

一种低复杂度盖尔圆 MIMO 系统发射天线选择算法

黑永强 李晓辉 易克初

(西安电子科技大学综合业务网理论及关键技术国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 该文在研究 MIMO 系统中相关信道下穷举搜索算法、盖尔圆算法等基础上, 提出一种低复杂度盖尔圆算法。算法通过每次迭代中删除最小特征值所对应的列, 来提高特征值的下界并减小天线间的相关性使得容量最大化或误码率最小化。理论分析和仿真结果表明, 该算法在所选天线数目较多场合下具有较低的复杂度, 同时其容量和误码性能优于基于范数最大的算法, 接近最优穷举搜索算法。

关键词: MIMO; 相关信道; 天线选择; 盖尔圆

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)05-1193-05

A Low Complexity Gerschgorin Circle Transmit Antenna Selection Algorithm for MIMO Systems

Hei Yong-qiang Li Xiao-hui Yi Ke-chu

(State Key Laboratory of Integrated Services Networks, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: This paper begins with the investigation on exhaustive search algorithm, the Gerschgorin circle algorithm, on the basis of which, a Gerschgorin circle with low complexity is presented. In the proposed algorithm, the column corresponding to the minimum eigen-value is eliminated to increase the lower bound of the eigen-values and to reduce the correlation between the antennas during each iteration, correspondingly, capacity is maximized or BER is minimized. The results of the research reveal that both the capacity and the BER performance of the proposed algorithm are better than that of the norm-based algorithm, and are close to the performance of the optimal exhaustive search algorithm with low complexity in the cases that more antennas are selected.

Key words: MIMO; Correlated channel; Antenna selection; Gerschgorin circle

1 引言

MIMO(多输入多输出)在不增加带宽的情况下能够极大地提高系统的容量, 因此, 它被视为下一代无线通信的关键技术之一。然而多天线必然会带来硬件、成本、信号处理复杂度等一系列问题; 另一方面, 随着天线数目的增加, 一部分天线经历深衰落的可能性也将增大, 其结果有可能导致系统误码率上升。而天线选择是解决上述问题的一个有效方案, 故引起人们极大的关注。

天线选择包括发射天线选择, 接收天线选择以及联合收发天线选择。对于最优穷举搜索算法, 需在所有天线组合中找出符合目标函数的最佳子集, 这在计算量上经常是不可承受的。因此, 寻找次优天线选择算法是目前研究的热点。文献[1,2]中分别提及了以减小误码率为目的的 MEC(最小化误码率)算法和最小欧几里德距离算法。对于容量最大化, 有逐行递减算法^[3]和盖尔圆(G-circle)算法^[4]。实现联合收发天线选择有 ISSA 算法^[5]。

本文研究 MIMO 系统的发射天线选择算法, 目标函数

是最大化容量以及在一定调制方式下降低误码率。算法利用盖尔圆(Gerschgorin circle)定理对特征值进行估计, 并通过逐列删除的方法, 删除使得矩阵最小特征值下降最严重的列来提高特征值的下界, 同时使得剩余列的相关性较小, 这样能够保证容量的损失较小且得到较好的误码性能。与文献[1-3]相比, 本文算法通过特征值估计而不是特征值分解; 与文献[4]相比, 本文算法在所选天线数目较多场合下能够降低复杂度。

本文安排如下: 第2节建立相关信道模型, 第3节给出了 G-circle 算法以及本文算法的理论基础, 第4节给出低复杂度盖尔圆算法并分析该算法和盖尔圆算法的复杂度, 第5节通过仿真分析对几种算法的性能作以比较, 第6节是结束语。

2 相关信道模型

假定一个 MIMO 系统有 N_t 根发射天线和 N_r 根接收天线, MIMO 系统相关信道模型如图 1 所示。

其中 ϕ_p^{tx} 和 ϕ_p^{rx} 分别为离开角(AOD)和到达角(AOA), d_{tx} 和 d_{rx} 分别为发射天线间距和接收天线间距, Δ 为路径 p 的接收角度扩展。为了简化分析: 假设接收天线之间的相关性不依赖于发射天线, 反之亦然。在这种情况下, 为

2006-09-11 收到, 2007-02-15 改回

国家自然科学基金(60702060), 高等学校学科创新引智计划(B08038)和西安电子科技大学研究生院创新基金(创 05014)资助课题

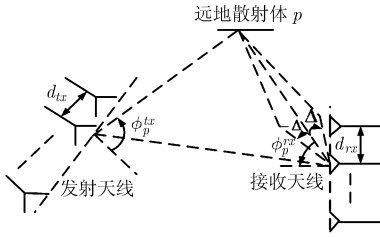


图1 MIMO系统相关模型

接收天线定义一个 $N_r \times N_r$ 的相关系数矩阵, 用 \mathbf{R}_p^{rx} 表示; 为发射天线定义一个 $N_t \times N_t$ 的相关系数矩阵, 用 \mathbf{R}_p^{tx} 表示。不同发射天线的相关系数矩阵可以表示为^[6]

$$\mathbf{R}_p^{tx} = \sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{a}(\phi_{p,k}^{tx}) \mathbf{a}^H(\phi_{p,k}^{tx}) \quad (1)$$

其中 $\phi_{p,k}^{tx} \in [\phi_p^{tx} - \Delta_p^{tx}, \phi_p^{tx} + \Delta_p^{tx}]$, $\phi_{p,k}^{tx}$ 是路径 p 的离开角, Δ_p^{tx} 是路径 p 的发射角度扩展,

$$\Delta_p^{tx} = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} (\phi_{p,k}^{tx})^2 - \left(\frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \phi_{p,k}^{tx} \right)^2}, \quad K \text{ 为空间路径的数目, } \mathbf{a}(\bullet) \text{ 是传输响应向量, } [\mathbf{a}(\phi_{p,k}^{tx})]_m = e^{-j2\pi \frac{(m-1)d_{tx} \sin \phi_{p,k}^{tx}}{\lambda}},$$

其中 $2\pi \frac{(m-1)d_{tx} \sin \phi_{p,k}^{tx}}{\lambda}$ 为第 m 根发射天线相对于第 1 根发射天线引入的附加相移, 相应地有接收相关系数矩阵

$$\mathbf{R}_p^{rx} = \sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{a}(\phi_{p,k}^{rx}) \mathbf{a}^H(\phi_{p,k}^{rx}), \quad \text{式中的参数和发射相关系数矩阵中参数的定义相对应。从公式可以看出, 天线之间的间距越小, 到达角和离开角越大, 角度扩展越小, 则天线之间的相关性越高; 反之, 天线之间的相关性则越低。此时, MIMO 的信道矩阵可以表示为^[7]$$

$$\mathbf{H}_C = \mathbf{K}_R \mathbf{H} \mathbf{K}_T \quad (2)$$

式中 \mathbf{H} 为不相关的复高斯变量信道矩阵, \mathbf{K}_T 和 \mathbf{K}_R 分别满足:

$$\mathbf{R}_p^{tx} = \mathbf{K}_T \mathbf{K}_T^H, \quad \mathbf{R}_p^{rx} = \mathbf{K}_R \mathbf{K}_R^H \quad (3)$$

3 理论基础和盖尔圆算法

假设 MIMO 系统发射端从 N_t 根天线中选出 L 根天线, 信道是准静态 Rayleigh 衰落信道, 接收端能够获得精确的 CSI(信道状态信息), 发射端和接收端之间存在理想的反馈信道。设原 $N_r \times N_t$ 的信道矩阵为 \mathbf{H}_c , 而经过天线选择后的 $N_r \times L$ 信道矩阵为 \mathbf{H}_s , 则接收到的信号复向量为

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}_s \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (4)$$

\mathbf{x} 是发送数据, $[\mathbf{H}_s]_{ij}$ 代表第 j 根发射天线到第 i 根接收天线的信道增益, \mathbf{n} 是噪声向量, 服从均值为 0 方差为 σ^2 的高斯分布。相应的信道容量公式为^[4]

$$C = \log_2 \det \left(\mathbf{I} + \frac{\rho}{L} \mathbf{H}_s^H \mathbf{H}_s \right) \quad (5)$$

\mathbf{I} 是 $L \times L$ 的单位阵, ρ 是发射端信噪比。在较高的 SNR 时, 式(5)可以近似表示为

$$\begin{aligned} C &\approx \log_2 \det \left(\frac{\rho}{L} \mathbf{H}_s^H \mathbf{H}_s \right) \\ &= \log_2 \left(\frac{\rho}{L} \right)^L \prod_{i=1}^L \lambda_i \end{aligned} \quad (6)$$

从式(6)可以看出为了最大化容量, \mathbf{H}_s 的 L 个特征值应该尽可能的大, 同时选择彼此间干扰较小的天线以减小误码率, 一种次优的盖尔圆算法^[4]为通过搜索来最大化矩阵的最小特征值 $\lambda_{\min}(\mathbf{H}_s^H \mathbf{H}_s)$ 。由文献[8]可知, 由原矩阵增加一行或者一列后得到的新矩阵的特征值会改变, 其中新矩阵的 λ_{\min} 小于原矩阵 λ_{\min} , 新矩阵的 λ_{\max} 大于原矩阵 λ_{\max} 。利用盖尔圆定理可以得到最小特征值的下界。

盖尔圆定理: $\mathbf{G}^{(L)} = \mathbf{H}_s^H \mathbf{H}_s$ 的 L 个特征值分布在以 $[\mathbf{G}^{(L)}]_{ll}$ 为圆心的盖尔圆内, 其半径由下式给定^[9]:

$$\left| \lambda_l - [\mathbf{G}^{(L)}]_{ll} \right| \leq r_l = \min \left(\sum_{k \neq l} \left| [\mathbf{G}^{(L)}]_{lk} \right|, \sum_{k \neq l} \left| [\mathbf{G}^{(L)}]_{kl} \right| \right) \quad (7)$$

又因为 $\mathbf{G}^{(L)}$ 是 Hermitian, 则有 $\sum_{k \neq l} \left| [\mathbf{G}^{(L)}]_{lk} \right| = \sum_{k \neq l} \left| [\mathbf{G}^{(L)}]_{kl} \right|$,

根据 $\mathbf{G}^{(L)}$ 的定义不难得出最小特征值的下界为

$$\lambda_{\min} \geq \min_{l=1 \dots L} \left(\left| [\mathbf{G}^{(L)}]_{ll} \right| - \sum_{k \neq l} \left| [\mathbf{G}^{(L)}]_{kl} \right| \right) \quad (8)$$

文献[4]中的盖尔圆算法要求每次选择后的 λ_{\min} 减少量尽可能小, 达到最大化 λ_{\min} 的目的。算法要求所选择的天线不仅具有较大的范数而且与已选的天线相关性要小, 从而使得容量最大化; 另外, 最大化 λ_{\min} 相当于信道状况最差链路得以改善, 这样将会得到相对状况较好的信道, 从而能够降低系统的误码率。但是, 算法在天线选择过程中需要不断重复计算天线间的相关性, 随着 L 的增大, 会引入较大的计算量, 为此本文提出一种低复杂度的盖尔圆算法。

4 低复杂度的盖尔圆算法

根据盖尔圆定理, $\mathbf{G}^{(N_t)} = \mathbf{H}_c^H \mathbf{H}_c$ 的 N_t 个特征值满足式(7), 且其最小特征值有下面的表达式成立:

$$\lambda_{\min} \geq \min_{l=1 \dots N_t} \left(\left| [\mathbf{G}^{(N_t)}]_{ll} \right| - \sum_{k \neq l} \left| [\mathbf{G}^{(N_t)}]_{kl} \right| \right) \quad (9)$$

由文献[8]可知, 有 $\lambda_{\min}(\mathbf{G}^{(N_t-1)}) > \lambda_{\min}(\mathbf{G}^{(N_t)})$ 成立, 则从

$\mathbf{G}^{(N_t-1)} \rightarrow \mathbf{G}^{(N_t)}$ 时, $\min_{l=1 \dots N_t} \left(\left| [\mathbf{G}^{(N_t)}]_{ll} \right| - \sum_{k \neq l} \left| [\mathbf{G}^{(N_t)}]_{kl} \right| \right)$ 对应的列

使得 $\lambda_{\min}(\mathbf{G}^{(N_t)})$ 的下界下降最严重, 因此本文算法首先删除符合该表达式对应的天线, 得到剩余矩阵 $\mathbf{G}^{(N_t-1)}$, 接着删除剩余矩阵中符合该表达式对应的天线, 依此类推, 直到剩余矩阵的列数等于 L 。算法流程图如下:

初始化: S 为所有天线集合;

$$\mathbf{G} = \left| \mathbf{H}_c^H \mathbf{H}_c \right|$$

For $i = 1 : N_t - L$

$$\text{选择 } \Gamma_i = \min_{l \in S} \left(\left| [\mathbf{G}]_{ll} \right| - \sum_{k \neq l} \left| [\mathbf{G}]_{kl} \right| \right)$$

删除第 Γ_i 根天线 $S = S - \Gamma_i$

更新剩余矩阵 $\mathbf{G} = \mathbf{G}^{(Nt-l)}$
 end
 返回 S

为了更形象地描述算法的思想，图 2 和图 3 分别画出了 $Nt = 6, L=3$ 时文献[4]中的盖尔圆算法以及本文算法天线选择过程。

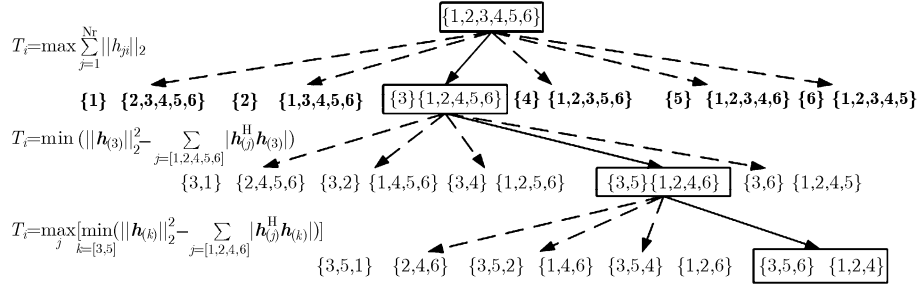


图 2 盖尔圆算法天线选择过程

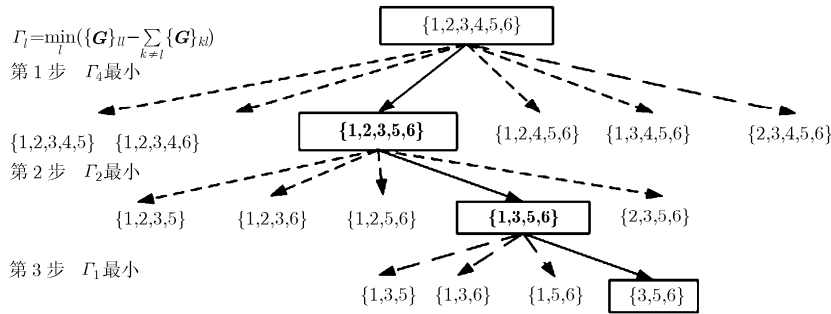


图 3 本文算法的天线选择过程

低复杂度盖尔圆算法通过提高最小特征值的下界，使得容量最大。与盖尔圆算法相同，算法也采用信道状况相对较好的链路，而对于较差的链路则不予采用，故误码性能较盖尔圆算法相差不大。

下面是盖尔圆算法和本文算法的复杂度分析。前者的复杂度主要体现在前 L 步对已选天线集合和候选天线相关性的计算上，随着 L 的增大，重复性的复向量相乘运算带来很高的计算量。而后者的复杂度主要集中在初始化阶段的矩阵相乘上，但选择过程不涉及复数运算。假定以实数运算次数来定义复杂度，对于两个复数相乘，需要 4 次实数乘法 and 2 次实数加法运算；而复数的模值计算需要 2 次实数乘法 and 1 次实数加法运算。表 1 详细给出了两种算法主要步骤的计算量。

由表 1 可得，盖尔圆算法和本文算法的复杂度分别可以近似为 $O\left(\sum_{l=2}^L Nr(Nt-l)l^2\right)$ 和 $O(NrNt^2)$ ，若有式 $\sum_{l=2}^L l^2(Nt-l) > Nt^2$ 成立，则本文算法要比盖尔圆算法的复杂度要低。表 2 列出在接收天线数目固定情况下，盖尔圆算法和本文算法的复杂度随着发射天线和选择天线数目的变化情况。

表 1 两种算法计算量的比较

算法	计算步骤	实数运算次数
盖尔圆	$\max_j \sum_{i=1}^{Nr} \ h_{ji}\ $	$3NrNt$
	$\max_j \left[\min_{k \in T} \left(\ h_{jk}\ ^2 - \sum_{j \neq k} h_{(j)}^H h_{(k)} \right) \right]$	$\sum_{l=2}^L [3l(2l-1)Nr + 3l(l-1)(Nt-l)]$
本文算法	$\mathbf{G} = \mathbf{H}_c^H \mathbf{H}_c $	$3Nt(2Nt-1)Nr + 3Nt(Nt-1)$
	$\Gamma_l = \min_l \left[\mathbf{G} _l - \sum_{k \neq l} \mathbf{G} _{kl} \right]$	$\sum_{k=1}^{Nt-L} (Nt-k+1)^2$

从表 2 可以看出，只有在 L 较小时盖尔圆算法才具有较低的复杂度，多数情况发射天线数目较多，而实际选择的天线数目却过少，绝大部分天线未能完全利用，此时不但带来的分集增益将会减小，频谱利用率也将下降，故该算法的优越性只能局限于部分场合。随着选择天线数目增加，本文算法不仅能够明显地降低复杂度，而且性能较盖尔圆算法相差不大。因此，当 L 较大时，在保证性能且兼顾计算复杂度场合下，本文算法具有一定的优势。

表2 两种算法复杂度随发射天线和选择天线数目的变化情况

L	Nt=4		Nt=8		Nt=12		Nt=16	
	盖尔圆 算法	本文 算法	盖尔圆 算法	本文 算法	盖尔圆 算法	本文 算法	盖尔圆 算法	本文 算法
L=2	8Nr	16Nr	24Nr	64Nr	49Nr	144Nr	56Nr	256Nr
L=3	17Nr	16Nr	69Nr	64Nr	121Nr	144Nr	173Nr	256Nr
L=4	17Nr	16Nr	133Nr	64Nr	249Nr	144Nr	365Nr	256Nr
L=5			208Nr	64Nr	424Nr	144Nr	640Nr	256Nr
L=6			280Nr	64Nr	640Nr	144Nr	1000Nr	256Nr

5 性能分析与仿真

假定一个 MIMO 系统 $N_t=8, N_r=4, L=3$ 。利用第2节中描述的相关信道模型，有 $H_c = K_R H K_T$ ，在该模型下信道状况主要由天线间相关性来决定，因此当 $\Delta_{tx} = \Delta_{rx} = 10^\circ, AOA = 15^\circ, AOD = 20^\circ, d_{rx} = 4\lambda, d_{tx} = 3\lambda$ 时，相关性较小，可视为信道状况良好；相反当 $\Delta_{tx} = \Delta_{rx} = 4^\circ, AOA = AOD = 45^\circ, d_{rx} = d_{tx} = 1.5\lambda$ 时，相关性较大，可视为信道状况较差。需要说明的是这里的角度扩展均指平均角度扩展，接收机采用 MMSE 的 VBLAST 结构，通过仿真来证实和比较各种算法的有效性。

图4和图5分别是信道状况良好和较差的情况下容量随着 SNR 的变化曲线。从图中可以看出，天线间相关性较小时，本文算法与穷举搜索算法、盖尔圆算法以及基于范数最大的算法容量性能基本上相差不大，而相对于随机选取天线算法来说得到明显的改善。但是在天线相关性较大时，本文算法要明显优于基于范数最大的算法和随机选取算法。基于范数最大的算法性能恶化原因在于忽视了天线间相关性给容量带来的影响，本文算法和盖尔圆算法的性能差异可以忽略，而本文算法要达到和穷搜索算法相同的容量，SNR 仅相差 1-2dB。

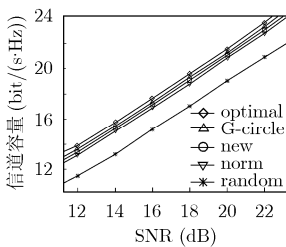


图4 信道状况良好情况下的容量曲线

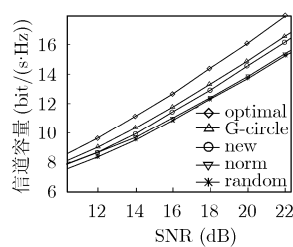


图5 信道状况较差情况下的容量曲线

相应地，图6和图7分别是采用固定 QPSK 调制方式时两种信道状况下的误码率变化曲线。从图6中看出，采用较好的信道时，误码性能曲线和容量的变化规律相一致，本文算法和盖尔圆算法的误码率曲线相接近，不如最优算法，但与另外两种算法相比有很大程度的改善；从图7中

看出，而天线间的相关性较大时，所有算法的误码性能变差，本文算法和盖尔圆算法的误码性能差异可以忽略，而基于范数最大的算法误码性能恶化，接近于随机选取算法。

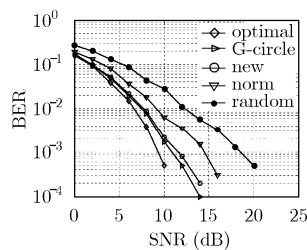


图6 信道状况良好情况下的 BER 曲线

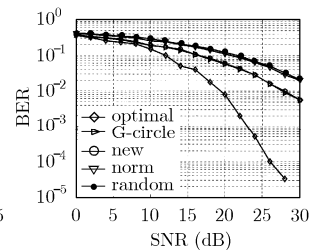


图7 信道状况较差情况下的 BER 曲线

6 结束语

本文提出了一种 MIMO 系统中低复杂度盖尔圆天线选择算法，通过每次迭代中删除最小特征值所对应的列，来提高特征值的下界并减小天线间的相关性使得容量最大化或误码率最小化。仿真结果表明，本文算法在容量性能方面要优于基于范数最大的算法以及随机选取算法，和盖尔圆算法差别不大，且能够在所选天线数目较多场合下明显降低计算复杂度。在信道状况较差时，本文算法要达到和最优算法相同的容量，SNR 仅相差 1-2dB。而在固定调制方式下，与基于范数最大的算法以及随机选取算法相比，本文算法的误码性能得到明显的改善。综上所述，本文算法不失为一种适用于实际的有效方案。

参考文献

[1] Yu Heejung and Kim Myung-Soon. Transmit antenna selection for MIMO systems with V-BLAST type detection[C]. Proceedings of International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems, Vancouver, Canada, May 17-21, 2004: 634-638.

[2] Kammoun K and Fontenelle F. Antenna selection for MIMO systems based on an accurate approximation of QAM error probability[C]. IEEE 61st Vehicular Technology Conference,

- Stockholm, Sweden, May 30-June 1, 2005, Vol.1: 206-210.
- [3] Zhou Zhenglan and Dong Yanjie. A novel antenna selection scheme in MIMO systems[C]. International Conference on Communications, Circuits and Systems, Chengdu, China, June 27-29, 2004, Vol.1: 190-194.
- [4] Zhang Hongyuan and Dai Huaiyu. Fast transmit antenna selection algorithms for MIMO systems with fading correlation[C]. IEEE 60th Vehicular Technology Conference, Los Angeles, California, USA, September 26-29, 2004, Vol.3: 1638-1642.
- [5] Sanayei S and Nosratinia A. Capacity maximizing algorithms for joint transmit-recvie antenna selection[C]. Conference Record of the Thirty-Eighth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, California, November 7-10, 2004, Vol.2: 1773-1776.
- [6] 杨大成. 移动传播环境[M]. 北京: 机械工业出版社, 2003, 第八章.
- [7] Branka Vucetic and Jinhong Yuan. Space-time coding[M]. Hoboken: John Wiley, 2003, Chapter 1.
- [8] Meyer C D. Matrix Analysis and Applied Linear Algebra[M]. Philadelphia, PA: SIAM, 2000, Chapter 7.
- [9] 徐仲, 陆全等. 矩阵论简明教程[M].第二版, 北京: 科学出版社, 2002, 第五章.
- 黑永强: 男, 1983 年生, 博士生, 研究方向为自适应信号处理、MIMO 技术.
- 李晓辉: 女, 1972 年生, 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为宽带无线通信网、无线资源管理等.
- 易克初: 男, 1943 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为通信信号处理、卫星通信及多入多出技术.