

饱和地基中埋置刚性圆柱基础的等效 竖向动力刚度

蔡袁强, 胡秀青

(浙江大学 软土与环境工程教育部重点实验室, 浙江 杭州 310027)

摘要: 运用 Biot 动力方程, 考虑基础侧面和地基的相互作用, 研究埋置于饱和地基中有质量的刚性圆柱基础在竖向简谐激振力作用下的动力响应问题。基底以上的土被视为由若干圆形极薄层组成的独立饱和层, 基底以下的土视为饱和半空间, 且不计上覆土层的覆盖效应。土与基础在四周及基底处紧密接触且接触面是完全透水的。采用 Hankel 积分变换并结合基础与地基接触面的混合边值条件, 得到饱和地基中刚性圆柱埋置基础的等效竖向动力刚度的表达式。为验证所获结果的正确性, 计算地基为弹性土时埋置刚性圆柱基础的等效竖向动力刚度曲线, 并与已有文献中的结果作对比。数值分析结果表明: 量纲一的激振频率对饱和地基中刚性圆柱埋置基础的等效竖向动力刚度的实部和虚部值有很大影响; 随着基础埋深的增加, 等效竖向动力刚度的实部和虚部值线性增加; 渗透系数对等效竖向动力刚度的影响较大, 且随着量纲一的激振频率的增加, 渗透系数对动力刚度的影响越来越明显。

关键词: 土力学; 饱和地基; 竖向简谐激振力; 等效竖向动力刚度; 埋置基础

中图分类号: TU 432

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2008)02 - 361 - 07

EQUIVALENT VERTICAL DYNAMIC STIFFNESS FOR EMBEDDED RIGID CYLINDRICAL FOUNDATION IN SATURATED SOIL

CAI Yuanqiang, HU Xiuqing

(Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering, Ministry of Education, Zhejiang University, Zhejiang, Hangzhou 310027, China)

Abstract: Considering the interaction between the soil and the side of the foundation, the dynamic response of a rigid cylindrical massive foundation embedded in saturated soil under vertical time-harmonic excitations is investigated based on Biot's dynamic equations. The soil below the foundation base is represented by a saturated half space while the soil over the foundation base is represented by an independent saturated soil composed of a series of infinitesimally thin independent saturated layers. It is deemed that the interaction between the base of the foundation and saturated soil is independent of embedment depth. The foundation is perfectly bonded to the surrounding soil; and the contact surface between the saturated soil and the foundation base is fully permeable. Combining the mixed boundary conditions at the interface between the foundation and the saturated soil, the vertical dual integral equations are established. Solutions for the equivalent vertical dynamic stiffness of rigid cylindrical embedded foundation in saturated soil are obtained by solving the integral equations using Hankel integral transforms. The accuracy of the presented solution is verified by degenerating the saturated soil to an elastic soil and by comparing it with the existing solutions for ideal elastic soil. Numerical results indicate that both real and imaginary parts of the equivalent vertical dynamic stiffness of rigid cylindrical foundation embedded

收稿日期: 2007 - 04 - 26; **修回日期:** 2007 - 07 - 09

作者简介: 蔡袁强(1965 -), 男, 博士, 1987年毕业于浙江大学土木工程专业, 现任教授、博士生导师, 主要从事土动力学与地基处理方面的教学与研究工作。E-mail: caiyq@zju.edu.cn

in saturated soil depend significantly on the dimensionless frequency of excitation; and there is a linear increase in the real and the imaginary parts of the equivalent vertical dynamic stiffness as the depth ratio increases. Furthermore, the permeability coefficient has significant effect on the equivalent vertical dynamic stiffness; and the effects become more obvious as the dimensionless frequency of excitation increases

Key words: soil mechanics; saturated soil; vertical time-harmonic excitations; equivalent vertical dynamic stiffness; embedded foundation

1 引言

地基与基础的动力相互作用问题是涉及土动力学、弹性动力学以及结构动力学等学科领域的一个重要课题,因而一直受到人们的重视。自然界中存在的地基土一般是由固、液、气三相组成的复杂介质。饱和地基土则是由固、液两相耦合的多孔介质,也是工程中较为常见的一类土。以饱和土作为研究对象是目前的研究热点之一,1956年,M. A. Biot^[1]建立了饱和多孔介质的波动方程,为研究饱和多孔介质的波动问题奠定了理论基础。1976年,S. Paul^[2, 3]首先应用 Biot 理论分析了二维饱和多孔半空间在脉冲荷载、表面荷载和点荷载作用下的 Lamb 问题,但其忽略了饱和土中流体的黏滞性。M. R. Halpern 和 P. Christiano^[4]考虑了透水、不透水 2 种边界条件,给出了位于饱和多孔半空间表面上的刚性正方形板受竖向、摇摆简谐激振力作用力时的柔度系数,并研究了板底面的接触剪应力分布曲线。A. J. Philippacopoulos^[5, 6]分别研究了饱和多孔介质表面作用一竖向集中荷载时的 Lamb 问题以及在饱和半空间内部作用一随时间任意变化的点荷载时的波动问题。Y. Q. Cai 等^[7]研究了下卧基岩双层饱和地基的表面作用轴对称竖向荷载时的稳态动力响应问题,给出了地表位移的幅值曲线。M. K. Kassir 等^[8]假设基础为透水、无质量且可以忽略厚度的刚性圆板,研究了饱和半空间上圆形基础的竖向振动问题。陈胜立等^[9]研究了位于单层饱和地基上的圆板在竖向简谐荷载作用下的动力响应问题。这些研究大多是假定基础位于地基表面的,而考虑到工程实际,很多基础都有一定的埋深,因此研究埋置基础的动力响应问题有很大的工程实际价值。王建华等^[10]运用 Hankel 变换求解了柱坐标下的 Biot 波动方程,得到了埋置点源简谐荷载作用下的动力 Green 函数。R. K. N. D. Rajapakse 和 T. Senjuntichai^[11]计算了埋置在层状饱和地基中的条形基础受简谐荷载作用时的动力响应问题,并考虑了

层状地基下面是半空间和基岩 2 种情况。X. Zeng 和 R. K. N. D. Rajapakse^[12]研究了埋置在饱和半空间内部无质量的刚性薄圆板受简谐竖向荷载作用时的动力响应问题,并数值分析了埋置深度、排水条件和土体参数对振动的影响。T. Senjuntichai 等^[13]给出了埋置于饱和多孔介质中的刚性基础的动力刚度系数,并考虑基础几何形状对动力刚度的影响,但他也没有考虑基础质量。以上研究要么给定荷载的分布形式,要么直接利用混合边值条件求解,大都没有考虑基础侧面与地基的相互作用。对于埋置于饱和地基中考虑质量的刚性圆柱基础的竖向振动问题,目前还鲜见研究。

本文运用 Biot 动力方程,考虑基础侧面和地基的相互作用,研究了埋置于饱和地基中有质量的刚性圆柱基础在竖向简谐激振力下的动力响应问题。采用 Hankel 积分变换并结合基础与地基接触面的混合边值条件,通过求解方程组得到了饱和地基中埋置刚性圆柱基础的等效动力刚度,并数值分析了量纲一的激振频率、基础埋深、饱和土渗透系数对等效动力刚度的影响。

2 基本动力方程及其求解

根据 Biot 理论,空间轴对称土体的动力平衡方程为

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} = \rho \ddot{u}_r + \rho_f \ddot{w}_r \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \rho \ddot{u}_z + \rho_f \ddot{w}_z \quad (2)$$

式中: σ_i ($i=r, \theta, z$) 为土骨架正应力; τ_{rz} 为土骨架剪应力; u_r, u_z 分别为土骨架的径向和竖向位移; w_r, w_z 分别为流体相对于土体的径向和竖向位移; ρ 为饱和土质量密度,且有 $\rho = (1-n)\rho_s + n\rho_f$, ρ_s, ρ_f 分别为土颗粒和水的密度, n 为孔隙率; 变量上面的点表示对时间 t 求导。

孔隙流体的平衡方程为

$$-\frac{\partial p_f}{\partial r} = \rho_f \ddot{u}_r + \frac{\rho_f}{n} \ddot{w}_r + b\dot{w}_r \quad (3)$$

$$-\frac{\partial p_f}{\partial z} = \rho_f \ddot{u}_z + \frac{\rho_f}{n} \ddot{w}_z + b \dot{w}_z \quad (4)$$

式中: p_f 为孔隙水压, b 为反映黏性耦合的参数。

渗流连续方程为

$$\frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r} + \frac{\dot{u}_r}{r} + \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}_r}{\partial r} + \frac{\dot{w}_r}{r} + \frac{\partial \dot{w}_z}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

土体的应力 - 应变关系为

$$\sigma_r = \lambda e + 2G \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad (6)$$

$$\sigma_z = \lambda e + 2G \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (7)$$

$$\sigma_\theta = \lambda e + 2G \frac{u_r}{r} \quad (8)$$

$$\tau_{rz} = G \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \quad (9)$$

其中,

$$e = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

式中: λ, G 均为土骨架的Lame 常数。

建立模型如图 1 所示。 H 为刚性圆柱基础的埋置深度; m 为基础的质量; r_0 为基础半径; $P(t) = P_0 e^{i\omega t}$ 为作用在基础上的竖向简谐激振力; $R_b(t)$ 为作用在基础底面的反力, $R_b(t) = R_b e^{i\omega t}$, R_b 为基底反力幅值; $R_s(t)$ 为作用在基础侧面的反力, $R_s(t) = R_s e^{i\omega t}$, R_s 为基础侧面的反力幅值。

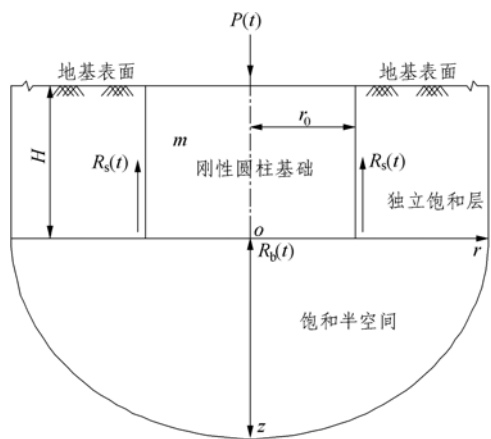


图 1 埋置于饱和地基中的刚性圆柱基础的力学模型

Fig.1 Model for rigid cylindrical foundation embedded in saturated soil

Y. O. Beredugo 和 M. Novak^[14] 在分析埋置于弹性地基中基础的动力响应问题时, 其假设是基于 V. A. Baranov^[15]提出的假设, 本文也采用类似的假设:

(1) 地基为横观各向同性饱和介质, 基础为具有质量 m 、半径 r_0 的刚性圆柱体, 土与基础在四周及底部紧密接触, 相互之间无滑移, 且接触面是透

水的。

(2) 基底以上的土被视为由若干半径为 r_0 的圆形极薄饱和层组成, 基底以下的土视为饱和半空间, 且不计上覆土层的覆盖效应。

刚性圆柱埋置基础的动力平衡方程为

$$m\ddot{U}(t) = P(t) - R_b(t) - R_s(t) \quad (10)$$

式中: $U(t)$ 为刚性圆柱埋置基础的竖向位移, 且有 $U(t) = U_0 e^{i\omega t}$, U_0 为竖向位移振幅。

引入量纲一的参数及量纲一的变量:

$$a_0 = \sqrt{\frac{\rho}{G}} r_0 \omega, \quad \rho^* = \frac{\rho_f}{\rho}, \quad b^* = \frac{b}{\sqrt{\rho G}} r_0, \quad \lambda^* = \frac{\lambda}{G},$$

$$\bar{r} = \frac{r}{r_0}, \quad \bar{z} = \frac{z}{r_0}, \quad \bar{u}_r = \frac{u_r}{r_0}, \quad \bar{u}_z = \frac{u_z}{r_0}, \quad \bar{w}_r = \frac{w_r}{r_0},$$

$$\bar{w}_z = \frac{w_z}{r_0}, \quad \bar{p}_f = \frac{p_f}{G}, \quad \bar{\sigma}_r = \frac{\sigma_r}{G}, \quad \bar{\sigma}_\theta = \frac{\sigma_\theta}{G}, \quad \bar{\sigma}_z = \frac{\sigma_z}{G},$$

$$\bar{\tau}_{rz} = \frac{\tau_{rz}}{G}.$$

2.1 求解基础底面的反力

记 $\tilde{f}^\mu(\xi, z)$ 为函数 $f(r, z)$ 的 μ 阶 Hankel 变换形式, 按照蔡袁强等^[16]提出的方法求解方程式(1)~(9), 可解得

$$\tilde{e}^0 = A_1 e^{-q\bar{z}} \quad (11)$$

$$\tilde{p}_f^0 = c_{21} A_1 e^{-q\bar{z}} + A_2 e^{-s\bar{z}} \quad (12)$$

$$\tilde{\tau}_{rz}^1 = -2q c_{31} A_1 e^{-q\bar{z}} - 2\xi c_{32} A_2 e^{-s\bar{z}} - \frac{s^2 + \xi^2}{s} A_3 e^{-s\bar{z}} \quad (13)$$

$$\tilde{\sigma}_z^0 = y A_1 e^{-q\bar{z}} - 2\xi c_{32} A_2 e^{-s\bar{z}} - 2\xi A_3 e^{-s\bar{z}} \quad (14)$$

$$\tilde{u}_z^0 = c_{41} A_1 e^{-q\bar{z}} + c_{42} A_2 e^{-s\bar{z}} + c_{43} A_3 e^{-s\bar{z}} \quad (15)$$

其中,

$$q = \sqrt{\xi^2 + D_2}, \quad s = \sqrt{\xi^2 - a_0^2 - \rho^* a_0^2 D_1}, \quad c_{21} = \frac{D_3}{D_2}$$

$$c_{31} = \frac{\xi[\lambda^* + 1 - c_{21}(1 + D_1)]}{q^2 - s^2}, \quad c_{32} = \frac{-\xi(1 + D_1)}{\xi^2 - s^2}$$

$$c_{41} = \frac{q c_{31}}{\xi}, \quad c_{42} = c_{32}, \quad c_{43} = \frac{\xi}{s}$$

$$y = \lambda^* \xi c_{31} - (\lambda^* + 2) q c_{41}, \quad D_1 = \frac{n \rho^* a_0}{i n b^* - \rho^* a_0}$$

$$D_2 = \frac{a_0^2 (\rho^* + 2 D_1 \rho^* - D_1)}{D_1 (\lambda^* + 2)}, \quad D_3 = \frac{\rho^* a_0^2 (1 + D_1)}{D_1}$$

本文研究的是基础在竖向简谐荷载下的动力响应问题, 因此 $a_0, \text{Re}(q)$ 和 $\text{Re}(s)$ 均大于 0。

饱和土层与基底紧密接触且接触表面是透水的, 则量纲一化后的混合边值条件为

$$\bar{\sigma}_z(\bar{r}, 0, t) = 0 \quad (1 < \bar{r} \leq \infty) \quad (16)$$

$$\bar{p}_r(\bar{r}, 0, t) = 0 \quad (0 \leq \bar{r} \leq \infty) \quad (17)$$

$$\bar{\tau}_{rz}(\bar{r}, 0, t) = 0 \quad (0 \leq \bar{r} \leq \infty) \quad (18)$$

$$\bar{u}_z(\bar{r}, 0, t) = \frac{U_0}{r_0} \quad (0 \leq \bar{r} \leq 1) \quad (19)$$

将式(12)~(15)代入式(16)~(19), 可得到一组描述刚性圆柱基础竖向振动混合边值问题的对偶积分方程:

$$\int_0^\infty \xi^{-1} [1 + H(\xi)] B(\xi) J_0(\xi \bar{r}) d\xi = \frac{U_0}{r_0 \zeta} \quad (0 \leq \bar{r} \leq 1) \quad (20)$$

$$\int_0^\infty B(\xi) J_0(\xi \bar{r}) d\xi = 0 \quad (1 < \bar{r} \leq \infty) \quad (21)$$

其中,

$$H(\xi) = \frac{\zeta f(\xi)}{\zeta} - 1, \quad \zeta = \lim_{\xi \rightarrow \infty} \xi f(\xi) = -(1 - \nu)$$

$$f(\xi) = \frac{c_{41} - c_{42}c_{21} - dc_{43}}{y + 2c_{21}c_{32}\xi + 2\xi d}, \quad d = s \frac{qc_{31} + \xi c_{41} - 2\xi c_{32}c_{21}}{s^2 + \xi^2}$$

式中: ν 为土骨架的泊松比。

运用 B. Nobel^[17]提到的方法, 有

$$B(\xi) = \frac{2\xi U_0}{\pi \zeta r_0} \int_0^1 \theta(x) \cos(\xi x) dx \quad (22)$$

这样, 对偶积分方程可转为第二类 Fredholm 积分方程, 即

$$\theta(x) + \frac{1}{\pi} \int_0^1 F(x, \tau) \theta(\tau) d\tau = 1 \quad (23)$$

其中,

$$F(x, \tau) = 2 \int_0^\infty H(\xi) \cos(\xi x) \cos(\xi \tau) d\xi$$

求解式(23)可得基础底面的反力幅值 R_b 为

$$R_b = \frac{4Gr_0}{1 - \nu} U_0 \int_0^1 \theta(x) dx = \frac{4Gr_0}{1 - \nu} \frac{U_0}{f_1 + if_2} \quad (24)$$

其中,

$$f_1 = \text{Re} \left(\frac{1}{\int_0^1 \theta(x) dx} \right), \quad f_2 = \text{Im} \left(\frac{1}{\int_0^1 \theta(x) dx} \right)$$

2.2 求解基础侧面的反力

根据 V. A. Baranov^[15]的假定, 此薄层内的正应力 σ_z 与 z 无关, 且忽略 u_r 沿 z 轴的变化对基础侧面反力的影响, 则式(2), (4), (9)进行量纲一化后可改写为

$$\frac{\partial^2 \bar{u}_z}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial \bar{r}} = -a_0^2 \bar{u}_z - \rho^* a_0^2 \bar{w}_z \quad (25)$$

$$(inb^* - \rho^* a_0) \bar{w}_z - n\rho^* a_0 \bar{u}_z = 0 \quad (26)$$

$$\bar{\tau}_{rz} = \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial \bar{r}} \quad (27)$$

联合式(25), (26), 可解得

$$\bar{u}_z = B_1 H_0^{(1)}(\beta \bar{r}) + B_2 H_0^{(2)}(\beta \bar{r}) \quad (28)$$

式中: $H_0^{(1)}, H_0^{(2)}$ 分别为 0 阶第一类和第二类 Hankel 函数; B_1, B_2 为待定常数; $\beta = a_0 \sqrt{1 + \rho^* D_1}$, 且有 $\text{Re}(\beta) > 0$ 。

由于基础振动在饱和薄层内仅有向外传播的波, 由 Hankel 函数的渐近性可得 $B_1 = 0$, 再将式(28)代入式(27), 得

$$\bar{\tau}_{rz} = -B_2 \beta H_1^{(2)}(\beta \bar{r}) \quad (29)$$

式中: $H_1^{(2)}$ 为 1 阶第二类 Hankel 函数。

联合式(19), (27), (29)可得 $\bar{r} = 1$ 处的量纲一的剪应力 $\bar{\tau}_{1z}$ 为

$$\bar{\tau}_{1z} = -\beta \frac{U_0}{r_0} \frac{H_1^{(2)}(\beta)}{H_0^{(2)}(\beta)} \quad (30)$$

沿基础侧面对 $\bar{\tau}_{1z}$ 进行积分可得作用在基础侧面的反力幅值 R_s 为

$$R_s = -Gr_0 \int_0^l 2\pi r_0 \bar{\tau}_{1z} d\bar{z} = Gr_0 l U_0 \frac{2\pi \beta H_1^{(2)}(\beta)}{H_0^{(2)}(\beta)} \quad (31)$$

式中: l 为基础的埋深比, 且有 $l = \frac{H}{r_0}$ 。

$$\text{记: } S_1 = \text{Re} \left[\frac{2\pi \beta H_1^{(2)}(\beta)}{H_0^{(2)}(\beta)} \right], \quad S_2 = \text{Im} \left[\frac{2\pi \beta H_1^{(2)}(\beta)}{H_0^{(2)}(\beta)} \right],$$

则式(31)可化为

$$R_s = Gr_0 l U_0 (S_1 + iS_2) \quad (32)$$

2.3 求解埋置刚性圆柱基础的动力平衡方程

将式(24), (32)代入式(10)后整理, 得

$$\frac{\rho r_0^2 B_z}{G} \ddot{U}(t) + K_v U(t) = \frac{1 - \nu}{4Gr_0} P(t) \quad (33)$$

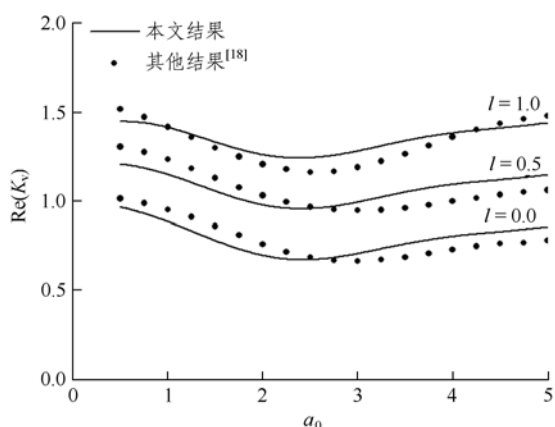
式中: B_z 为基础质量比, K_v 为等效竖向动力刚度, 且分别有

$$B_z = \frac{1 - \nu}{4} \frac{m}{\rho r_0^3} \quad (34)$$

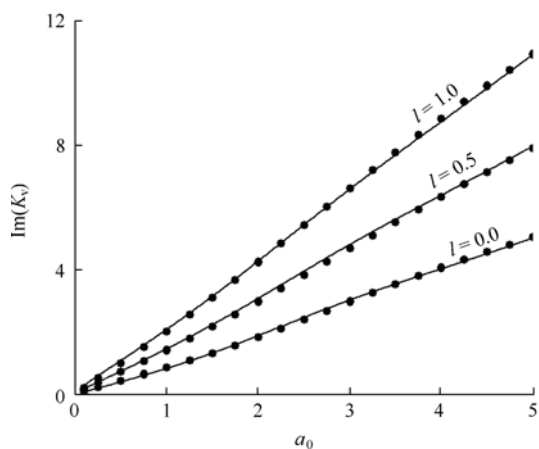
$$K_v = \frac{f_1 - if_2}{f_1^2 + f_2^2} + \frac{1 - \nu}{4} l (S_1 + iS_2) \quad (35)$$

3 解的退化与验证

为了验证推导的正确性, 计算了不同埋深比时, 弹性地基中刚性圆柱基础量纲一的等效动力刚度 K_v 随 a_0 的变化曲线 ($\nu = 0.25$)。程序中令 $\rho^* = 10^{-5}$ 和 $b^* = 10^{-5}$ 将饱和地基退化到弹性地基的情形, 并将所得结果与 R. J. Apsel 和 J. E. Luco^[18]进行了对比, 见图 2。由于其给出的曲线无量纲频率 a_0 的值为 0.0~5.0, 所以对比也仅限于此范围。由图 2 中可以看出, 二者的动力刚度实部值存在着一定的差值, 这是由于在 R. J. Apsel 和 J. E. Luco^[18]中地基被



(a) 实部



(b) 虚部

图 2 弹性地基中本文的计算结果与其他结果^[18]对比

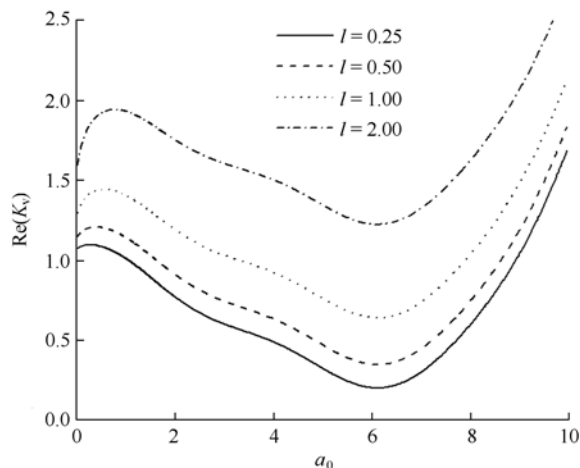
Fig.2 Comparisons between presented results for elastic soil and other results^[18]

视为粘弹性的, 但最大差值只有 6%; 二者的动力刚度虚部值吻合的很好。

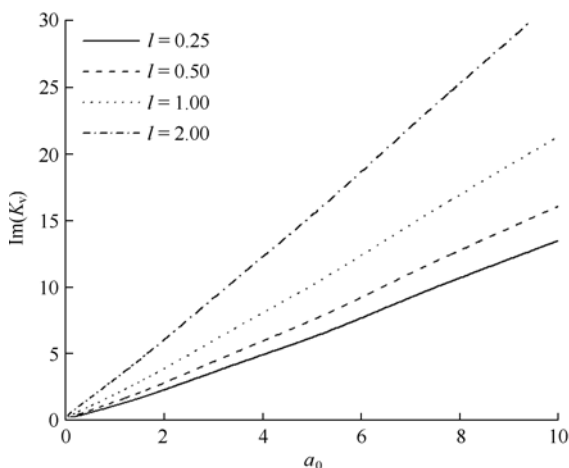
4 算例分析

算例的土层参数取值如下: 孔隙率 $n=0.4$, $\nu=0.25$, 量纲一的物理力学参数为: $\rho^*=0.53$, $\lambda^*=1$, $b^*=0.01, 0.10, 1.00, 10.00, 100.00$ 。在分析过程中, 选取量纲一的激振频率 a_0 范围为 $0.0 < a_0 \leq 10.0$ 。

图 3 给出了埋深比 $l=0.25, 0.50, 1.00, 2.00$ 以及 $b^*=0.01$ 时等效动力刚度 K_v 随 a_0 的变化曲线。由图中可以看出, a_0 对 K_v 有很大的影响。埋深一定, 当 a_0 较小时 $Re(K_v)$ 随 a_0 的增大而增加, 在 $a_0=0.5$ 附近达到最大值, 当 $0.5 < a_0 < 6.5$ 时 $Re(K_v)$ 随 a_0 的增大而减小, 当 $6.5 < a_0 \leq 10.0$ 时 $Re(K_v)$ 随 a_0 的增大而急剧增加。 $Im(K_v)$ 在整个频



(a) 实部



(b) 虚部

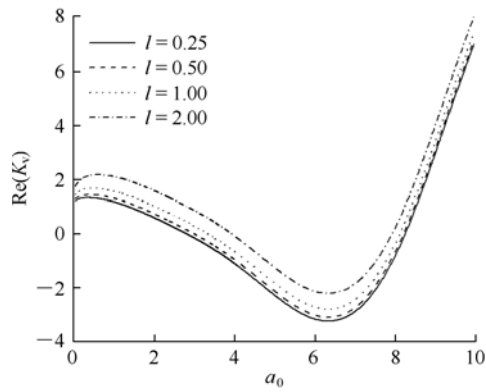
图 3 不同埋深时 K_v 随 a_0 的变化曲线 ($b^*=0.01$)

Fig.3 Variation curves of K_v and a_0 with different depth ratios ($b^*=0.01$)

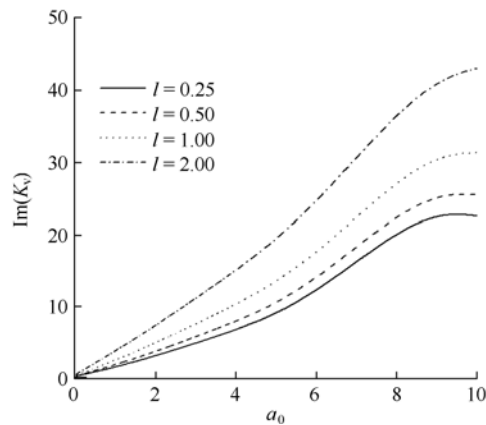
率范围内与 a_0 基本呈线性增加的关系, 且增加的速率与埋深比 l 紧密相关, l 越大, $Im(K_v)$ 随 a_0 增长速度也越快。由图 3 中还可以看出, a_0 一定时, 埋深比 l 越大, K_v 值也越大。

图 4 为 $b^*=100.00$ 时不同埋深的等效动力刚度随 a_0 的变化曲线。由图 4(a)中可以看出, $Re(K_v)$ 的变化规律与图 3(a)类似: 低频段 ($a_0 < 0.5$), $Re(K_v)$ 随 a_0 的增大而增加; $0.5 < a_0 < 6.5$ 时, 随 a_0 的增大而减小; 当 $6.5 < a_0 \leq 10.0$ 时, 随 a_0 的增大而急剧增加。而 $Im(K_v)$ 的变化规律与图 3(b)相比有所不同: 当 $a_0 < 6.0$ 时, $Im(K_v)$ 随 a_0 线性增加, 但当 $a_0 > 6.0$ 时随 a_0 的增加而曲线趋于平缓。

图 5 给出了 $a_0=1.0$, $b^*=0.01, 1.00, 100.00$ 时, K_v 随埋深比 l 变化曲线。由图 5 可知, 对于给定的 b^* 值, $Re(K_v)$ 和 $Im(K_v)$ 的值都随 l 的增加而



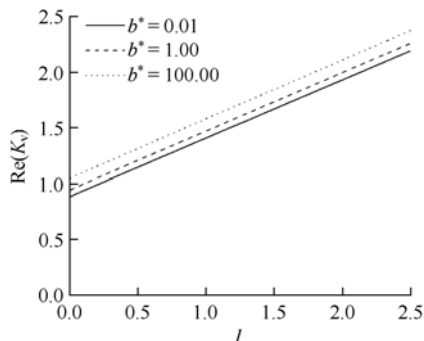
(a) 实部



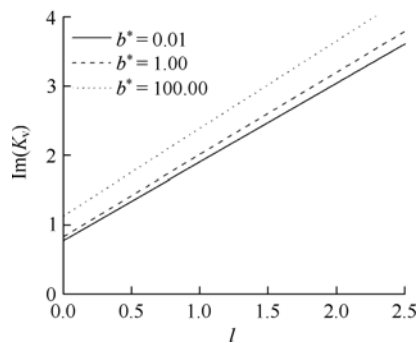
(b) 虚部

图4 不同埋深时 K_v 随 a_0 的变化 ($b^* = 100.00$)

Fig.4 Variation curves of K_v and a_0 with different depth ratios ($b^* = 100.00$)



(a) 实部



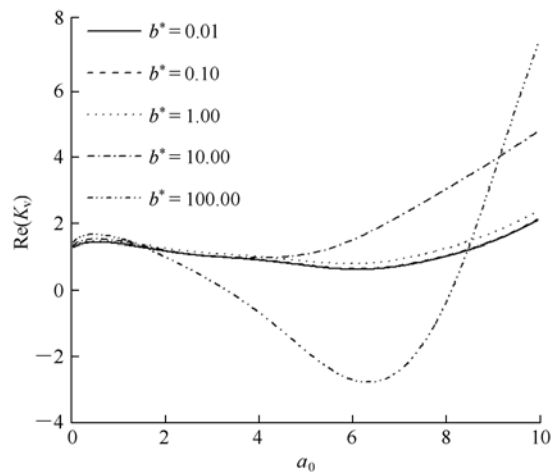
(b) 虚部

图5 $a_0 = 1.0$, 不同 b^* 值时 K_v 随 l 的变化

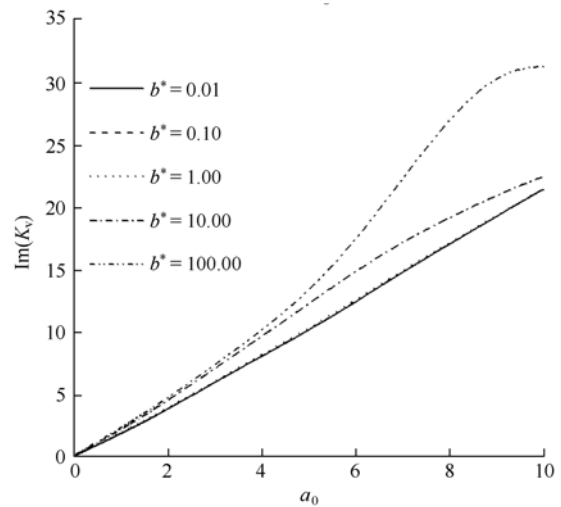
Fig.5 Variation curves of K_v and l with different values of b^* for $a_0 = 1.0$

线性增大, 且 b^* 值越大, $Re(K_v)$ 和 $Im(K_v)$ 随 l 的增加速度也越快。

为了分析 b^* 值对等效动力刚度 K_v 的影响, 图 6 给出了 $b^* = 0.01, 0.10, 1.00, 10.00, 100.00$, 埋深比 $l = 1.00$ 时, K_v 随 a_0 的变化曲线。 b^* 值越大, 饱和土的渗透系数越小。由图 6 可以看出, b^* 对 K_v 有很大影响。 $Im(K_v)$ 随 b^* 值的增加而增加; $b^* \leq 10.00$ 时, $Re(K_v)$ 随 b^* 值的增加而增加, 且在整个频率范围内, $Re(K_v)$ 曲线比较平缓。但当渗透系数很小, 即 $b^* = 100.00$ 时, $Re(K_v)$ 随 a_0 的增加其值波动比较大, 在 $4.0 < a_0 < 8.0$ 内甚至会出现负值。由图中还可以看出, $b^* = 0.01$ 和 $b^* = 0.10$ 对应的 K_v 曲线基本重合, 这说明当 $b^* < 1.00$ 时 b^* 值对动力刚度的影响很小。当 $b^* \geq 1.00$ 时, b^* 值对动力刚度的实部和虚部均有明显的影响。 $a_0 < 1.0$ 时 b^* 值对动力刚度影响不大。随着 a_0 的增加, b^* 值对动力刚度的影响越来越明显。



(a) 实部



(b) 虚部

图6 不同 b^* 值时 K_v 随 a_0 的变化 ($l = 1.00$)

Fig.6 Variation curves of K_v and a_0 with different values of b^* ($l = 1.00$)

5 结 论

本文运用 Biot 动力方程, 考虑基础侧面和地基的相互作用, 研究了埋置于饱和地基中有质量的刚性圆柱基础在竖向简谐激振力下的动力响应问题。采用 Hankel 积分变换并结合基础与地基接触面的混合边值条件, 通过求解方程组得到了饱和地基中埋置刚性圆柱基础的等效竖向动力刚度。计算了退化到单相弹性介质时的等效竖向动力刚度, 并与有关研究结果^[18]进行了对比, 从而验证了本文推导的正确性。研究表明:

(1) 量纲一的激振频率 a_0 对等效竖向动力刚度 K_v 有很大的影响。埋深一定, 在低频段, $\text{Re}(K_v)$ 随 a_0 的增大而增加, 在 $a_0 = 0.5$ 附近达到最大值; $0.5 < a_0 < 6.5$ 范围, $\text{Re}(K_v)$ 随 a_0 的增大而减小, 当 $6.5 < a_0 \leq 10.0$ 时 $\text{Re}(K_v)$ 随 a_0 的增大急剧增加。 $\text{Im}(K_v)$ 在整个频率范围内随 a_0 的增加而增加, 且埋深越大, $\text{Im}(K_v)$ 随 a_0 的增长速度越快。

(2) 对于给定的 b^* 值, 当 a_0 一定时, $\text{Re}(K_v)$ 和 $\text{Im}(K_v)$ 都随埋深比 l 的增加而线性增大, b^* 值越大, $\text{Re}(K_v)$ 和 $\text{Im}(K_v)$ 随 l 的增加速度越快。

(3) b^* 对 K_v 的影响较大。当埋深比一定时, $\text{Im}(K_v)$ 随 b^* 值的增加而增加; 当 $b^* \leq 10.00$ 时, $\text{Re}(K_v)$ 随 b^* 值的增加而增加, 但当 $b^* \geq 100.00$ 时, $\text{Re}(K_v)$ 随 a_0 的变化曲线波动比较大, 在 $4.0 < a_0 < 8.0$ 内甚至会出现负值。当 $b^* < 1.00$ 时 b^* 对 K_v 影响很小。当 $b^* \geq 1.00$ 时, b^* 对动力刚度的实部和虚部值都有着较大的影响。 $a_0 < 1.0$ 时 b^* 对 K_v 影响不大。随着 a_0 的增加, b^* 值对 K_v 的影响越来越明显。

参考文献(References):

- [1] BIOT M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1956, 28(2): 168 - 191.
- [2] PAUL S. On the displacements produced in a porous elastic half-space by an impulsive line load(non-dissipative case)[J]. Pure and Applied Geophysics, 1976, 114(4): 605 - 614.
- [3] PAUL S. On the disturbance produced in a semi-infinite poroelastic medium by a surface load[J]. Pure and Applied Geophysics, 1976, 114(4): 615 - 627.
- [4] HALPERN M R, CHRISTIANO P. Steady-state harmonic response of a rigid plate bearing on a liquid-saturated poroelastic half space[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1986, 14(3): 439 - 454.
- [5] PHILIPPAPOULOS A J. Lamb's problem for fluid-saturated, porous media[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1988, 78(2): 908 - 923.
- [6] PHILIPPAPOULOS A J. Buried point source in a poroelastic half-space[J]. Journal of the Engineering Mechanics, 1997, 123(8): 860 - 869.
- [7] CAI Y Q, MENG K, XU C J. Stable response of axisymmetric two-phase water-saturated soil[J]. Journal of Zhejiang University (Science A), 2004, 5(9): 1 022 - 1 027.
- [8] KASSIR M K, BANDYOPADYAY K K, XU J. Vertical vibration of a circular footing on a saturated half space[J]. International Journal of Engineering Science, 1989, 27(4): 353 - 361.
- [9] 陈胜立, 张建民, 陈龙珠. 下卧刚性基岩的饱和地基上基础的动力分析[J]. 固体力学学报, 2002, 23(3): 325 - 329.(CHEN Shengli, ZHANG Jianmin, CHEN Longzhu. Dynamic response of a rigid circular footing on single-layered saturated soil[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2002, 23(3): 325 - 329.(in Chinese))
- [10] 王建华, 陆建飞, 沈为平. 半空间饱和土在内部简谐垂直力作用下的 Green 函数[J]. 水利学报, 2001, (3): 54 - 57, 63.(WANG Jianhua, LU Jianfei, SHEN Weiping. The Green function of harmonic vertical load applied on the interior of the half space saturated soil[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2001, (3): 54 - 57, 63.(in Chinese))
- [11] RAJAPAKSE R K N D, SENJUNTICHAJ T. Dynamic response of a multi-layered poroelastic medium[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1995, 24(5): 703 - 722.
- [12] ZENG X, RAJAPAKSE R K N D. Vertical vibrations of a rigid disk embedded in a poroelastic medium[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1999, 23(15): 2 075 - 2 095.
- [13] SENJUNTICHAJ T, MANI S, RAJAPAKSE R K N D. Vertical vibration of an embedded rigid foundation in a poroelastic soil[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2006, 26(6/7): 626 - 636.
- [14] BEREDUGO Y O, NOVAK M. Coupled horizontal and rocking vibration of embedded footings[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1972, 9(4): 477 - 493.
- [15] BARANOV V A. On the calculation of excited vibrations of an embedded foundation(in Russian)[J]. Polytechnical Institute of Riga, 1967, 14(5): 195 - 207.
- [16] 蔡袁强, 徐长节, 郑灶锋, 等. 轴对称饱和地基竖向振动分析[J]. 应用数学和力学, 2006, 27(1): 75 - 81.(CAI Yuanqiang, XU Changjie, ZHENG Zhaofeng, et al. Vertical vibration analysis of saturated soil[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2006, 27(1): 75 - 81.(in Chinese))
- [17] NOBEL B. The solution of Bessel-function dual integral equations by a multiplying-factor method[J]. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 1963, 59(3): 351 - 362.
- [18] APSEL R J, LUCO J E. Impedance functions for foundations embedded in a layered medium: an integral equation approach[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1987, 15(2): 213 - 231.