B}}] [\mathbf{D}]_{ep} [\bar{\mathbf{B}}] dV = \int [\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_L]^T \cdot [\mathbf{D}]_{ep} [\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_L] dV = [\mathbf{K}_0]_p + [\mathbf{K}_L]_p \quad (8)$$

$$[\mathbf{K}_0]_p = \int [\mathbf{B}_0]^T ([\mathbf{D}] - [\mathbf{D}]_p) [\mathbf{B}_0] dV = [\mathbf{K}_0] - \int [\mathbf{B}_0]^T [\mathbf{D}]_p [\mathbf{B}_0] dV \quad (9)$$

$$[\mathbf{K}_L]_p = [\mathbf{K}_L] - \int ([\mathbf{B}_0]^T [\mathbf{D}]_p [\mathbf{B}_L] + [\mathbf{B}_L]^T [\mathbf{D}]_p [\mathbf{B}_0]) dV \quad (10)$$

$$[\mathbf{K}_0] = \int [\mathbf{B}_0]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}_0] dV \quad (11)$$

$$[\mathbf{K}_L] = \int ([\mathbf{B}_0]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}_L] + [\mathbf{B}_L]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}_0]) dV \quad (12)$$

$[\mathbf{K}_0]_p$  为小位移的非线性刚度矩阵,  $[\mathbf{K}_L]_p$  为初始位移矩阵或大位移矩阵。

式(7)右边第 1 项可写成如下形式:

$$\int [d\mathbf{B}_L]^T \{\sigma\} dV = [\mathbf{K}_\sigma] \{d\delta\} \quad (13)$$

式中:  $[\mathbf{K}_\sigma]$  为关于应力  $\{\sigma\}$  的对称矩阵, 称为初应力矩阵或几何刚度矩阵。

于是, 式(7)可以写为

$$\{d\psi\} = ([\mathbf{K}_0]_p + [\mathbf{K}_\sigma] + [\mathbf{K}_L] - [\mathbf{K}_R]) \{d\delta\} = [\mathbf{K}_T] \{d\delta\} \quad (14)$$

式中:  $[\mathbf{K}_T]$  为切线刚度矩阵,

$$[\mathbf{K}_T] = [\mathbf{K}_0] + [\mathbf{K}_\sigma] + [\mathbf{K}_L] - [\mathbf{K}_R] \quad (15)$$

$[\mathbf{K}_R]$  为荷载矫正矩阵,

$$[\mathbf{K}_R] = \int ([\mathbf{B}_0]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}_0] + [\mathbf{B}_0]^T [\mathbf{D}]_p [\mathbf{B}_L] + [\mathbf{B}_L]^T [\mathbf{D}]_p [\mathbf{B}_0]) dV \quad (16)$$

## 2.2 求解方法

对大位移问题, 选用牛顿-拉夫逊法求解, 迭代公式为

$$\{\Delta\delta\}_n = -[\mathbf{K}_T]^{-1} \{\psi\}_n \quad (17)$$

$$\{\delta\}_{n+1} = \{\delta\}_n + \{\Delta\delta\}_n \quad (18)$$

计算步骤如下:

- (1) 求出线弹性解, 并用作第一近似值  $\{\delta\}_1$ ;
- (2) 由式(4)计算  $[\bar{\mathbf{B}}]$ , 由式(5)计算应力  $\{\sigma\}$ , 由式(3)计算失衡力  $\{\psi\}$ ;
- (3) 计算切线刚度矩阵  $[\mathbf{K}_T]$ ;
- (4) 由式(17), (18)计算, 则

$$\{\Delta\delta\}_1 = -[\mathbf{K}_T]^{-1} \{\psi\}_1$$

$$\{\delta\}_2 = \{\delta\}_1 + \{\Delta\delta\}_1$$

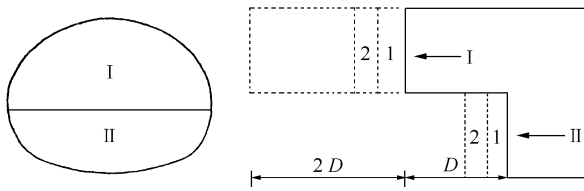
(5) 转至第(2)步, 重复迭代, 直至  $\{\psi\}_n$  充分小为止。

求解非线性问题有 3 种方法: 全量法、增量法和混合法。对于大位移问题, 采用较多的是混合法, 即给出若干级增量荷载, 而对于每一级增量荷载, 再用迭代法求解。迭代法可用变刚度迭代, 也可用常刚度迭代。更有效的方法是第 1, 2 次迭代采用变刚度, 而以后的迭代, 采用常刚度。

当荷载增量充分小时, 对每级荷载增量只须迭代 1 次, 即成为普通的增量法。

### 3 模拟过程

计算参数和工况由台湾中兴工程顾问公司提供。隧道形状近似马蹄形，地应力场按自重应力场考虑，每个工况侧压力系数为 1，即假想三个方向初始地应力相同(侧压力系数不等于 1 的情况将在后续研究中分析)，隧道跨径为 10 m，不考虑爆破影响。开挖示意图如图 1 所示。



开挖 I-1, II-1 → 开挖 I-2,  
II-2; 支撑 I-1, II-1 → ……

图 1 标准开挖示意图

Fig.1 Sketch of standard excavation

有限元计算网格如图 2 所示。沿隧道轴线方向为  $x$  轴， $y$  轴在水平面上垂直  $x$  轴， $z$  轴为垂直水平面铅直向上，网格在  $x$  方向长为 160 m， $y$  轴方向长为 60 m， $z$  轴方向长为 130 m。共划分 6 048 单元，7 200 节点。 $x$  方向即为隧道开挖方向， $x$  方向中间 100 m 每个网格长为 3.33 m；两端各为 30 m，每个网格长为 10 m。中间每个网格模拟一个轮进，实际工程中每个轮进为 1.5 m，根据台湾中兴公司的研究及节省计算工作量的考虑，在误差允许范围内以 3.33 m 模拟一个轮进。隧道围岩周边节点见图 3。根据开挖示意图 1，有限元模拟过程中开挖按图 4 所示方式进行，图中数字代表每次开挖隧道上下两部分对应的开挖分块。岩体参数见表 1，隧道支护方式及相关参数见表 2。

计算过程选用 Drucker-Prager 准则。锚杆选用锚柱单元<sup>[10]</sup>，钢拱架采用等效方法计算，即将钢拱架弹模折算给混凝土，其计算方法为

$$\text{折算后混凝土弹模} =$$

$$\text{原混凝土弹模} + \frac{\text{钢拱架截面积} \times \text{钢材弹模}}{\text{混凝土截面积}}$$

### 4 计算结果与分析

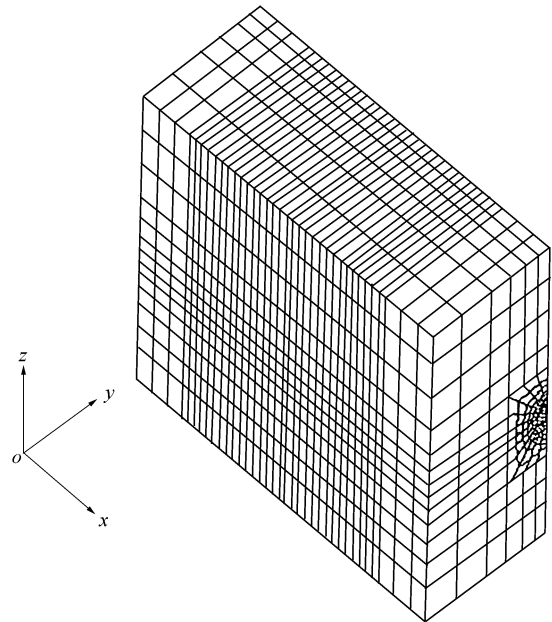


图 2 有限元网格

Fig.2 FEM mesh

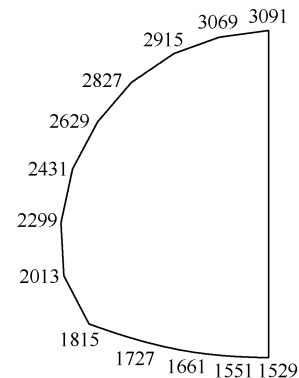


图 3 围岩周边节点

Fig.3 Peripheral nodes of surrounding rock mass

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	
2	3	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	34	34	34	35	36	37

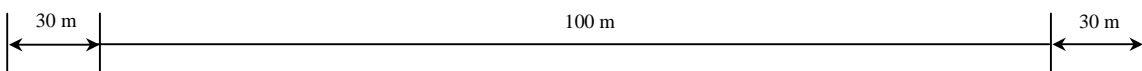


图 4 标准开挖方式开挖过程

Fig.4 Excavation process of standard excavation



表 1 计算岩体力学参数

Table 1 Mechanical parameters of rock mass

$\gamma / \text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$	$E / \text{MPa}$	$c / \text{MPa}$	$\phi / (^{\circ})$	$H / \text{m}$
25	600	0.53	27	500

注:  $H$  为隧道埋深。

表 2 各算例支护方式及参数

Table 2 Supporting scheme and parameters

喷混凝土	钢拱架	$\phi 29$ 灌浆岩栓
T, B, I: 20 cm	T, B: 160 m $\times$ 160 m @ 1.5 m	T, B, L=4 m @ 1.5 m $\times$ 1.5 m

注: T 为顶拱, B 为台阶, I 为仰拱, L 为岩栓长度。

由有限元程序根据给定的开挖过程和支护方案, 对该隧道开挖与支护进行计算模拟。最后输出两个剖面的计算结果。剖面 1 为横剖面, 该剖面选在  $x = 80 \text{ m}$  处, 当整个开挖过程完成后输出这一平面的计算结果, 它代表着隧道横剖面的应力、应变及塑性区形态, 为此, 输出隧道横剖面全场位移矢量图、衬砌外表面节点位移矢量图、围岩与衬砌接触面上围岩节点位移矢量图、应力矢量图、第 1 主应力等值线图、第 3 主应力等值线图、塑性区图; 剖面 2 为纵剖面, 该剖面取自 24 步开挖后的  $xz$  剖面, 输出隧道纵剖面位移矢量图、应力矢量图、塑性区图。

横剖面全场位移矢量图见图 5, 横剖面塑性区图见图 6, 纵剖面全场位移矢量图见图 7, 纵剖面塑性区图见图 8, 横剖面围岩与衬砌接触面上围岩节点合位移见表 3。

由计算结果看, 隧道横剖面底部塑性区较大, 塑性区范围达到 5.7 m, 底部位移较大, 达到 21.60 cm, 除底部区域外, 拱顶位移较大, 位移达 17.13 cm, 纵剖面塑性区很快趋于稳定, 顶、底板应力和位移在 4~5 个轮进为 15~18 m 范围内就趋于稳定。根据混凝土弹模选用 1 000 MPa, 则可知混凝土抗

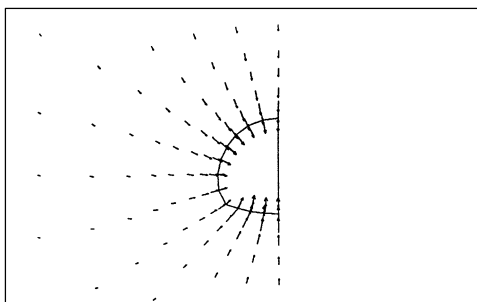


图 5 横剖面全场位移矢量图

Fig.5 Horizontal section of displacement vector field

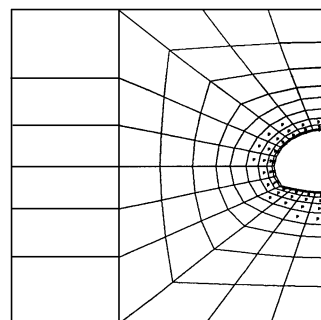


图 6 横剖面塑性区图

Fig.6 Horizontal section of plastic zone

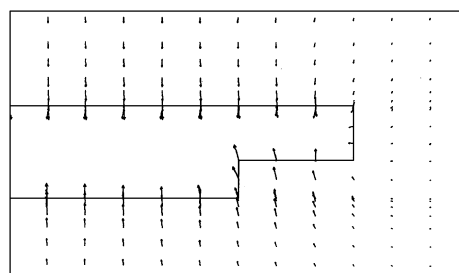


图 7 纵剖面全场位移矢量图

Fig.7 Vertical section of displacement vector field

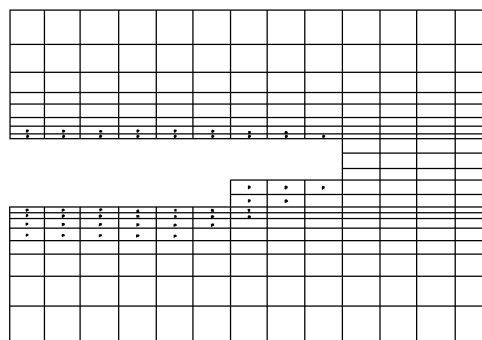


图 8 纵剖面塑性区图

Fig.8 Vertical section of plastic zone

拉强度<sup>[11]</sup>为 0.8 MPa, 因此, 当混凝土单元内拉应力值大于 0.8 MPa 时, 即认为单元被拉坏。由计算结果知, 混凝土单元内拉应力值均小于 0.8 MPa, 因此, 混凝土支护未出现拉破坏。

为了对比, 对该隧道开挖同样进行了弹塑性小应变小变形计算, 其横剖面围岩周边节点位移见表 4。从表 4 可见, 小变形计算位移值大于大变形计算, 然而塑性区范围略小于大变形计算, 但混凝土支护中个别单元出现拉破坏, 预计当隧道断面更大时, 岩体力学参数更差, 地应力值更大或当侧压力系数不等于 1 时, 这种区别将更加显著。

## 5 结 论

表 3 大变形计算围岩周边节点合位移值

Table 3 Displacements of peripheral nodes of surrounding rock mass calculated with large deformation

节点	1529	1551	1661	1729	1815	2013	2299	2431	2629	2827	2915	3069	3091
合位移 / cm	21.60	21.33	21.97	16.57	10.16	12.65	13.99	15.23	16.67	16.30	16.45	16.98	17.13

表 4 小变形计算围岩周边节点合位移值

Table 4 Displacements of peripheral nodes of surrounding rock mass calculated with small deformation

节点	1529	1551	1661	1729	1815	2013	2299	2431	2629	2827	2915	3069	3091
合位移 / cm	23.21	22.14	22.54	18.69	11.60	13.71	14.62	16.88	17.43	16.79	16.94	17.30	17.46

(1) 用弹塑性小应变大变形有限元方法研究了软岩隧道在特定开挖方式和支护方式下的围岩变形与受力情况, 为隧道合理开挖与支护提供了依据。

(2) 跨径 10 m 的近似马蹄形隧道在标准开挖方式下采用常规的台湾隧道支护方案, 混凝土未出现拉破坏情况, 但底板位移和塑性区范围较大。因此, 应加强底板的支护, 如加强锚杆支护。

(3) 纵剖面塑性区很快趋于稳定, 顶、底板应力和位移在 4~5 个轮进为 15~18 m 范围趋于稳定, 从而可确定开挖对围岩力学性态的影响范围。

(4) 弹塑性小应变大变形与弹塑性小应变小变形计算结果有差别, 当地应力值低、跨径小和围岩力学参数高时, 这种差别较小, 反之, 则大。

参 考 文 献

1 郑文隆. 台湾隧道工程之过去、现况及展望[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(增): 739~746  
 2 朱旭, 莫若楫, 黄南辉. 台北都会区捷运系统之隧道工程[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(增): 779~783

3 朱维申, 何满潮. 复杂条件下围岩稳定性与岩体动态施工力学[M]. 北京: 科学出版社, 1996, 1~14  
 4 Zhu Weishen, Zhang Yujun. Effect of supporting surrounding rocks by bolts and its application to high slope of Three Gorges flight lock[A]. In: Xiong Houjin, Zhang Chi ed. Proceedings of the International Symposium on Anchoring and Grouting Techniques[C]. Hong Kong: Econarc Communication (Group) Ltd., 1994, 188~196  
 5 李术才, 朱维申. 裂隙岩体大型洞室群施工顺序优化研究[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(1): 1~4  
 6 李世焯. 隧道支护设计新论[M]. 北京: 科学出版社, 1999, 1~46  
 7 Bathe K J, Ozdemir H. Elastic-plastic large deformation static and dynamic analysis[J]. *Comput. Struct.*, 1976, 6(2): 81~92  
 8 Kawai T, Yoshimura N. Analysis of large deflection of plates by finite element method[J]. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 1969, 1: 123~133  
 9 朱伯芳. 有限单元法原理与应用[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1997, 390~398  
 10 肖明. 地下洞室隐式锚杆柱单元的三维弹塑性有限元分析[J]. 岩土工程学报, 1992, 14(5): 19~26  
 11 陈宗燊. 电力工业标准汇编: 水工(上册)[S]. 北京: 中国水利水电出版社, 1995, 4~6

APPLICATION OF ELASTO-PLASTIC LARGE DISPLACEMENT FINITE ELEMENT METHOD TO THE STUDY OF DEFORMATION PREDICTION OF SOFT ROCK TUNNEL

Li Shucui<sup>1, 2</sup>, Zhu Weishen<sup>1, 3</sup>, Chen Weizhong<sup>1</sup>, Li Shuchen<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>Key Lab of Rock and Soil Mechanics, Institute of Rock and Soil Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071 China)

(<sup>2</sup>Shandong University of Science and Technology, Tai'an 271019 China) (<sup>3</sup>Shandong University, Ji'nan 250061 China)

**Abstract** The relationships among deformation, stress and damaged state of surrounding rock mass of soft rock tunnel, excavation methods and supporting schemes are studied under the conditions of high geostress and low mechanical parameters of rock mass based on small strain-large deformation theory and 3D FEM. Some useful results are obtained and can be used as theoretic basis for the reasonable construction of tunnel in special area.

**Key words** small strain-large deformation, excavation method, supporting scheme, tunnel