

# 构造多分辨率小波表征 QRS 综合波的频率分布特性<sup>1</sup>

王 涛 周荷琴 冯焕清 江朝晖

(中国科技大学 生物医学工程研究所 合肥 230026)

**摘 要** 本文讨论了用多分辨率分析 (MRA) 方法构造具有良好频率特性的带限正交 (FLO) 小波。并根据小波系数的能量在不同分辨率下的分布, 定义了一种能够反映 QRS 综合波频率成分分布的特征参数  $\lambda$ 。通过对 MIT 心律失常数据库中波形的测试, 结果显示室性 QRS 波的  $\lambda$  值通常小于正常的 QRS 波。并且该参数, 特别是采用 FLO 小波计算时, 能够明显区分正常和室性心搏, 并具有较强的抗干扰能力。

**关键词** 心电图, QRS 综合波, 带限正交小波, 多分辨率分析

**中图分类号** TN911.6, TN-051

## 1 引 言

小波分析经过十几年的发展, 在理论和方法上取得了突破性的进展, 在医学信号分析领域也得到了广泛的应用<sup>[1,2]</sup>, 是目前处理非平稳信号的一种十分有效的分析工具。小波的多分辨率分析 (MRA) 理论, 解决了正交小波基的构造问题<sup>[3]</sup>, 并给出了在这一框架下的小波变换的快速算法。利用小波变换的多分辨率分析能力, 可将信号在不同的频带 (尺度) 上分解。小波变换的系数, 代表了信号在各尺度上的分量, 能够反映信号在该尺度上的特征。对它们做适当的选择和操作 (运算), 可以得到某种新的能够表示心电 (ECG) 信号中 QRS 综合波特性的参数。不同的小波基函数有不同的时域和频域性质, 对小波变换的结果也有一定的影响。由于“测不准原理”, 我们不可能获得在频域和时域都精细的分辨率, 所以适当地选择基小波或重新构造符合我们要求的基小波也是十分必要的。

本文在第 2 节简要介绍了小波分析的原理, 并构造一种对称的带限正交小波; 在第 3 节利用小波变换在不同尺度下的系数定义了一个表征 QRS 综合波的参数; 在第 4 节给出了利用不同的小波表征 QRS 综合波的实验结果。

## 2 小波变换及多分辨率分析 (MRA)

### 2.1 连续小波变换

与 Fourier 分析时只采用能量无限的三角函数系作为基函数不同, 基本小波函数  $\psi(t) \in L^2(\mathbf{R})$  是一个快速衰减的振荡型函数,  $L^2(\mathbf{R})$  表示平方可积函数构成的向量空间。  $\psi(t)$  的伸缩与平移构成小波函数:

$$\psi_{a,b}(t) = |a|^{-1/2} \psi[(t-b)/a], \quad (1)$$

其中  $a$  称为尺度参数, 控制了小波的伸缩, 使被观察的信号由细节到整体都得到反映;  $b$  称为位移参数, 控制小波在时间轴上的平移, 确保对信号所有部分的观测。

<sup>1</sup> 1998-09-14 收到, 1999-07-11 定稿

国家自然科学基金 (39570214) 及安徽省教委自然科学基金资助课题

函数  $x(t) \in L^2(\mathbf{R})$  的连续小波变换  $\text{CWT}_x$  定义为

$$\text{CWT}_x(a, b) = |a|^{-1/2} \int \psi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) x(t) dt = \langle \psi_{a,b}, x \rangle, \quad (2)$$

$\langle \cdot, \cdot \rangle$  表示两个函数的内积, “\*” 表示复共轭。(2) 式可以解释为在不同时间和尺度下的小波模板适合信号的程度, 它提供了一种以不同的视野来观察信号的局部和整体性质及组织信息的手段。

## 2.2 MRA 与正交小波的构造

对实际问题及在数值计算时更重要的是小波变换的离散形式, 特别是令  $a = 2^j$  和  $b = k2^j$ ;  $j, k \in \mathbf{Z}$ , 相应的小波为

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k). \quad (3)$$

从而得到信号  $x(t)$  的小波变换系数

$$c_{j,k} = \int \psi_{j,k}^*(t) x(t) dt = \langle \psi_{j,k}, x \rangle. \quad (4)$$

框架理论提供了函数  $x(t)$  由离散小波变换系数  $c_{j,k}$  重构时, 小波函数族应满足的框架条件<sup>[4]</sup>。我们知道, 能够得到  $L^2(\mathbf{R})$  空间中的正交基在理论和实践中都是十分重要的。有了这一空间的基底, 我们便可以把空间  $L^2(\mathbf{R})$  中的函数与平方可和序列空间  $l^2(\mathbf{R})$  中的数列等同起来, 把  $L^2(\mathbf{R})$  上的算子与  $l^2(\mathbf{R})$  上的矩阵等同起来, 从而将分析问题转化为代数问题来解决。

为了有效地寻找  $L^2(\mathbf{R})$  的基底, 可以先从它的某个子空间开始, 在这个子空间中, 由一个尺度函数  $\phi(t)$  的平移建立基底, 然后利用一个简单的变换, 再把基底扩充到  $L^2(\mathbf{R})$  中去, 这就是 MRA 的构造方法<sup>[5]</sup>。根据这个方案, 尺度函数  $\phi(t)$  经过平移和伸缩得到的函数族  $\{\phi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \phi(2^{-j}t - k) | j, k \in \mathbf{Z}\}$ , 构成了  $L^2(\mathbf{R})$  的嵌套子空间  $V_{j-1} \supset V_j$  的标准正交基。作  $V_j$  的正交补空间  $W_j$ , 则有  $V_{j-1} = V_j \oplus W_j$ 。通过 MRA 的生成元 (尺度函数)  $\phi(t)$  产生的正交小波函数族  $\{\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k) | j, k \in \mathbf{Z}\}$ , 构成  $W_j$  空间的标准正交基, 而  $W_j, j \in \mathbf{Z}$  显然是相互正交的。

从 MRA 的方法可以看出, 构造正交小波基的关键在于找到恰当的尺度函数  $\phi(t)$ 。根据 Fourier 分析理论,  $\phi(t)$  及其 Fourier 变换  $\Phi(\omega)$  不可能都有紧支集。当我们希望小波具有较好的频率域特性时, 能够通过先构造满足一定条件且支集紧的  $\Phi(\omega)$ , 进而得到  $\phi(t)$  和  $\psi(t)$ <sup>[6]</sup>。自然希望取  $\Phi(\omega)$  为关于原点对称, 其支撑  $\text{Supp}\Phi(\omega) = [-\Omega, \Omega], \Omega > 0$ , 已经证明  $\Phi(\omega)$  应满足的条件是

(a)  $\Omega \in (\pi, 4\pi/3]$ ;

(b) 令  $\alpha = \Omega - \pi$ , 则  $|\Phi(\omega)| \equiv 1, \omega \in [-\Omega + 2\alpha, \Omega - 2\alpha]$ ;

(c)  $\Phi^2(\omega) + \Phi^2(\omega + 2\pi) \equiv 1, \omega \in [-\Omega, -\Omega + 2\alpha]$ 。

根据上述条件, 我们实际取  $\Omega = 7\pi/6$ , 那么  $\alpha = \pi/3$ 。构造如下分段多项式函数:

$$\zeta(t) = \begin{cases} \beta(t^3 - 2\alpha/4 + \alpha^3/16), & 0 \leq t \leq \alpha/2, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases} \quad (5)$$

将其对称化, 即令  $\rho(t) = \zeta(t) + \zeta(-t)$ , 则  $\rho(t)$  是个偶对称的紧支集函数. 再令

$$\theta(t) = \int_{-\infty}^t \rho(\tau) d\tau, \quad (6)$$

$$\Phi(\omega) = \sin[\theta(\omega + \Omega - \alpha/2)] \cos[\theta(\omega - \Omega + \alpha/2)]. \quad (7)$$

当取  $\beta = 16\pi/\alpha^4$  时,  $\int \rho(t) dt = \pi/2$ . 这时可以验证构造的  $\Phi(\omega)$  满足条件 (a)、(b)、(c). (7) 式的结果通过 Fourier 逆变换即可以得到满足多分辨率分析的尺度函数  $\phi(t)$ , 进一步得到相应的 FLO 小波函数  $\psi(t)$ . 这些函数的图形如图 1 所示. 采用塔式快速算法计算时, 我们还需要知道二次镜像滤波器 (QMF) 的参数, 根据双尺度方程<sup>[7]</sup> 可得

$$h(n) = 2^{-1/2} \int \phi(t/2)\phi(t-n)dt = \langle \phi_{1,0}, \phi_{0,n} \rangle. \quad (8)$$

理论上  $h(n)$  是对称无限长的, 实际计算时必须根据需要做截断处理. 一般单边取 20 点左右足以满足计算精度的要求 (表 1).

$h(n)$  的作用是低通滤波, 对应的二次镜像滤波器  $g(n) = (-1)^{1-n}h(1-n)$  起高通的作用. 常用的 Daubiches 系列正交小波基具有在时域紧支集的优点, 但是已经证明除 Haar 小波外, 紧支集小波没有对称性, 光滑性也较差. 因此用这类小波及其多分辨率生成元得到的滤波器处理信号时, 其频带间的相干性较大, 而 FLO 小波在这方面有较好的性质.

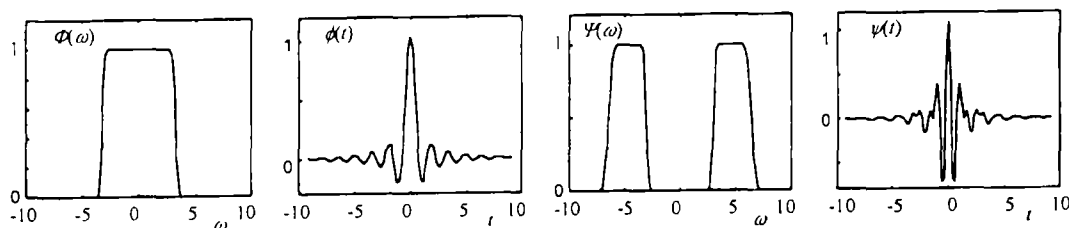


图 1 构造的尺度函数及小波在频域和时域中的图形

表 1 FLO 小波的滤波器系数  $h(n)$

$h(0)$	0.72718896	$h(1)$	0.44833147	$h(2)$	-0.01981863	$h(3)$	-0.14464767	$h(4)$	0.01904651
$h(5)$	0.08127076	$h(6)$	-0.01781867	$h(7)$	-0.0254236	$h(8)$	0.01621698	$h(9)$	0.03569785
$h(10)$	-0.01434393	$h(11)$	-0.02456774	$h(12)$	0.0123126	$h(13)$	0.01678376	$h(14)$	-0.01023689
$h(15)$	-0.01123113	$h(16)$	0.00818797	$h(17)$	0.00722049	$h(18)$	-0.00633280	$h(19)$	-0.00443298

### 3 QRS 波的小波特征表示

传统方法采用 QRS 综合波的形态参数 (如宽度、面积等) 以及时间参数 (如心搏提前量等) 作为区别正常心搏和其它类型的心搏, 如室性早搏 (PVC), 的一个主要特征. 由于信号中不可避免地存在干扰、噪声和基线漂移, 因此这种方法必须首先对信号作高、低通去噪滤波. 由滤波处理后的信号所计算的这些参数往往已经有了很大的改变, 而且除了 R 波以外,

确定 QRS 综合波的一些关键点本身也是一项困难和值得深入研究的问题<sup>[8]</sup>。另一方面, 仅仅采用一些与时域形态有关的参数不能有效反映出信号的频域信息。ECG 信号中不同类型的心搏在不同频率段的分量不同, MRA 具有将信号在不同频带内分解的能力。利用 QMF 滤波器组, 计算一段心搏信号  $x(n), n = 1, 2, \dots, L$  的小波分解, 其长度  $L = 2^N, N \in \mathbb{Z}^+$ 。根据塔式算法<sup>[5]</sup>, 低通滤波器  $h(n)$  和高通滤波器  $g(n)$  的输出分别为

$$A_k^j = \sum_n h(n) A_{n+2k}^{j-1}, \quad (9)$$

$$D_k^j = \sum_n g(n) A_{n+2k}^{j-1}, \quad (10)$$

其中系数  $A_k^j$  称为信号的近似成分, 且  $A_k^0 = x(k), k = 1, 2, \dots, L$ 。系数  $D_k^j$  称为信号的细节成分, 其长度  $k = 1, 2, \dots, 2^{N-j}$ ,  $j$  是与频带相联系的标号, 即有频带划分:  $2^{-j-1}F_s \leq \Delta F \leq 2^{-j}F_s, 1 \leq j \leq N$ , 其中  $F_s$  表示信号的采样频率。各尺度下系数的能量为

$$E_j = \sum_k (D_k^j)^2. \quad (11)$$

定义

$$\lambda = \sum_j (N-j) E_j / \sum_j E_j \quad (12)$$

作为信号的小波特征,  $\lambda$  反映了小波系数的能量在各个尺度上的分布, 也就是反映了信号在不同频带中的能量分布。

#### 4 实验结果

下面我们分别用 Daubiches(Daub-4) 正交小波和本文构造的 FLO 小波计算实际心搏的小波特征, 考察  $\lambda$  表征 QRS 波的能力。ECG 信号选自 MIT 心律失常数据库中部分有代表性的心搏。

(1) 我们对其中 16 个记录统计其正常心搏(用 N 表示)和室性心搏, 即 PVC(用 V 表示)的小波特征值(采用 Daub-4 小波), 结果如图 2。由于 PVC 的 QRS 波包含的低频成分较大, 所以一般  $\lambda_{PVC} < \lambda_{Norm}$ , 两者的分离性很好。

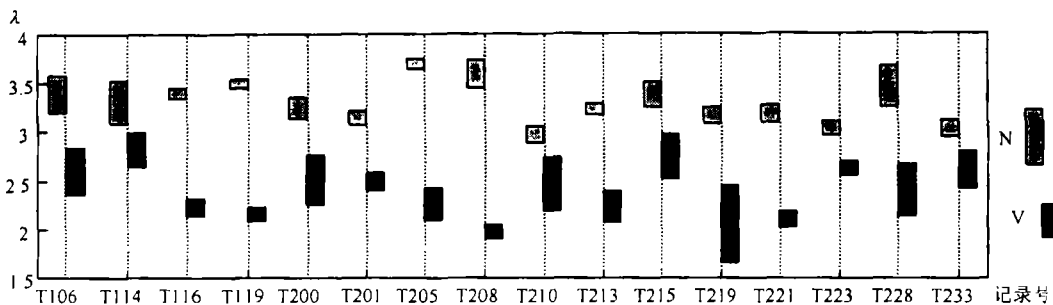


图 2 16 个记录中正常 QRS 波和 PVC 的小波特征的均值  $\pm$  标准差图

(2) T208 记录中的信号主要包括三种类型的 QRS 波, 其中室性融合波(用 F 表示)是正常的窦性起搏点和室性起搏点所产生的兴奋共同作用的波形。其形态一般介于正常和室性早搏之间, 往往很难区分。我们分别用 Daub-4 小波和 FLO 小波对该记录中全部这三种 QRS 波的小波特征值进行统计, 其数值分布如图 3。可见用两种小波计算的特征参数  $\lambda$  能很好地区分正常心搏和 PVC, 而在分离程度和表示室性融合波方面 FLO 小波效果更好。

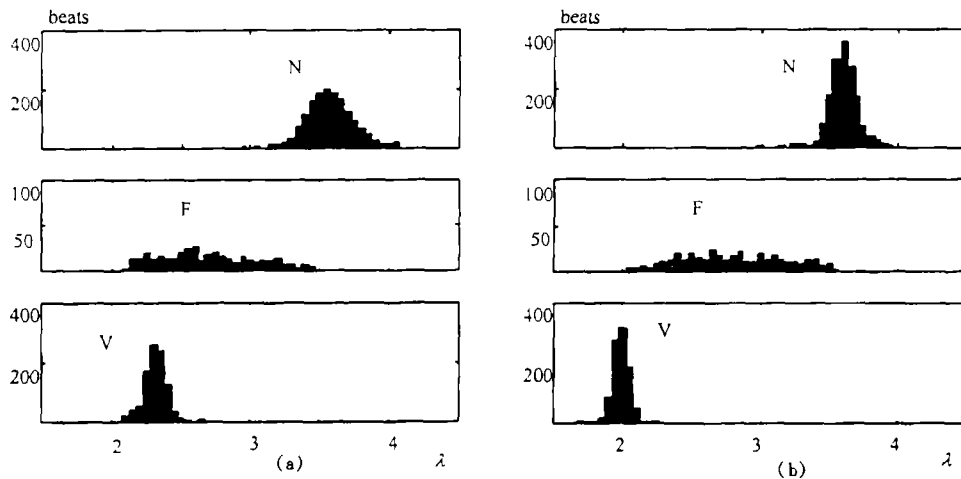


图 3 T208 记录中三种心搏类型的小波特征值统计直方图

(a) 用 Daub-4 小波计算 (b) 用 FLO 小波计算

(3) 小波特征具有很强的抗干扰能力。实际计算时可以对信号作滤波预处理, 而是利用小波所固有的多分辨分析能力来消除干扰的影响。这里采用如下定义的信噪比来考察小波特征的抗干扰能力<sup>[9]</sup>:

$$\text{SNR}(S_{\delta}, N_{\delta}) = 10 \log_{10}(S_{\delta}/N_{\delta}). \quad (13)$$

其中  $S$  表示原始 ECG 信号,  $N$  表示同样长度的噪声。  $X_{\delta}$  由下式求出:

$$X_{\delta} = \sum_l (X(l) - \mu_r)^2, \quad (14)$$

其中  $\mu_r$  是信号  $X$  的均值。

以 T221 记录为例, 我们将高斯型背景噪声  $n_g$  和频率为 0.3Hz 的正弦波  $n_s$  同时与原始信号  $s_o$  相加, 得到具有模拟肌电和基线漂移噪声的信号  $s_m = s_o + n_g + n_s$ , 并使  $\text{SNR}(s_o, n_g) = 0\text{dB}$  和  $\text{SNR}(s_o, n_s) = 2\text{dB}$ (如图 4)。在这种有严重噪声的情况下, 准确计算 QRS 的宽度、面积等形态参数十分困难。比较两种情况下的小波(包括 Daub-4 和 FLO 小波)特征的均值和标准差(表 2), 可以看出在严重噪声背景下小波特征参数依然比较稳定, 且用 FLO 小波计算时, 其性能优于 Daub-4 小波。其它记录的结果与此相似, 不再逐一列出。

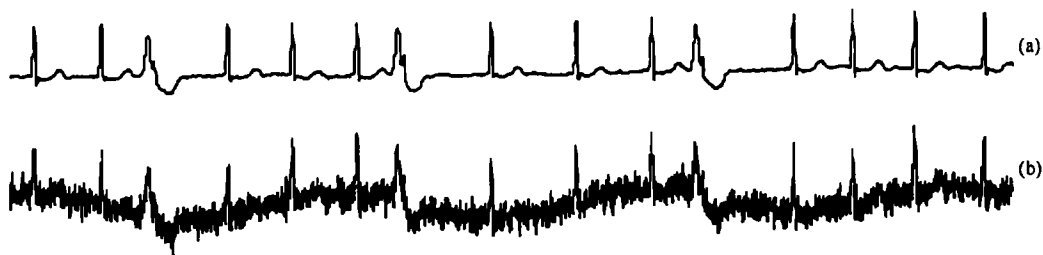


图 4 T221 记录中的一段原始信号 (a) 和加入噪声的合成信号 (b)

表 2 T221 记录在噪声环境下的  $\lambda$  值 (均值  $\pm$  标准差)

小波类型	N(无噪)	N(加噪)	V(无噪)	V(加噪)
Daub-4	3.1913 $\pm$ 0.0899	4.0335 $\pm$ 0.1779	2.1051 $\pm$ 0.0834	2.7078 $\pm$ 0.1760
FLO	3.3251 $\pm$ 0.0743	3.7210 $\pm$ 0.1093	2.0125 $\pm$ 0.0714	2.3208 $\pm$ 0.1078

## 5 讨 论

小波分析的 MRA 技术可以将信号不断地在各个层面上分解成近似和细节部分。在频率域, 二进伸缩的小波函数相当于一系列独立的带通滤波器。我们希望通过构造新的小波使这些滤波器频谱的混叠效应尽可能小。所以在构造 MRA 的生成元时, 首先确定的是尺度函数在频率域的性质, 由此得到了一种 FLO 小波。特征提取对 ECG 信号波形的检测和分类识别有重要的影响。根据不同形态的 QRS 波分解后在各个层面所占的比例不同, 我们定义一种表示 QRS 波在各个频带内分布的特征参数。该参数的计算不受 QRS 波关键点检测精度的影响, 而且在强的干扰下依然十分稳定, 在区别正常和室性心搏方面表现出了较好的鲁棒性。

**致谢** 作者感谢安徽大学数学系李世雄教授对本文提供的帮助。

## 参 考 文 献

- [1] Akay M, Akay Y M, Welkowitz W, Lewkowicz S. Investigating the effects of vasodilator drugs on the turbulent sound caused by femoral artery stenosis using short-term Fourier and wavelet transform methods. *IEEE Trans. on BME*, 1994, BME-41(10): 921-928.
- [2] Thakor N, Guo X, Sun Y, Hanley D F. Multiresolution wavelet analysis of evoked potentials. *IEEE Trans. on BME*, 1993, BME-40(11): 1085-1093.
- [3] 张贤达. 现代信号处理. 北京: 清华大学出版社, 1995, 第 12 章.
- [4] Daubechies I. The wavelet transform, time-frequency localization and signal processing. *IEEE Trans. on IT*, 1990, IT-36(5): 961-1005.
- [5] Mallat S G. Multifrequency channel decompositions of images and wavelet models. *IEEE Trans. on ASSP*, 1989, ASSP-37(12): 2091-2110.
- [6] 李世雄. 小波变换及其应用. 北京: 高等教育出版社, 1997, 第 3 章.
- [7] Mallat S G. A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation. *IEEE Trans. on PAMI*, 1989, PAMI-11(7): 674-693.
- [8] Suzuki Y. Self-organizing QRS-wave recognition in ECG using neural networks. *IEEE Trans. NN*, 1995, NN-6(6): 1469-1477.

- [9] Afonso V X, Tompkins W J, Nguyen T Q, Michler K, Luo S. Comparing stress ECG enhancement algorithms. IEEE M-EMB, 1996, EMB-15(3): 37-44.

## CONSTITUTING MULTIREOLUTION WAVELET TO CHARACTERIZE QRS FREQUENCY DISTRIBUTIONS

Wang Tao    Zhou Heqin    Feng Huanqing    Jiang Chaohui

(*Institute of Biomedical Eng., Univ. of Science and Technology of China, Hefei 230026*)

**Abstract** A frequency limited orthogonal (FLO) wavelet with expected frequency property is constituted on the basis of Multiresolution Analysis (MRA). A parameter  $\lambda$  is defined to characterize the frequency distribution of QRS complexes. Testing on varieties of waveforms in MIT arrhythmia database shows that ventricular QRS complexes usually yield smaller  $\lambda$  than that of normal QRS complexes. With such parameter, especially evaluated by the derived FLO wavelet, the stronger capability of classifying ventricular and normal beats can be observed even in the noise contaminated ECG.

**Key words** Electrocardiogram (ECG), QRS complex, Frequency limited orthogonal wavelet, Multiresolution analysis (MRA)

王 涛: 男, 1967 年生, 博士, 研究兴趣包括生物医学信息处理、心脏节律的非线性动力学性质、神经网络应用等.

周荷琴: 女, 1946 年生, 副教授, 研究方向为生物医学工程、计算机辅助教学等.

冯焕清: 男, 1945 年生, 教授, 博士生导师, 主要从事生物医学工程、智能医疗仪器等方面的研究.

江朝晖: 男, 1968 年生, 硕士, 从事数据采集和智能医疗仪器模块化设计.