

# 用遗传算法确定地基承载力

罗晓辉

(华中科技大学土木工程学院 武汉 430074)

**摘要** 地基承载力的确定是基础工程设计中至关重要的一环。基于运动单元法的基本思想所提出的地基承载力的求解方法,构造出一种适合于地基整体破坏类型的优化分析约束条件,采用遗传算法搜索最危险滑动面与地基极限承载力的方法。该方法秉承生物遗传进化过程,扩展了传统的极限平衡方法确定地基承载力的应用范围,并且克服了传统方法易于陷入局部极小值的缺点。

**关键词** 运动单元法,地基承载力,遗传算法,最危险滑动面

**分类号** TD 854.6

**文献标识码** A

**文章编号** 1000-6915(2001)03-0394-05

## 1 前言

地基承载力的确定在岩土力学中已有许多经典方法。一种是极限平衡理论的解析方法<sup>[1]</sup>,另一种是采用假定滑动面的条分法<sup>[2~4]</sup>。不论那一种计算方法都存在这样一些缺点:(1)不适用于非均质地基;(2)不适用于复杂的地表形态;(3)剪切滑动面并非真实地基破坏的剪切面。当上部荷载分布较为复杂时,上述理论方法更显得不便使用,如果采用条分法计算,则因滑动面的圆弧假定而失真。因此极有必要寻求一种分析计算方法。随着现代数学规划理论及计算机科学的发展,地基承载力理论研究应该博采众长,以新的思想和方法研究这一岩土力学的经典课题。本文应用运动单元的思想<sup>[5~7]</sup>,将遗传算法<sup>[8~13]</sup>引入到地基剪切破坏滑动面及承载力优化分析之中,以期得到较为符合实际的分析方法与结果。

## 2 运动单元法的基本理论

运动单元法的基本假定为:(1)运动单元为刚塑体;(2)任意相邻单元的公共边上仅有切向位移产生,不产生法向位移;(3)单元只产生平移而不产生旋转。

运动单元法在对塑性区进行离散和单元运动假设的基础上,通过单元运动分析和单元静力分析,建立求解单元位移与边界应力的目标函数,采用优化

分析理论得到所研究问题的解答。

### 2.1 单元运动分析

根据运动单元的刚性假设,将岩土体受力后其内部形成剪切塑性滑动的相对运动趋势,在宏观上表现为离散的运动单元之间的相对运动。单元运动分析的确定单元的位移及单元之间的相对位移,从而确定运动单元彼此间的公共面上剪应力的作用方向。

对于剪切塑性滑动,离散为运动单元后,单元运动研究的核心是运动的界面。若考虑其相对位置可分为外部边界与内部边界两种边界类型;若考虑其运动边界的已知条件,则可分为已知可移动边界与未知可移动边界两种边界类型。根据运动单元法的基本假设,当某一运动单元在某种扰动因素的作用下,促使单元边界产生单位虚位移时,其相邻单元将产生相应的位移,并保持任意相邻单元公共边上无相对法向位移,使得单元分离。因此离散的运动单元位移向量场可表示为

$$\{ \} = \{ u_1, v_1, u_2, v_2, \dots, u_n, v_n \} \quad (1)$$

式中: $u_i, v_i$ 分别为单元 $i$ 的位移向量在 $x$ 和 $y$ 方向的分量。若任取两相邻单元 $i, j$ ,设这两相邻单元有一公共边,则它们在 $x$ 和 $y$ 方向的相对位移向量分别为

$$u_{i,j} = u_i - u_j, \quad v_{i,j} = v_i - v_j \quad (2)$$

设 $l^i, m^i$ 分别为单元 $i$ 在公共边的外法线与坐标轴 $x, y$ 间夹角的方向余弦, $l^j, m^j$ 分别为单元 $j$ 在公

1999年10月13日收到初稿,2000年1月7日收到修改稿。

作者 罗晓辉 简介:男,39岁,博士,1982年毕业于中国地质大学水工系工程地质专业,现任副教授,主要从事岩土力学及基础工程方面的教学与研究工作。

共边的外法线与坐标轴  $x, y$  间夹角的方向余弦, 则必有

$$l^i = -l^j, \quad m^i = -m^j \quad (3)$$

根据假定公共边无法向位移, 则相邻两单元的位移协调方程可表示为

$$u_{i,j}l^i + v_{i,j}m^i = 0 \quad (4)$$

将式(2), (3)代入式(4)得到

$$u_i l^i + u_j l^j + v_i m^i + v_j m^j = 0 \quad (5)$$

对于已知可移动边界, 由位移法基本概念, 设  $l^{ki}, m^{ki}$  分别为单元  $k$  在已知可移动边界上给定单位位移方向与坐标轴  $x, y$  间夹角的方向余弦, 将其在已知运动趋势方向上给定单位虚位移作为已知量, 则有

$$u_{ki}l^{ki} + v_{ki}m^{ki} = 1 \quad (6)$$

式中:  $u_{ki}, v_{ki}$  分别为具有已知可移动边界的单元  $k$  的位移向量在  $x$  和  $y$  方向上的位移分量。

将假定的塑性区离散范围内所有运动单元, 按其已知可移动边界与未知可移动边界分别写出如式(5), (6)的位移约束方程, 最后得到整体的离散运动方程组

$$[K_{uv}]\{u\} + \{F\} = 0 \quad (7)$$

式中:  $[K_{uv}]$  为单元位移运动矩阵, 其中各元素由单元边界的外法线方向余弦给出;  $\{u\}$  为待求单元位移所组成的未知列向量;  $\{F\}$  为常数列向量, 由零元素和具有单元已知可移动边界的虚位移得到。

解方程式(7), 即可求得在已知可移动边界产生单位虚位移扰动下, 所有运动单元在  $x$  和  $y$  方向上的位移, 则由式(8)求得沿任两相邻单元  $i, j$  的公共边切向的相对位移:

$$u_{i,j}^s = (u_i - u_j)\bar{l}^i + (v_i - v_j)\bar{m}^i \quad (8)$$

式中:  $\bar{l}^i, \bar{m}^i$  分别为单元  $i$  在公共边上的切线与坐标轴  $x, y$  间夹角的方向余弦。显然, 根据  $u_{i,j}^s$  值的性质, 可由其大于或小于零来判断两相邻单元  $i, j$  在公共边上的切向相对位移趋势, 并由此确定作用在公共边上摩擦力的作用方向。

### 2.2 单元静力分析

从单元的运动分析可知, 若每一个单元在  $x$  和  $y$  方向上的位移分量、边的切向相对位移均为已知, 则可进行单元的静力分析。对于任意运动单元  $i$ , 它与任意相邻运动单元  $j$  接触的公共边上的摩擦力的方向与运动单元  $i$  在公共边上的切向相对运动方向相反。根据单元静力平衡原理, 作用在任意运动单元  $i$  上的体力与其边界上的法向及切向集中力构成平衡力系, 即有

$$\left. \begin{aligned} N_x^i + T_x^i + W_x^i &= 0 \\ N_y^i + T_y^i + W_y^i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中:  $N_x^i, N_y^i$  分别为运动单元  $i$  边界上的法向力在  $x$  和  $y$  方向的分量;  $T_x^i, T_y^i$  分别为运动单元  $i$  边界上的切向力在  $x$  和  $y$  方向的分量;  $W_x^i, W_y^i$  分别为单元  $i$  的体力在  $x$  和  $y$  方向的分量;  $n$  为运动单元  $i$  的边界数。

假定任意运动单元  $i$  与相邻运动单元  $j$  的公共边上法向应力与切向应力满足库仑抗剪强度定理, 并采用类似于 Bishop 边坡条分法剪切面上切向力发挥程度的假定, 即边界面上的切向力  $T$  可表示为

$$T = \tau L = (N \tan \phi + cL) / K \quad (10)$$

式中:  $c, \phi$  为边界土体的抗剪强度参数;  $L$  为单元  $i$  第  $n$  个边界公共边的长度;  $N$  为单元  $i$  第  $n$  个边界公共边上的法向力;  $K$  为安全系数。

由此可见, 运动单元的任意边界上的切向力与法向力只有一个是独立的。从问题求解的角度而言, 设边界上的法向力  $N$  为独立的待求未知量, 将式(10)代入式(9), 并对离散的运动单元场分别建立各单元的平衡方程, 则可得到关于运动单元边界上以法向力为未知量的方程组

$$[K_N]\{N\} + \{F\} = 0 \quad (11)$$

式中:  $[K_N]$  为运动单元的静力矩阵, 其元素由运动单元之间的边界面和可移动边界面的摩擦系数确定, 具有非对称性;  $\{N\}$  为作用在运动单元之间边界面和可移动边界面上的法向力组成的未知列向量;  $\{F\}$  为已知法向力列向量, 其元素由单元的体力和边界上的粘结力决定。

解方程式(11), 即可求得运动单元边界上的法向力。显然基础底面上的法向力即为地基承载力。

### 2.3 地基极限承载力与地基容许承载力

由于对运动单元边界上的切向力采用了类似于 Bishop 边坡条分法剪切面上切向力的假定, 因此在式(11)中隐含了工程所容许的地基承载力发挥程度的安全系数。显然, 当取安全系数  $K = 1$  时, 表示地基承载能力达到极限状态; 当安全系数取值由工程经验或按规范确定 ( $K = 2 \sim 3$ ) 时, 所得到的就是容许地基承载力。

根据地基破坏类型的概念, 地基极限承载力是当地基中产生连续的剪切滑动面时, 基础底面的最小压应力。因此确定地基极限承载力的核心问题是以运动单元法建立的目标函数, 在一定的约束条件下, 如何选择安全系数时所对应的剪切滑动面, 显然这是对地基中所有潜在滑动面的一个优化搜索过

程。对于所需要确定的地基容许承载力，同样是要首先确定由所给定的安全系数对应的剪切滑动面。

滑动面的优化搜索过程，如采用边坡稳定分析的滑动面搜索方法，一方面由于地基承载力问题求解的滑动面并不具有圆弧滑动的特征，所确定的约束条件并不是地基剪切破坏的真实反映；另一方面工程中常用的经验方法、二分法以及坐标轮换法等，常因方法本身的局限性使得搜索的结果陷入局部的极小值之中。因此，为适应运动单元法确定地基承载力之目标函数的需要，应构造适宜的优化约束函数，采用具有全局优化特点的遗传算法搜索目标剪切滑动面及地基承载力。

### 3 地基承载力优化的遗传算法

#### 3.1 遗传算法的基本概念

遗传算法 (Genetic Algorithm) 是一种通过模拟自然进化过程搜索最优解的方法，最早由美国的 Jonh H. Helland 教授提出，其基本思路是模拟生物进化过程。生物学的基本知识告诉我们，生物遗传物质的主要载体是染色体，而这种染色体的演化是一个复制、杂交、变异、竞争和不断选择的过程。遗传算法的优化方式就是将一串数据(或数组)作为染色体种群，尽管它们不一定就是优化问题的解，但通过一个复制、杂交、变异、竞争和不断选择的过程得到优化问题的解。一般要经过以下过程：

(1) 确定一个目标函数，函数值具有可以表示可行解的适应性。

(2) 在一定的约束条件下，随机产生一定数目的初始染色体(一串数据或数组)，将这些随机产生的初始染色体组成一个种群，并用一个向量表示初始染色体种群个体的编码。

(3) 确定一个评价函数来评价种群中的每一个染色体数据的优劣，即染色体数据对优化问题的适应度(函数值)，并将其作为以后遗传(交叉与变异)操作的依据。

(4) 根据适应度判断染色体的优劣，从当前种群中选择出优良的染色体，进行自我复制，形成新一代的染色体种群。

(5) 对这个新的种群实施交叉与变异操作，再一次形成新的子代种群。其目的是挖掘种群中个体的多样性，克服有可能陷入局部解的弊病。

(6) 对新的子代种群重复(3)~(5)的操作，构成新一轮遗传进化过程。如找到合适解或达到最大进化代数，则搜索计算结束。

#### 3.2 地基承载力遗传算法的优化问题

遗传算法类似于其他优化分析方法，首先要确定遗传算法优化问题的数学规划模型。由运动单元法确定的地基承载力分析模式，地基承载力是隐含在式(11)之中，因此其目标函数可表示为

$$\min[f_1(x), f_2(x)]$$

式中： $f_1(x)$  为运动单元坐标  $x = (x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)$  的决策向量线性方程组函数，由式(7)确定； $f_2(x)$  为边界法向力  $x = (N_{1x}^1, N_{1y}^1, N_{2x}^1, N_{2y}^1, \dots, N_{1x}^n, N_{1y}^n, \dots, N_{1x}^m, N_{1y}^m, \dots, N_{mx}^m, N_{my}^m)$  的决策向量，由式(11)确定。由此可见，滑动面的优化问题是一个多目标规划问题。

若设地表滑动面出露点到基础荷载边缘距离为  $L_s$ ，则优化约束条件从理论上讲可定义为  $0 < L_s < \dots$ 。显然这样的约束过于宽松。由 Prandtl 极限承载力理论，塑性区中的  $\dots$  区为对数螺线边界， $\dots$  区为被动极限区(图 1)，若设  $r_0$  为 Prandtl 极限承载力理论的  $\dots$  区和  $\dots$  区公共边的长度，则在基础无埋深条件下， $L_s$  的最小值可定义为

$$L_{smin} = r_0 \exp(\tan \dots) \cos(45^\circ - \dots/2)$$

另外根据土压力理论，实际被动状态的滑动区域范围小于被动土压力的理论解，因此  $L_s$  的最大值可定义为  $L_{sman} = 2L_{smin}$ 。如综合考虑基础埋深情况，则地基承载力的遗传算法优化问题可归结为如下多目标规划形式：

$$\left. \begin{aligned} &\min[f_1(x), f_2(x)] \\ &s. t. \\ &L_{smin} \leq L_s \leq 2L_{smin} \\ &r_0 = b/2\cos(45^\circ + \dots/2) \\ &L_{smin} = r_0 \exp[\tan(\dots/2)] \cos(45^\circ - \dots/2) + \\ &\quad d/\tan(45^\circ - \dots/2) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

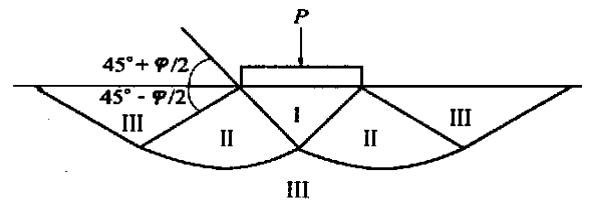


图 1 地基破坏时的滑动面及分区  
Fig. 1 Sliding surface and shearing zone

#### 3.3 地基承载力遗传算法的基本步骤

(1) 由多目标规划形式，根据确定的安全系数，地基承载力越小，表示可行解的适应性能越好。

(2) 根据优化问题的约束条件，均匀地选择一个滑动面出露点  $L_s^j(x_j, y_j)$ , ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) 为初始解种群。出露点  $L_s^j$  代表第  $j$  个染色体，坐标分量  $(x_j, y_j)$  为染色体  $L_s^j$  的基因。

(3) 对每一个染色体可能对应的滑动面进行搜索, 确定最危险滑动面。其方法为:

随机均匀选取  $m$  个滑动面  $f_{ij}(i = 1, 2, \dots, m)$  及其对应运动单元结点坐标  $(x_{ijr}, y_{ijr}), (r = 1, 2, \dots, R)$ , 并以此作为父代;

对某一滑动面  $f_{ij}$  进行变异操作, 即根据概率对  $f_{ij}$  的每一个结点坐标均加上一个随机量, 则由滑动面  $f_{ij}$  产生新的子代种群  $\bar{f}_{ij}(i = 1, 2, \dots, 2m)$ ;

对子代种群  $\bar{f}_{ij}$  中的每个滑动面, 由其相应的运动单元结点坐标按式(7)和式(11)分别进行单元的运动分析和静力分析, 求解出相应的地基承载力  $P_{uij}$ ;

运用择优机制将子代种群中  $P_{uij}$  剔除其中较大的一半, 余者构成新的一代父代;

重复 ~ 步骤的操作, 直至连续几代求出的  $P_{uij}$  值达到稳定, 即成为滑动面出露点  $L_s^j$  所对应的适应值。

(4) 竞争、选择和复制操作。将  $L_s^j$  中所对应的适应值  $P_{uij}(j = 1, 2, \dots, n)$  中的  $n/2$  个较大者的  $L_s^j$  剔除, 对其余  $L_s^j$  个所确定的滑动面出露点再均匀地选择  $n$  个滑动面。

(5) 杂交与变异操作。对重新确定的  $n$  个滑动面中的  $n/4$  对滑动面的边界结点坐标中某一分量进行交换, 杂交操作形成新的一对滑动面。然后再选择  $n/2$  个滑动面的边界结点坐标中某一分量加上某一随机量, 形成变异操作新的滑动面。

(6) 对子代种群重复(3)~(5)的操作, 直至对地基承载力值满意或达到最大进化代数, 则计算终止。

## 4 计算实例与分析

以文[8]中的算例计算。

已知地基土的粘聚力为 0.02 MPa, 内摩擦角为  $15^\circ$ , 重度为  $16.8 \text{ kN/m}^3$ , 条形基础宽度为 2 m。考虑到对称性取基宽一半计算。分别考虑无埋深与有埋深( $d = 1.5 \text{ m}$ )两种情况。令安全系数  $K = 1, 2$ , 地基容许承载力  $P$  和极限承载力  $P_u$  计算结果分别列于表 1 和表 2。

根据上述计算结果表明, 将地基塑性开展区离散为运动单元进行分析, 可以充分考虑了地基材料抗剪强度的发挥。

尽管极限平衡理论考虑了地基承载力试验的滑动面模式, 而在分析计算中并不能综合考虑地基塑性扩展范围内部质点间的相对滑移所表现出的抗剪强度对承载力的贡献。但在运动单元法中, 适当地将运动单元数量增加, 如单元数取为 16 时, 在基础有埋深情况下得到的极限与容许承载力分别为 0.513 MPa 和 0.323 MPa。显然运动单元法可以通过增加单元数量, 在一定程度上考虑到塑性区内部存在的抗剪强度的影响, 并且这种影响将随着单元数的增加而趋于稳定。以这样的角度分析而言, 运动单元法的分析模型则类似于塑性力学中滑移线场理论分析模式。与文[8]结果比较, 显示了滑动面搜索的遗传算法的优势。

表 1 地基容许承载力计算结果

Table 1 Calculated results for allowable bearing capacity of subsoil

基础埋深	单元数	$L_s$ / m	本文结果 $P$ / MPa	$P = \frac{P_u}{K}$ / MPa	
				Terzaghi 理论	Veslc 理论
无埋深	3	3.04	0.194		
	6	3.47	0.220	0.114	0.182
	9	3.50	0.231		
有埋深	4	5.31	0.257		
	8	5.58	0.296	0.200	0.225
	12	5.62	0.309		

表 2 地基极限承载力计算结果

Table 2 Calculated results for ultimate bearing capacity of subsoil

基础埋深	单元数	本文计算结果		文[8] $P_u$ / MPa	Terzaghi 承载力理论解 $P_u$ / MPa	Veslc 承载力理论解 $P_u$ / MPa	
		约束条件	$L_s$ / m				$P_u$ / MPa
无埋深	3		3.61	0.352	0.603		
	6	2.17 m $L_s$	4.34 m	3.97	0.368	0.600	0.288
	9		4.02	0.372	—		
有埋深	4		5.93	0.463	0.993		
	8	4.77 m $L_s$	9.54 m	6.82	0.498	1.040	0.400
	12		7.05	0.507	—		

## 5 结 语

本文通过运动单元法分析模型的单元运动分析与静力分析,建立了多目标函数,将随机规划理论中的遗传算法用来搜索地基破坏时的滑动面,确定地基极限承载力与地基容许承载力。由于遗传算法是一种模拟生物遗传进化过程的全局优化方法,因此分析计算结果具有较好的可靠性。

### 参 考 文 献

- 1 华南理工大学等四院校. 地基及基础(第三版)[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1998
- 2 潘家铮. 建筑物的抗滑稳定和滑坡分析[M]. 北京: 水利出版社, 1980
- 3 Huang Y H. 土坡稳定分析[M]. 包承纲译. 北京: 清华大学出版社, 1988
- 4 罗晓辉. 基坑开挖土钉墙支护稳定性的优化分析[J]. 岩土工程

- 技术, 1998, (3): 9~13
- 5 Gussmann P, Ochmann H. 概率论和运动单元法[A]. 见: 可靠性理论在地基基础方面的应用译文集[C]. 上海: 同济大学出版社, 1987, 124~131
- 6 曹平, Gussmann P. 地基极限承载力的运动单元法分析[A]. 见: 陆培炎, 史永胜编. 第六届全国岩土力学数值分析与解析方法讨论会论文集[C]. 广州: 广东科技出版社, 1998, 162~167
- 7 曹平, Gussmann P. 运动单元法与边坡稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(6): 663~666
- 8 Helland J H. Adaptation in Natural and Artificial System[M]. Am Arbor: University of Michigan Press, 1975
- 9 刘宝碇, 赵瑞清. 随机规划与模糊规划[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998
- 10 安美健, 李方全, 石耀霖. 遗传算法在确定钻孔裂隙产状中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 1997, 16(5): 418~423
- 11 吴洪词, 张小彬, 包太. 边坡开挖步序的遗传算法排定[J]. 岩石力学与工程学报, 1998, 17(5): 565~570
- 12 冯夏庭, 张治强, 杨成祥. 位移反分析的进化神经网络研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(5): 529~533
- 13 邓建辉, 李焯芬, 葛修润. BP 网络和遗传算法在岩石边坡位移反分析中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 20(1): 1~5

## DETERMINATION OF SUBSOIL BEARING CAPACITY USING GENETIC ALGORITHM

Luo Xiaohui

(School of Civil Engineering, Huazhong University of Sciences and Technology, Wuhan 430074 China)

**Abstract** Determination of subsoil bearing capacity is very important step in foundation engineering design. According to the basic idea of calculating bearing capacity with kinematics element method, a new restrictive condition of optimizing analysis suitable for general shear failure is proposed, and the most dangerous slip surface and ultimate bearing capacity are determined using genetic algorithm. Because of the global optimal algorithm, the proposed method overcomes the shortcoming of local minimum value by normal methods.

**Key words** kinematics element method, subsoil bearing capacity, genetic algorithm, most dangerous slip surface

### 新书简介

《截流围堰堤防与施工通航》一书由杨光煦著,中国水利水电出版社1999年12月出版,16开本,312页,47.4万字,定价38元。

该专著收集了杨光煦在从事水利水电工程截流、围堰、堤防及施工通航设计与研究工作中已发表的34篇论文。内容涉及施工导流方案、改流截流、堤防堵口、粉煤灰筑堤坝、围堰与堤防、深基坑支护、地基处理、施工通航措施的设计计算理论、方法及施工技术。还有长江三峡大江截流、九江溃口封堵成功等工程实况及研究成果。

该书可供从事施工导截流、围堰、堤防、海塘、深基坑等设计、施工和科研人员参考。