

奇异性分析方法在地震资料解释 及反演研究中的应用

曹向阳^{1,2}, 常旭¹, 刘伊克¹, 张金淼²

(1. 中国科学院地质与地球物理研究所, 北京 100029; 2. 中海石油研究中心, 北京 100027)

摘要 本文引入启动函数拓展传统的地质层转换模型, 在该模型中利用奇异性信息量化地层速度的突变特征, 并基于传统的褶积模型研究奇异性信息在波阻抗到合成地震记录之间的传递性。研究结果表明, 地震记录中较好地保留了地层介质的奇异性特征, 因而从地震记录中提取的奇异性信息除了可以帮助进行地震解释外, 还可以作为介质波阻抗反演的有力的支持工具。

关键词 奇异性, 传递, 地震数据解释, 波阻抗反演

中图分类号 P315

文献标识码 A

文章编号 1004-2903(2008)06-1678-07

Applications of singularity analysis to seismic data interpretation and inversion research

CAO Xiang-yang^{1,2}, CHANG Xu¹, LIU Yi-ke¹, ZHANG Jin-miao²

(1. Institute of Geology and Geophysics CAS, Beijing 100029, China;

2. CNOOC Research Center, Beijing 100027, China)

Abstract In this paper, we introduce the onset function to generalize the traditional geologic boundaries variations model which uses singularity information to represent the abruptness of the lithologic velocity transition. We study the singularity information passage from acoustic impedance to seismogram based on the convolution seismic-model theory. Our results indicate that stratum singularity information is preserved well by seismic data, so it is a powerful tool for delineating stratigraphy boundaries and inversing acoustic impedance based on singularity analysis of seismic data.

Keywords singularity, passage, seismic data interpretation, acoustic impedance inversion

0 引言

数学上, 一个函数如果存在无限次可导就称为函数是光滑的或没有奇异性, 但它如果在某处有间断点或某阶导数不连续, 则称函数在该点处有奇异性。地下介质所具有的奇异性特征表现为地层中某些点或有限范围内介质属性上的不同程度的突变。基于对地震数据和测井数据的多分形研究表明, 地下介质为具有不同奇异性特征的复杂的多分形体的集合, 地下介质的复杂性不仅表现在地层层序分布上的分形特征和单一岩性层内物性参数的分形特

征, 还表现在地层过渡上的分形特征^[1~7]。研究表明, 地震资料虽然受到了频带宽度的影响, 但保留了地层的奇异性特征, 因此在描述地层的构造及岩性信息时, 从地震记录中提取的奇异性信息表征了地层介质转变处的局部正则性, 它不受地震振幅的约束, 能够突出地显示地层结构及其接触关系, 同时提供给我们岩性改变的细节信息, 其结果为地震资料的解释及反演提供了一个有力的支持工具^[8~13]。下面简要介绍奇异性分析方法在地震资料解释及反演研究中的应用。

收稿日期 2007-07-10; 修回日期 2007-08-20.

基金项目 中国科学院知识创新工程重要方向项目(KZCXZ-YW-203)资助.

作者简介 曹向阳, 男, 1980 年生, 湖北松滋人, 2008 年毕业于中国科学院地质与地球物理研究所, 获博士学位.

(E-mail: caoxy2@cnooc.com.cn)

1 基于奇异性信息的地质建模

在传统的褶积模型中,我们认为地下介质是均匀的,在地层分界面处地层速度呈阶梯状或坡道状地突变.然而,地下介质物性参数的分布不是随机的,而是具有复杂的分形和多重分形的特征,地层速度的转换具有特定的突变或渐变特征.如果假定地层速度转换类型为阶梯跳跃的,我们就失去了对地层特征的细节信息的描述.

在此,我们将引入启动函数(Onset function)量化地层转换的变化特征,扩展传统的零阶(阶梯函数)和一阶(坡道函数)的过渡情况推广至分数阶的过渡情况^[14~15]:

$$\chi^{\alpha}_{+}(z) = \begin{cases} 0 & z \leq 0, \\ \frac{z^{\alpha}}{\Gamma(\alpha + 1)} & z > 0, \end{cases}$$

$$\chi^{\alpha}_{-}(z) = \begin{cases} \frac{(-z)^{\alpha}}{\Gamma(\alpha + 1)} & z \leq 0, \\ 0 & z > 0, \end{cases} \quad (1)$$

式中 $z = 0$ 是奇异点的位置, Γ 是 Gamma 函数, \pm 号表示函数是正因果的(causal +)还是反因果的

(anticausal -),它表现了奇异性的极性信息, α 是奇异性指数或称 Hölder 指数,表现为奇异性的强度,奇异性指数越大,表明信号越平滑和规则,奇异性强度越小;相反,奇异性指数越小,信号的奇异性越强,表现为快速突然的变化或脉冲.

可以证明,启动函数具有分形自相似的特征,因此可用来描述具有分形特征的地层过渡情况,同时通过奇异性指数及极性的变换实现对多种过渡边界的精确度量 and 模拟.图 1 所示为几个奇异性指数及极性不同的启动函数.从图 1 可以看出零阶的阶梯函数或一阶的坡道函数过渡情况只是当启动函数中 α 分别等于 0 或 1 的特殊情况, $\alpha = -1$ 对应为 Dirac 脉冲函数,其它分数阶的函数对应于这三个传统函数的内插和外推.

根据所引入的启动函数,建立用奇异性指数 α_n 、背景速度 c_0 、扰动系数 $c_{+,n}, c_{-,n}$ 及地层边界深度 z_n 所精确刻划和描述的 N 层介质地层速度模型如下:

$$c(z) = c_0 + \sum_{n=1}^N [c_{+,n} \chi^{\alpha_n}_{+}(z - z_n) + c_{-,n} \chi^{\alpha_n}_{-}(z - z_n)]. \quad (2)$$

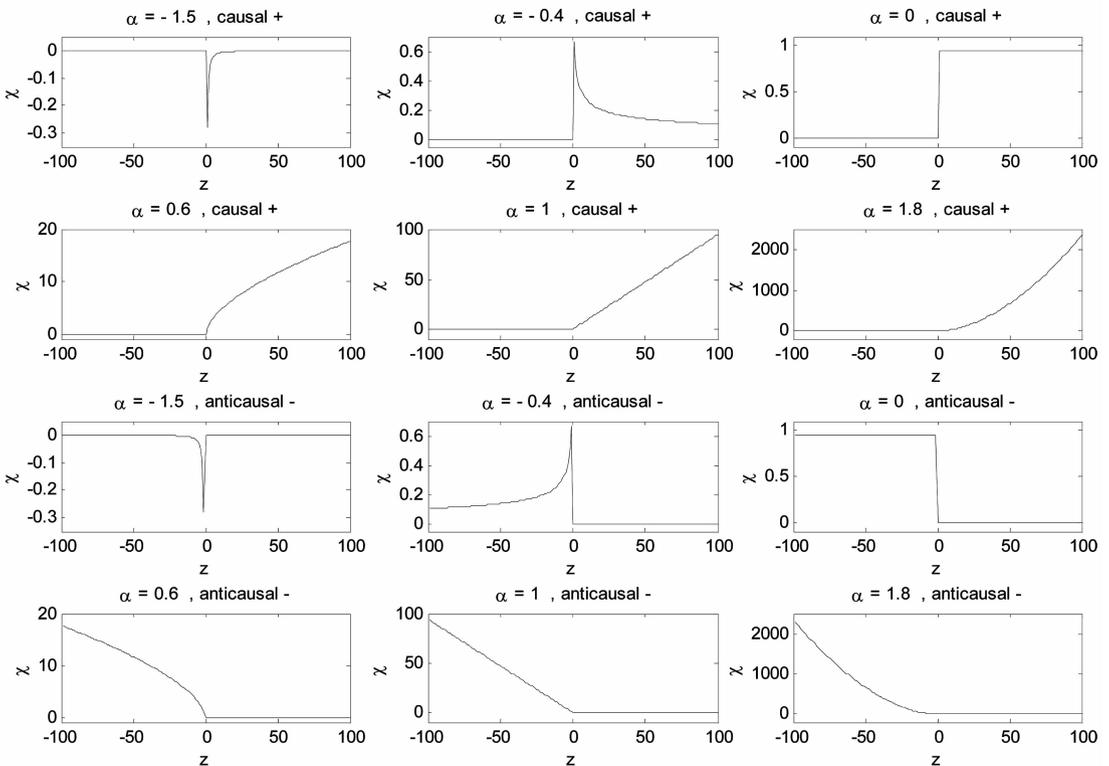


图 1 几个奇异性指数及极性不同的启动函数

Fig. 1 Some onset functions with different singularity indexes and polarities

2 奇异性信息的传递性研究

考虑一个双层地质模型,地层的分界面为 $z = z_0$ 处,则利用启动函数定义速度模型如下:

$$c(z) = c_0 + c_+ \chi_+^\alpha(z - z_0) + c_- \chi_-^\alpha(z - z_0). \quad (3)$$

假定密度 ρ 为常数,考虑到渐变介质的反射系数为 $R(z) = \frac{\partial \log \rho}{\partial z}$,将速度模型代入此反射系数表达式可得:

$$R(z) = \frac{c_+ \chi_+^{\alpha-1}(z - z_0) - c_- \chi_-^{\alpha-1}(z - z_0)}{2(c_0 + c_+ \chi_+^\alpha(z - z_0) + c_- \chi_-^\alpha(z - z_0))}. \quad (4)$$

在此,我们只考虑单边启动函数的简单情况,即 c_+ 和 c_- 至少有一个为零,同时只考虑背景速度远大于扰动速度的情况,即存在 $c_\pm \chi_\pm^\alpha(z - z_0) \ll c_0$,则有:

$$\begin{aligned} R(z) &= \frac{\pm c_\pm \chi_\pm^{\alpha-1}}{2(c_0 + c_\pm \chi_\pm^\alpha)} \\ &= \frac{\pm c_\pm \chi_\pm^{\alpha-1}}{2c_0} \left(1 - \frac{c_\pm \chi_\pm^\alpha}{c_0} + \frac{c_\pm^2 \chi_\pm^{2\alpha}}{c_0^2} - \dots\right) \\ &\simeq \frac{\pm c_\pm \chi_\pm^{\alpha-1}}{2c_0}. \end{aligned} \quad (5)$$

定义地震子波为 $w(t)$,则其与反射系数褶积合成地震记录如下:

$$\begin{aligned} S(t) &= (R * w)_{(t)} = \left(\frac{\pm c_\pm \chi_\pm^{\alpha-1}}{2c_0} * w\right)_{(t)} \\ &= \frac{\pm c_\pm}{2c_0} \int_0^t \chi_\pm^{\alpha-1}(t - \tau) * w(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (6)$$

利用 Riemann-Liouville 所给出了的分数微积分的定义^[16~17],地震记录可改写为:

$$\begin{aligned} S(t) &= \frac{\pm c_\pm}{2c_0} * \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (z - \tau)^{\alpha-1} * w(\tau) d\tau \\ &= \frac{\pm c_\pm}{2c_0} * D^{-\alpha} w(t), \end{aligned} \quad (7)$$

上式中, D 为分数微积分算子,若 $\alpha > 0$, $D^{-\alpha} w(z)$ 表示为对地震子波 $w(z)$ 的 α 阶积分;若 $\alpha < 0$, $D^{-\alpha} w(z)$ 表示为对地震子波 $w(z)$ 的 α 阶微分.

从速度模型和反射系数系列的表达式可知,两者的奇异性指数差值为 1,反射序列与地震子波卷积而产生的合成地震图,卷积对反射序列的作用有两方面的,一方面卷积对小尺度的成分有积分平滑的作用,同时又会为大尺度信号成分起着微分的作用.由于一般的地震子波都是起到带通滤波的作用,对于其频带宽度内的反射序列起不到微积分的作用,因此反射序列中主要的奇异性信息仍然可以较

好地保留在地震图中,对实际数据的分析结果也证明了这一结论^[12~13].

在褶积模型中,地震子波经过地层的响应相当于对震源子波的分数阶微积分,其阶数取决于地层速度系列的奇异性指数.在图 2 中,我们列举了不同阶数的地层转换边界及其相应的地震记录,其中地震子波选取为一定主频的 Ricker 子波,可见,当速度模型奇异性阶数由 0 阶至 1 阶变化时,其反射系数的奇异性阶数由 -1 阶至 0 阶变化,褶积所得到的地震记录表现为地震子波 0 阶至 1 阶的积分.

3 奇异性信息的探测方法

傅立叶变换一直是研究信号奇异性的经典工具,由它的衰减快慢可以判断信号奇异点的位置和奇异性的强度.这正是傅立叶变换的长处,但是傅立叶变换只反映信号的整体奇异性,而缺乏空间局部性,它只能确定一个函数奇异性的整体性质,却难以确定奇异点在空间的位置及分布情况.而小波分析具有良好的时频局部化特性,基于这个优点,小波变换已经受到了广泛的应用.一般来说,突变点是信号变化快的位置,它对应的是小波变换模极大值点,通过求取不同尺度下小波变换模极大值点的斜率,即可求得奇异性指数^[18]. Struzik (2000) 扩展了 Mallat 和 Hwang(1992)年的工作,提出了加强小波变换模极大值线斜率的非孤立和非振荡奇异性算法(WTMML),它能够减小由非孤立奇异点之间相互影响所带来的不稳定性,但该算法仍然不能够求解振荡奇异点^[19]. 二微局部分析(Bony, 1986)是一种能求解逐点和局部奇异性指数的方法,它不仅涉及到从 WTMML 中得到的信息,同时也研究奇异点周围的信息,该方法的缺点在于它对计算的要求非常高^[20~21]. Jaffard(1991)证明了双微局部性等价于小波变换幅值的一个特定的衰减条件,从而使 Bony 的技巧性结果大为简化^[22], Kolwanker 和 Levy ve-hel(2002)提出了一种函数局部奇异性结构的时间域特征函数,该方法与二微局部分析相近,但在许多方面可操作性更强^[23].

在地震数据中奇异性信息的提取与解释现已引起了极大的兴趣^[24~32],并发展和应用了多种方法,传统的计算方法是通过对计算在多尺度下地震数据小波变换模极大值线(wavelet transform maximum modulus line)的斜率来得到的^[18],在此基础上, Dessing(1997)研究了沿小波变换模极大值线的瞬时相位信息,实现了奇异性极性信息的探测^[9]. 考虑

到地震信号的窄频特征使得多尺度分析受到一定的限制, Herrmann 及其合作者(1999)最先提出了单尺度奇异性分析技术(monoscale analysis),并且用它来估计孤立奇异点的奇异性特征和提取地质信息,与多尺度分析方法不同,单尺度奇异性分析保持固定的尺度而改变分析小波的分数微积分的阶数,当小波变换模极大值出现或消失时的小波阶数就是对奇异特征的度量^[28~29]. Herrmann(2001)等人还通过构建分数样条小波基,通过对地震信号的原子分解,来探测信号的奇异性信息,该方法能较好地得

到奇异点的信息,包括奇异点的位置、奇异点的强度及极性等信息,但其缺点在于计算量过大,不适于地震数据方面的处理^[30~31]. Wapenaar(1999)等人应用小波分析研究了具有特定分形特征的反射界面的标度行为,并且用分析的结果来帮助实现多尺度反演^[32]. 此外,考虑到非振荡奇点的小波变换模极大值几乎处在奇异点垂直向上的较窄且直的锥形带,李春峰(2005)提出了直接通过分析地震数据中每一点上的小波系数随尺度的变换情况来计算逐点奇异性的计算方法^[13].

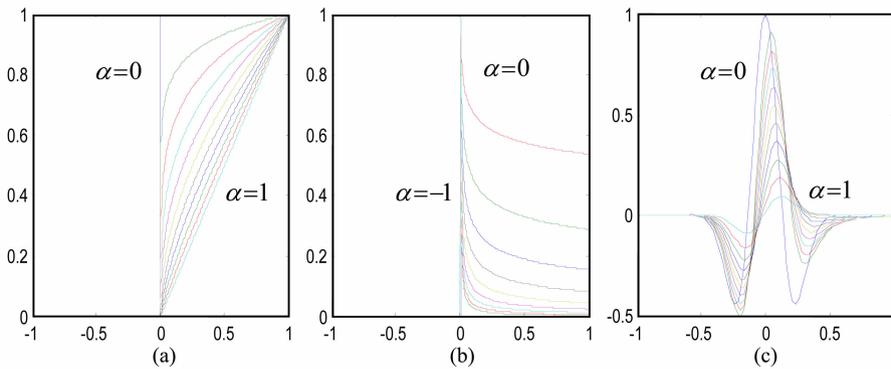


图 2 奇异性信息的传递性(a)波阻抗;(b)反射系数;(c)地震记录

Fig. 2 Singularity information passage. (a)acoustic impedance; (b)reflect; (c) seismic

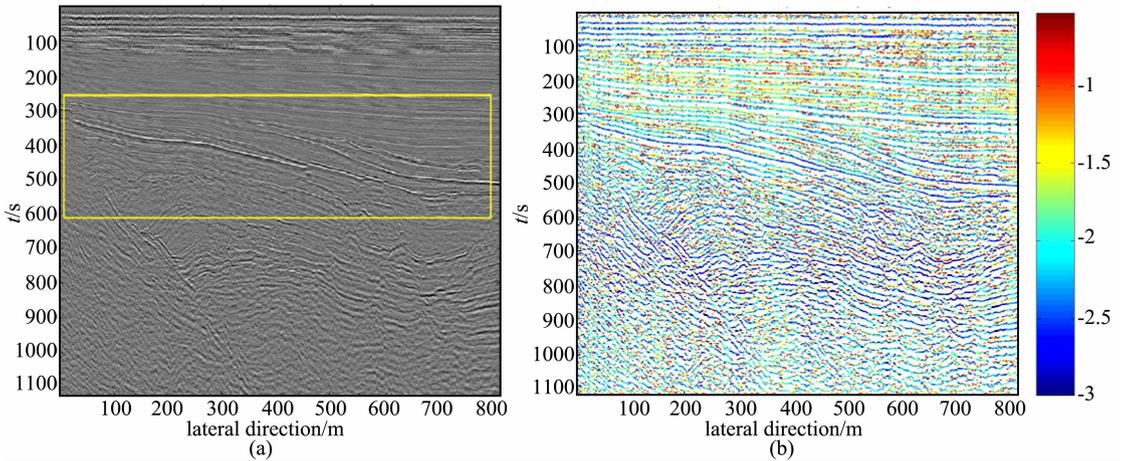


图 3 二维地震剖面及其地震奇异性属性(据 Herrmann,1997)

(a) 二维地震剖面;(b) 计算得到的奇异性属性剖面

Fig. 3 2-D seismic section and its singularity attribute(From Herrmann,1997)

(a) 2-D seismic section ; (b) singularity exponent section calculated from (a)

4 地震数据的奇异性属性分析

从声波阻抗到反射系数,再到与子波褶积所得到的合成记录,三者的奇异性指数只相差一个常数,

这意味着从地震道中提取出来的奇异性信息中可得到其相应波阻抗的重要信息. 考虑到大的波阻抗变化不一定对应大的反射系数和反射地震振幅,而大的波阻抗变化必然对应着大的奇异性指数,因此,所

以可以通过从地震图的奇异性指数的特征来直接分析波阻抗的奇异性特征,从而能够较直接地实现对地质信息的解释。

奇异性分析方法目前已在实际的油田具体应用中有过多种尝试^[32~34],并取得了较好的应用效果,地震记录奇异性分析方法的主要优点是其提取的地震属性与地震振幅无关^[11,13,35],并且对地震子波的类型、相位及噪声有较高的抵抗性^[12]。在以前的应用中,我们还得到如下认识:

(1)奇异点的位置与地震记录上的局部振幅极大值点相对应,奇异性指数的横向变化与地震剖面上所显示的地层的走向一致。实际资料的应用显示奇异性指数可视为一种新的地震属性,该属性捕获了地下几何边界特征,例如尖灭和不整合等。在这种情况下,奇异性分析类似于一个滤波操作,能显示出在地震剖面上模糊不清的信息。

(2)在奇异性指数属性的剖面上,垂向上奇异性指数沿着不同的地层界面而改变,这与地层的沉积特征相符,它表明通过奇异性指数能精确刻画分界面处的岩性特征。

(3)不仅奇异性的阶数沿着多界面改变,而且沿着同一界面,奇异性指数的改变与相应沉积环境下的岩性模型相合理对应。沿着斜坡边界向下的方向,奇异性的指数越小,这相应于在地层岩性转换中逐渐尖锐,这与我们在海退系列中,深水进积沉积环境下的砂体粗细分布情况相符,如图3所示。同时,沿着同一层位,奇异性指数的横向改变也可能是岩性、油气或流体成分改变的指示,这一点可以帮助估计储层的孔隙度和渗透率的属性。

5 基于奇异性信息的地层波阻抗反演

基于奇异性信息在声波波阻抗至地震记录间的传递性,通过对地震记录奇异性信息的探测,即可实现对地层声波波阻抗信息的反演,使用我们所反演的波阻抗体作为先验模型,必能明显提高常规反演的最终结果,如果这一点可以实现,将会是反演领域的一个重大突破^[9,29,36]。

实现从地震数据中反演波阻抗数据体,第一条思路是根据地震数据体与波阻抗数据体中奇异性指数的相关性来直接反演波阻抗数据体,实现步骤如下:

Step1:探测地震记录的奇异性信息 $\chi_z^{\alpha_n}(z-z_n)$;

Step2:考虑到奇异性信息在地震成像过程中的传递特征,推导波阻抗的奇异性点位置和极性与地

震记录相同,奇异性指数为 $\alpha_n + 1$;

Step3:根据如下函数反演波阻抗:

$$I(z) = I_0(z) + \sum_{n \in N} [c_+^n \chi_z^{\alpha_n+1}(z-z_n) + c_-^n \chi_z^{\alpha_n+1}(z-z_n)], \quad (8)$$

其中相对系数 c_+^n, c_-^n 可由地震振幅来代替;

第二条思路是首先通过地震数据体中的奇异性信息反演反射系数,然后根据反射系数实现波阻抗的反演,实现步骤如下:

Step1:探测地震记录的奇异性信息 $\chi_z^{\alpha_n}(z-z_n)$;

Step2:推导反射系数的奇异性点位置和极性与地震记录相同,奇异性指数为 α_n ;

Step3:根据如下函数反演反射系数:

$$I(z) = I_0(z) + \sum_{n \in N} [c_+^n \chi_z^{\alpha_n}(z-z_n) + c_-^n \chi_z^{\alpha_n}(z-z_n)], \quad (9)$$

其中相对系数 c_+^n, c_-^n 可由地震振幅来代替;

Step4:根据反射系数得到波阻抗。

考虑到用地震振幅来代替反射系数的相对大小更为合适,同时奇异性信息在从反射系数到地震记录之间的传递误差相对更小,因此第二种反演方法必第一种方法要相对更精确些^[36]。Herrmann 和 Stark(2000)和 Herrmann(2001)在基于从地震和声波测井数据中得到的奇异性信息来重建伪地震剖面 and 伪测井曲线,从其实现效果来看,由于充分利用了先验信息,反演的伪地震剖面和伪测井曲线相对效果较好;但由井旁地震道反演的波阻抗曲线由于受到分辨率的限制,效果不理想,仅仅大致反映出波阻抗的变化趋势^[29]。

6 总结与讨论

在本文的研究中,我们首先引入启动函数,提出了基于背景速度、扰动速度和奇异性特征的地质模型,结果表明我们所建立的地质模型相比传统的阶梯或坡道模型更具一般性,能更精确地刻画地层转换边界;然后研究了在背景速度远小于扰动速度时,奇异性信息在介质波阻抗、反射系数及合成地震记录三者间的传递特征,结果表明地层波阻抗的奇异性信息能很好地保留在地震记录中,奇异性指数在三者间存在一个常数的改变;最后研究了奇异性信息在地震资料解释及在波阻抗反演上的相关应用,结果表明奇异性剖面图不仅能够突出地显示地层结构及其接触关系,而且还能提供岩性改变的细节信息,可作为储层预测及含油气性检测的一个有力的支持工具。

值得注意的有两点,一是为了更好的解释及反演地震资料,需要加强对奇异性极性信息的探测;二是我们引入启动函数实现波阻抗模型的构建,考虑到实际的地层波阻抗并非严格满足我们所设定的启动函数形式,因此在利用奇异性信息反演波阻抗数据体时还有待改进。

致 谢 本文的完成得到了中国科学院地质与地球物理研究所地震波传播与成像课题组及中海石油研究中心博士后工作站等方面的大力支持,特此感谢。

参 考 文 献 (References):

- [1] 李春峰. 分形介质与分形地层[J]. 地层学杂志, 2005, 29(4): 348~354.
Li C F. Fractal media and fractal stratigraphy[J]. Journal of stratigraphy, 2005, 29(4): 348~354.
- [2] 常旭, 刘伊克. Hausdorff 分数维识别地震道初至走时[J]. 地球物理学报, 1998, 41(6): 826~832.
Chang X, Liu Y K. Distinguishing seismic first break by means of Hausdorff fractal dimension[J]. Chinese J. Geophys. (in chinese), 1998, 41(6): 826~832.
- [3] Chang X, Liu Y K. Ashida Yuzuru. Hausdorff fractal algorithm for picking first break in seismic traces[J]. BUTSURI-TANSA. 1999, 52(4): 316~322.
- [4] 常旭, 刘伊克. 地震记录的广义分维及其应用[J]. 地球物理学报, 2002, 45(6): 839~846.
Chang X, Liu Y K. The generalized fractal dimension of seismic records and its application[J]. Chinese J. Geophys. (in chinese), 2002, 45(6): 839~846.
- [5] Payton C, Ed. Seismic stratigraphy - applications to hydrocarbon exploration AAPG, 1977.
- [6] Verhelst F. Integration of seismic data with well-log data: Ph. D. thesis, Delft University of Technology, 2000.
- [7] Muller J, Bokn I, McCauley J L. Multifractal analysis of petrophysical data: Ann. Geophysicae, 1992, 10, 735~761.
- [8] Herrmann F J. Multiscale analysis of well and seismic data, Mathematical Methods in Geophysical Imaging V. 1998, 180~208.
- [9] Dessing F J. A wavelet transform approach to seismic processing: Ph. D. thesis, Delft University of Technology, Delft, the Netherlands, 1997.
- [10] Herrmann F J. A scaling medium representation, a discussion on well-logs, fractals and waves: Ph. D. thesis, Delft University of Technology, Delft, the Netherlands, 1997.
- [11] Herrmann F J, Stark C. A scale attribute for texture in well and seismic data. 70th Ann. Internat Mtg[M]. Soc. Expl. Geophys. Expanded Abstracts, 2000.
- [12] Li C F. Information passage from acoustic impedance to seismograms: perspective from wavelet-based multiscale analysis [M]. J. Geophys. Res., 2004, 109.
- [13] 李春峰, Christopher Liner. 基于小波多尺度分析的奇异性指数: 一种新地震属性[J]. 地球物理学报, 2005, 48(4): 882~888.
Li C F, Christopher L. Singularity exponent from wavelet-based multiscale analysis: A new seismic attribute[J]. Chinese J. Geophys. (in chinese), 2005, 48(4): 882~888.
- [14] Zemanian A H. Distribution theory and transform analysis: An introduction to generalized functions[J]. with applications. New York: McGraw-Hill. 1965, 1~371.
- [15] Holschneider M. Wavelets an analysis tool[M]. Oxford Science Publications, 1995.
- [16] Le Mehaute A. Fractal geometries Boco Raton[M]. FL, USA. CRC Press Inc. 1991, 1~181.
- [17] Gorenflo R F. Fractional Calculus in Continuum Mechanics, chapter Fractional Calculus[M]. Springer Verlag, 1997.
- [18] Mallat S, Hwang W L. Singularity detection and processing with wavelets[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1992, 38: 617~642.
- [19] Struzik Z R. Determining local singularity strengths and their spectra with the wavelet transform[J]. Fractals, 2000, 8(2): 163~179.
- [20] Bony J M. Two-microlocalization and propagation of singularities for semilinear hyperbolic equations[M]. In Proc. of Tanaguchi Symp., HERT. Katata, October 1984: 11~49.
- [21] Guiheneuf B, Levy Vehel J. 2 - microlocal analysis and applications in signal processing[M]. In: Proceedings of International Wavelets Conference, Tangier, 1998.
- [22] Jaffard S. Pointwise smoothness, two-microlocalization and wavelet coefficients[J]. Publicacions Matematiques, 1991, 35: 155~168.
- [23] Kolwankar K M, Levy Vehel J. A time domain characterization of the fine local regularity of functions[J]. JFAA, 2002, 8: 319~334.
- [24] 曹聿明. 地震道的奇异性特征与分辨率[J]. 石油地球物理勘探, 1995, 30(4): 480~486.
Cao Y M. Resolution and singularity of seismic trace[J]. Oil Geophysical Prospecting (in Chinese), 1995, 30(4): 480~486.
- [25] 曹茂森, 任青文, 王怀洪. 基于小波与分形理论的地震异常检测[J]. 地球物理学报, 2005, 48(3): 672~679.
Cao M S, Ren Q W, Wang H H. A method of detecting seismic singularities using combined wavelet with fractal[J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2005, 48(3): 672~679.
- [26] 李庆春, 朱光明. 基于小波变换的薄层地震信号奇点的检测[J]. 地震学报, 2000, 22(1): 54~58.
Li Q C, Zhu G M. Wavelet-based singularity detection of thin-layer seismic signal [J]. Acta Seismologica Sinica (in Chinese), 2000, 22(1): 54~58.
- [27] 李世雄. 一维波动方程的奇性反演与小波[J]. 地球物理学报, 1995, 38(1): 93~104.
Li S X. Analysis and inversion of singularities of one-dimen-

- sional wave equations and wavelets[J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 1995, 38 (1):93~104.
- [28] Herrmann F J, Stark C. Monoscale analysis of edges Preflectors using fractional differentiations. 69th Ann. Internat Mtg., Soc. Expl [M]. Geophys. Expanded Abstracts, 1999.
- [29] Herrmann F J. Singularity characterization by monoscale analysis: Application to seismic imaging[J]. Appl. Comput. Harmon. Anal., 2001, 11: 64~88.
- [30] Herrmann F J. Fractional spline matching pursuit: a quantitative tool for seismic stratigraphy. In Expanded Abstracts, Tulsa, 2001a. Soc. Expl. Geophys.
- [31] Herrmann F J. Multifractional splines; application to seismic imaging. In M. Unser, A. Aldroubi, Andrew, and Laine, editors, Proceedings of SPIE Technical Conference on Wavelets: Applications in Signal and Image Processing X, volume 5207, pages 240 - 258. SPIE, 2003.
- [32] Wapenaar K, Gousswaard J, Van Wijngaarden A-J. Multian-gle, multiscale inversion of migrated seismic data[J]. The Leading Edge, 1999, 18: 928~932.
- [33] Lyons W J, Herrmann F J, Grotzinger J. Singularity analysis: a tool for extracting lithologic and stratigraphic content from seismic data. 71st Ann. Internat Mtg., Soc. Expl[M]. Geophys. Expanded Abstracts, 2001.
- [34] Smythe J, Gersztenkorn A, Radovich B, Liner C, and Li C. SPICE: Layered Gulf of Mexico Shelf Framework from Spectral Imaging[J]. The Leading Edge, 2004, 23: 921~926.
- [35] Liner C, Li C F, Gersztenkorn A, Smythe A. SPICE: A new general seismic attribute; 72nd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 2004, 433~436.
- [36] Li C F. Scaling and wavelet-based singularity analyses for geological and geophysical interpretation[Ph. D. dissertation]. Tulsa: Univ. of Tulsa, 2002.