

基于模糊人工免疫网络的智能处理研究

武 帅, 张洪伟, 石洪山

(四川大学计算机学院, 成都 610065)

摘 要: 分析了人工免疫网络聚类基本原理, 论证了模糊计算方法在聚类中的准确性及高效性, 提出了将模糊计算应用于免疫网络的智能动态聚类算法。通过引入“对阈值的自动确定”和“对抗体群的自动进化机制”, 避免了外部参数对聚类结果的人为影响, 使聚类结果根据期望的聚类数目自动调整, 记录调整依据, 增强了实用性和移植性。实验结果表明, 算法能有效地发现指定数目的聚类结果, 在抗体群的进化过程中, 提供了发展趋势和决策依据。

关键词: 模糊人工免疫网络; 聚类; 亲和力; 最大生成树; 资信评估

Research on Intelligence Processing Based on Fuzzy Artificial Immune Network

WU Shuai, ZHANG Hong-wei, SHI Hong-shan

(College of Computer, Sichuan University, Chengdu 610065)

【Abstract】 By analyzing the basic principles of artificial immune network, accuracy and high performance of fuzzy computation for information intelligent processing, an intelligent algorithm of fuzzy dynamic clustering based on immune network is proposed. By importing the principles of auto-justifying threshold and auto-evolution, the effect of man-made outer parameters is avoided, and while the results are automatically asserted on charge of the required clustering number, the reasons are recorded, by which the practicability and replant ion of the algorithm are both enhanced. Application results of cooperation credit rating show the searching of clustering is rational and feasible, while the developing trend and the reference of decision-making are also intelligently provided through the procedures of evolution.

【Key words】 fuzzy artificial immune network; clustering; affinity; maximum-spanning tree; credit rating

1 概述

在人工智能研究中, 智能算法是一种利用自然现象或生物体各种原理和机理而开发的具有自适应环境能力的计算方法^[1]。经典智能算法和生命科学理论结合而形成的新兴的模拟进化计算(simulated evolutionary computation, SEC)^[2], 是一类行之有效的演化方法, 其高效性已被实践证明:

(1) 通过变异(算子)跳出局部最优, 有利于实现全局最优;

(2) 通过遗传(算子)将父代得到的好的结构保留到子群中, 加快收敛速度。

受生物免疫机制的启发, 出现了继神经网络和进化计算之后新的研究方向——人工免疫系统(artificial immune system, AIS)^[3], 这是一种复杂的分布式信息处理学习系统, 具有免疫保护、免疫耐受、免疫记忆、免疫监视等功能, 尤其具有较强的自适应性、多样性学习、识别、记忆等特点^[4], 学习过程本质上是不断进化自身模式的过程, 运行机制暗示了免疫系统的许多特性, 有利于解决非线性形和分布式问题^[5]。

人工免疫网络(artificial immune network, aiNet)是一种 SEC 的网络模型, 除具一般 SEC 的特点外, 其独特的免疫选择可加快收敛速度, 先天的动态性和分布式在数据挖掘方面实现了动态聚类的分析。

企业资信评估是对经营企业在商品生产经营及各种商业往来中, 履行承诺状况及信誉程度所进行的全方位评价, 使管理者掌握企业经营状况、帮助金融机构决策者对企业进行评价和选择。通过将具有特定资信指标的企业视为多种特异性抗原, 在 aiNet 中利用模糊聚类动态产生一组抗体, 引发

免疫反应, 实现将企业按资信等级分类, 不仅可以动态地(无教师)发现聚类中心(资信等级特征), 也可通过控制抗体数量控制聚类数(资信等级数)。基于现实的考虑, 引入的模糊逻辑, 可直接地应用于企业历史数据。应用结果表明, 本算法可高效、智能地发现动态聚类结果及进化趋势, 具有很强的移植性和实用性。

2 人工免疫网络基本原理

2.1 免疫学解释

人体免疫系统有体液免疫和细胞免疫两种类型, 前者由抗体中和抗原实现, 后者由杀伤T细胞捕捉并杀死被病毒感染细胞实现。抗原即入侵人体的异物, 如病毒、细菌等; 抗体是具有活性的免疫球蛋白^[5]。

免疫系统识别抗原的原理包括:

(1) 与抗原的不完全匹配: 只要抗原与抗体间有相当匹配度(亲和力大于某阈值), 免疫系统即可识别该抗原;

(2) 一种抗体可以识别多种抗原, 即 Farmer 的形态空间理论(图 1), 免疫系统用少量抗体识别数量比它大得多的抗原;

(3) 免疫系统的进化过程是不断调整抗体分布——哈明分离度(hamming separation), 以使尽可能少的抗体覆盖整个抗原空间;

基金项目: 四川金财科技集团基金资助项目

作者简介: 武 帅(1981 -), 男, 硕士研究生, 主研方向: 智能信息系统, 数据库与计算机网络; 张洪伟, 博士后、教授; 石洪山, 硕士研究生

收稿日期: 2006-09-20 **E-mail:** wushuai6@126.com

(4) 免疫反应中存在的“细胞超变异”(somatic hyper-mutation), 可应付抗原变种, 提高免疫识别的多样性^[2]。

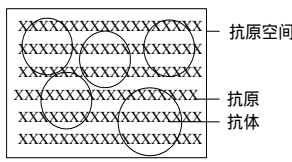


图1 Farmer 的形态空间

2.2 人工免疫网络

由Jerne提出的aiNet理论认为, 由B细胞组成的免疫网络是一个动态网络, 细胞表面抗体既要与外部抗原相识别, 同时也要与其他抗体相匹配, 前者导致网络扩展, 后者导致网络压缩^[5]; 文献[6,7]提出的免疫网络信息处理模型具有减少冗余、描述数据结构、包含聚类形状等特征。aiNet算法的基本原理如图2, 其中免疫选择一方面消除低亲和力或相似抗体, 另一方面利用群体划分确定子群中心(聚类中心); 群体更新则利用变异算子将新抗体加入群体中, 有利于获得全局最优。

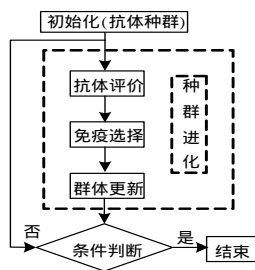


图2 免疫算法流程

笔者研究了基于 aiNet 改进后的算法, 即通过引入模糊分类算法, 利用免疫网络原理实现动态智能聚类, 简称基于模糊免疫网络的智能动态聚类(intelligent dynamic clustering based on fuzzy artificial immune network, IDCBFAIN)。免疫网络聚类算法可实现无教师学习, 能并行地发现聚类数和聚类中心, 并对问题无特征信息依赖; 模糊分类算法则可准确地完成对样本的分类。IDCBFAIN 算法综合了二者优势, 以实现聚类分析的高效性、聚类中心的准确性和聚类结果分析的智能性。

3 IDCBFAIN 算法

3.1 模糊聚类分析

模糊聚类反映了对象属于不同类别的不确定性程度, 表达了对象类属的中介性, 可更客观地反应现实世界^[8]。模糊关系是模糊聚类分析中主要的理论基础之一, 可利用模糊相似关系构造一个用于分类的模糊等价关系^[9]。

定义 设 $R = (r_{ij})_{n \times n}$ 为论域 U 上的模糊矩阵(模糊关系), 即: 满足自反、对称和传递性的模糊关系为“模糊等价关系”; 仅满足自反和对称性的模糊关系为“模糊相似关系”。

定理 1 R 为模糊等价关系的充要条件是对任意的 $\lambda \in [0, 1]$, λ 阶矩阵 R_λ 是经典集合论中的等价关系。

经典集合论中, 等价关系对应论域上的一个划分, 即等价关系可用于对论域对象的分类。由定理 1 可知, 模糊等价关系 R 确定之后, 当给定一个 $\lambda \in [0, 1]$ 时, 可得到一个普通的等价关系 R_λ , 从而得到一个 λ 水平的分类。

定理 2 若 $0 \leq \alpha \leq \beta \leq 1$, 则由 R_β 分出的每个类必是由 R_α 分出的某一类的子类。即: R_β 的分类方法是对 R_α 的分类法

的“加细”。在基于模糊关系的模糊聚类分析方法中, 首先需要进行“标定”, 即建立模糊相似矩阵 $R = (r_{ij})_{n \times n}$, 其中 r_{ij} 为 x_i 和 x_j 的相似系数, 合理求出 r_{ij} 是标定的关键, 可通过相关系数法、参数法、贴近度法等求出, 本算法采用 aiNet 方法。

3.2 IDCBFAIN 算法原理

在 aiNet 中, 抗原即要分类的对象, 抗原群聚类后形成的聚类中心即抗体, 根据抗体和抗原的不完全匹配原则, 每个抗体可以识别一个以上的抗原。对于抗体的数目, 通常是根据人为传入的阈值参数进行计算, 并将对应产生, 但是这种方式有以下不足:

- (1) 参数阈值随样本值变化, 即当抗原群体特征变化时, 须重新调整阈值才能得到相应数目的聚类, 而无法智能分析抗原特征, 自动调整阈值, 不能算是真正意义的智能系统;
- (2) 在对科学研究还是实际应用中, 所面对的研究对象都是客观的, 有其各自的特征和属性, 它们可以根据“物以类聚”原则产生自然聚类结果, 任何试图通过调整阈值参数以改变聚类结果的方式都会引入主观因素, 影响结果的客观性;
- (3) 在实际应用中, 常有“一次实现, 多处使用”的需求, 而不会仅仅局限于对已有的静态数据的分析, 因此, 阈值的改变必然要求自动完成, 而非用户传入。

笔者所期望实现的目标即: 充分利用模糊分类对事物描述的精确性和 aiNet 对抗原群体的识别调整能力, 智能地完成对动态数据的聚类分析, 且无须输入除聚类数目以外的任何人为设置的参数。

IDCBFAIN 算法基本实现了这个目标, 基本原理如下:

(1) 标准化抗原属性: 抗原通过一组抗原属性描述, 不同群体其属性值差异较大, 需进行标准化处理。由于各属性所表达的含义和在抗体表面位置不同, 归一各属性内部方式在 aiNet 中并不适用, 因此需采用比较抗原群体各属性的方式进行归一化。本算法采用的是数量积法的平移·极差变换, 即对所有 k 个属性有

$$x'_{ik} = \frac{x_{ik} - m}{M - m}, i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

其中, $m = \min\{x_{ik}\}; M = \max\{x_{ik}\} (i = 1, 2, \dots, N)$ 。

这样, 既可实现数据标准化, 也可按比例扩展不同抗原间的差异, 提高匹配敏感度, 同时可统一管理不同的抗原群体(群体中最好的属性值为 1、最差为 0), 提高抗体识别能力和算法的可移植性。

(2) 抗体和抗原间的相似性: 通过各自的属性值比较产生, 即:

$$Rag_{ij} = F(Aag_{ik}, Aag_{jk}), i, j = 1, 2, \dots, N, k = 1, 2, \dots, K$$

其中, Aag_{ik} 表第 i 个抗原的第 k 个属性值; K 为属性个数; i, j 为抗原编号; F 为相似度函数, 即“标定方法”。

本算法采用亲和力计算法标定, 包括抗体和抗原间距离、结合强度、匹配度等计算方法, Hamming 距离法和结合强度法是最常用的方法, 即:

$$D = \sum_{i=1}^K |A_{bi} - A_{gi}| \quad (2)$$

$$(A_{gk})_k = \frac{1}{1 + t_k}, k = 1, 2, \dots, K \quad (3)$$

为使相似数据标准化, 采用 Hamming 贴近度的改进算法, 即

$$Rag_{ij} = 1 - \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \omega_k |Aag_{ik} - Aag_{jk}|, i, j = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

其中, ω 为属性权值矢量。在实际应用中, 常要求根据各属

性在分析中的重要性进行调整,以突出中心忽略次要。

(3)否定选择、抗体组合和网络抑制:通过对抗体的相似度排序,借用模糊聚类方法中的最大树法原理判断抗体的相似性,实现优势抗体相组合而去掉劣势抗体。

(4)聚类的产生和聚类中心的确定:按概率生成树,由概率由小到大分割树,所得的子树即为聚类,其中心可采用均值法确定。各新产生的中心加入记忆细胞库。图论理论表明,每切断一个树枝,可将原树分为两棵子树,因此,每分割一次将会新生成一个聚类,聚类中心也会随之调整;同时,可提供新聚类的产生依据对决策应用有重大现实意义。本算法借用效率较高的 Prim 最大生成树法,发现亲和力的群体,隔离亲和力小的群体,从而生成新聚类。聚类中心的确定可用与式(4)对应的均值法,以使误差最小,即

$$Ab(j,k) = \frac{\sum_{i=1}^M Aag(j,i,k)}{M} \quad (5)$$

其中, j 为抗体编号; k 为属性号; M 为抗体 j 所识别的抗原个数。

(5)抗体群的进化:免疫选择操作为

$$S_{IA}^{(1)} = H_L^{N_1} \times H_L^{N_2} \rightarrow H_L^{2N_1}$$

存入记忆库的选择操作为

$$S_{IA}^{(2)} = H_L^{N_1} \times H_L^{N_2}$$

算法所产生的第 t 代种群为

$$X(t) = (X^{(r)}(t), X^{(s)}(t))^T$$

其中, $X^{(r)}(t) \in H_L^{N_1}$ 为算法通过细胞分化与增殖所生成的 N_1 阶抗体种群; $X^{(s)}$ 为从免疫记忆库中所抽出的 N_2 阶种群。算法中的细胞分化与增殖操作为

$$E_{IA} = M \circ C: H_L^{2N_1} \rightarrow H_L^{N_1}$$

根据算法定义,算法可描述为

$$X(t+1) = \begin{pmatrix} X^{(r)}(t+1) \\ X^{(s)}(t+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{IA} & O \\ O & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{IA}^{(1)} \\ S_{IA}^{(2)} \end{pmatrix} X(t)$$

由此可见,算法对应

$$E = \begin{pmatrix} E_{IA} & O \\ O & I \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} S_{IA}^{(1)} \\ S_{IA}^{(2)} \end{pmatrix} \quad (6)$$

其中, E 为繁殖算子; S 为选择算子。

3.3 IDCBFAIN 算法步骤

(1)输入样本为

$$Agi = (Aagi_1, Aagi_2, \dots, Aagi_k), i = 1, 2, \dots, N$$

其中, $Aagi_k$ 为第 i 个抗原的第 k 个属性值。

(2)确定参数:聚类数 $C = nNum$, 各项属性的权值 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k)$ 。

(3)利用式(1)标准化抗原数据。

(4)产生初始抗体群 $P(t)$ 构成 aiNet, 其中包含所有抗原的所有特性。

(5)判断:若 $N(P(t)) \geq C$, 则输出记忆库中抗体及其对应的多个抗原,终止计算;否则:

1)利用式(4)计算各抗体和抗原相似度即亲和力,标定、生成模糊相似矩阵;

2)借用 Prim 算法找出亲和力最大的各抗体,并排序;

3)在 aiNet 中利用式(6),抑制亲和力最小的抗体,选择亲和力最大的加入记忆库,记录所抑制的抗体及其所识别的抗体;

4)对新产生的聚类利用式(5)计算聚类中心成为新抗体,加入抗体群,并对新抗体群进行杂交和变异;

5)转步骤(5)进行判断。

算法对已知样本采用动态聚类,自动确定聚类数和聚类

中心,在抗原信息确定后需要输入的控制参数只有期望的聚类数目和抗原属性的权重;引入模糊计算,加快计算速度、精确聚类结果;加入抗体群进化以避免局部最优;通过步骤(5)保留最优抗体,同时记录分类依据,以提高算法在现实中的智能性和实用性。

4 企业资信评估

企业资信评估,包括资产和信用两方面的评估,是对独立经营企业或经济主体进行资产实力、偿债能力和信用风险程度的分析,确定企业的信用条件。常用工商业企业信用指标如表 1 所示。

表 1 工商业企业常用信用指标

一级指标	二级指标	一级指标	二级指标
企业经营者素质	经历	企业社会信用状况	借款偿付率
	业绩		应付款偿付率
	品质		纳税情况
企业财务状况	能力	企业发展前景	合同履行情况
	资产负债率		主要产品
	流动比率		寿命周期
	速动比率		新产品经营
	销售利润率		开发能力
	资产报酬率		市场预期
	存货周转率		影响

5 实验模型及聚类结果

5.1 初始化抗原群体和模糊免疫网络

实验数据来源于某粮食业集团——分销资源计划(distributing resource planning, DRP)系统中的随机抽取的 10 个销售企业资信指标原始数据,采用表 1 中的 17 个二级指标,部分指标数据见表 2。

表 2 随机抽取的 10 个企业各指标的原始数据

企业编号	资产负债率	流动比率	速动比率	销售利润率	资产报酬率	存货周转率	借款偿付率	应付款偿付率	...
X0	-0.12	25.42	12.70	12.72	0.70	0.08	70.06	25.92	...
X1	-0.09	7.30	7.00	5.04	0.04	0.10	54.65	22.54	...
X2	-0.12	24.94	12.00	14.02	0.10	0.09	77.12	23.38	...
X3	-0.22	7.52	9.03	3.76	0.09	0.13	65.02	19.20	...
X4	-0.53	1.13	4.03	2.06	0.19	0.04	54.31	21.99	...
X5	-0.19	3.79	8.10	8.16	0.50	0.10	51.03	17.64	...
X6	-0.43	2.39	6.66	4.17	0.20	0.22	20.70	19.11	...
X7	-0.55	1.15	4.00	2.32	0.15	0.09	10.00	6.06	...
X8	-0.14	23.59	19.12	13.17	0.12	0.06	51.05	22.30	...
X9	-0.21	2.58	9.02	5.37	0.20	0.20	40.34	30.11	...

为减少性能损失,统一指标优劣标准:数值越大,对应的指标越优,因此,部分指标值为负。

初始参数值为

$$C=4, \omega = \{1,1,1,1,1,1,1,1\}$$

其中,期望聚类数为 4 个;用以标识的 8 指标权值相同,地位均等。

5.2 聚类结果及分析

整个过程产生 3 次进化和迭代,生成的聚类结果见图 3。

$$\begin{aligned} 0: \{0, 2, 8\} & \quad 1: \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 9\} \\ 0: \{0, 2, 8\} & \quad 1: \{1, 3, 5, 6, 9\} \quad 2: \{4, 7\} \\ 0: \{0, 2, 8\} & \quad 1: \{1, 3, 5\} \quad 2: \{4, 7\} \quad 3: \{6, 9\} \end{aligned}$$

图 3 实验聚类结果

结果为最终的聚类形状,即:

(1)企业{X0,X2,X8}为第 1 类:各项指标均较优,资信总评:高;

(2)企业{X1,X3,X5}为第 2 类:部分指标较优,如第 7 项、第 8 项,但其余指标较差,资信总评:中下;

(3)企业{X4,X7}为第 3 类:大部分指标均相对较差,资信总评:差;

(4)企业{X6,X9}为第 4 类:部分指标相对较差,如第 7 项、

第 8 项,但其余指标较优,资信总评:中上。

以往的评估表明,企业 X0,X2 的财务状况良好,资金周转畅通,借贷还付按时,资信等级为优;企业 X1,X3,X5 具有较好且相近的资信指标,等级为良;企业 X4,X7 存在资产负债较高,资金流动不畅等问题为差;而 X8,X9 为近期发展销售企业,资信等级均较好,通过本次聚类结果发现,X8 比 X9 更优,应首先发展。实验结果与事实吻合,证明了 IDCBAIN 聚类的有效和合理性。

从迭代过程可看到,每次进化的依据有助于制定应对决策,如第 3 次迭代依据(图 4)。

3->9:									
9:	-0.21	2.58	9.02	5.37	0.2	0.2	40.34	30.11	
3:	-0.22	7.52	9.03	3.76	0.09	0.13	65.02	19.2	

图 4 抗体进化依据所对应抗原的原始质变数据示例

在第 5 指标(资产报酬率)和第 8 指标(应付款偿付率)上,企业 X3 不如 X9,因此,在此 2 项指标上,X1,X3,X5 已出现不值得信任的倾向;但他们在第 7 指标(借款偿付率)上却比第 3 类高,这可说明:若企业 X1,X3,X5,X6,X9 同时借款,应首选 X1,X3,X5;但若同时请求注资,则应首选 X6,X9。

6 总结

通过对人工免疫网络聚类理论和模糊聚类方法的综合分析,在模糊免疫网络聚类的基础上,引入智能确定阈值和进化机制,提出一种直观、实用的智能动态聚类算法,实现了对分销企业的资信评估,并在一家大型粮食集团的 DRP 系统中实验成功。通过对样本聚类的迭代过程的记录跟踪,展示了抗体群体的形成过程和聚类划分的依据,有助于决策;整个过程所需传入的外部参数仅是期望的聚类数目和指标的权

(上接第 167 页)

当输入的图形为一个椭圆时(图 4(a)),可以检测到一个椭圆的轮廓,而输入的是非椭圆时(图 4(b)),则不能检测到椭圆,由此可以说明该方法在椭圆轮廓检测方面具有实际的可操作性,且结果令人满意。同时,由于算法具有一定的抗噪性,因此当输入图形是不完整的椭圆时(图 4(c)),或者输入图形是不规则的、粗糙的椭圆时(图 4(d)),仍可以检测出椭圆轮廓。可见,只要在形状上接近椭圆,就可以被本算法检测出来。此外,使用该方法可以检测出最大的椭圆轮廓(图 4(e)),不受内部散乱图形的影响。

较之传统的 Hough 变换,本算法最大的特点是降低了计算量,从而提高了运算速度。根据椭圆方程 E,在使用 Hough 变换作从图像空间到参数空间的映射时,对于每一点(x,y),在参数空间上绘制相应多维曲线需进行 4 维循环,所以计算复杂度为 $O(N^6)$ 。而在本算法中,由于 p、q、a 已经先一步求得,使得 Hough 变换的计算复杂度相应下降了 3 维,为 $O(N^3)$,大大节省了计算的时间和空间。但是在求得相应参数的过程中,需要计算平面上一点到另一点的距离,因此该步骤算法复杂度为 $O(N^4)$ 。本算法的计算复杂度为 $O(N^4)$,比传统的 Hough 变换检测椭圆所需的计算量要小得多。检测速度上的优势使本算法在椭圆轮廓检测方面具有一定的使用价值。

6 结论

Hough 变换是曲线检测中的一个重要方法,在计算机视觉领域得到了广泛的使用。但是使用传统的 Hough 变换检测椭圆计算量很大,因而难以快速地在图像中检测到椭圆轮廓。

重矢量,通过对权重分量的调整,还可实现对指标重要性的控制,可直接应用于任何已有的数据,应用前景广阔。由于模糊相似矩阵计算无疑会引入误差,因此利用基于摄动和熵的原理减少误差将是下一步研究的重点。

参考文献

- 1 黄席樾. 现代智能算法理论及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2005-04.
- 2 徐宗本. 计算智能——模拟进化计算[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004-02.
- 3 莫宏伟. 人工免疫系统原理与应用[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2002-12.
- 4 李 涛. 计算机免疫学[M]. 北京: 电子工业出版社, 2004-07.
- 5 岳 训, 迟忠先, 莫宏伟, 等. 基于免疫网络聚类算法的特征垃圾邮件获取技术[J]. 计算机工程与应用, 2005, 41(35).
- 6 Timmis J, Neal M, Hunt J. Data Analysis with Artificial Immune Systems and Clustering Analysis and Kohonen Networks: Some Comparisons[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. 1999.
- 7 Castro L N D, Zuben F J V. An Evolutionary Immune Network for Data Clustering[C]//Proceedings of the IEEE SBRN'00, Rio de Janeiro, Brazil. 2000.
- 8 朱剑英. 智能系统非线性数学方法[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2001-04.
- 9 李雄飞, 李 军. 数据挖掘与知识发现[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003-11.
- 10 Forrest S, Hofmeyr S A. Engineering and Immune System[J]. Graft, 2001, 4(5).

通过实验可以证明,有效利用椭圆的几何性质,采用合适的算法,可以大大降低 Hough 变换检测椭圆的计算量,从而比较快地判断出输入图形的轮廓是否是椭圆,并且在处理一些不完整、不规则的图形时依然有效。同时,使用图像分割技术,还可以检测出多个椭圆。本算法在处理椭圆轮廓检测问题时快速有效,具有一定的强壮度,是一种有意义的方法。

参考文献

- 1 Hough P V C. Method and Means for Recognizing Complex Patterns[P]. U.S. Patent 3069654, 1962.
- 2 Duda R O, Hart P E. Use of the Hough Transform to Detect Lines and Curves in Pictures[J]. Communications of the ACM, 1972, 15(1): 11-15.
- 3 Lei Yiwu, Kok Cheong Wong. Ellipse Detection Based on Symmetry [J]. Pattern Recognition Letters, 1999, 20(1): 41-47.
- 4 Zhang Sicheng, Liu Zhiqiang. A New Algorithm for Real-time Ellipse Detection[C]//Proceedings of the 2nd International Conference on Machine Learning and Cybernetics. 2003.
- 5 Xu L, Oja E. Randomized Hough Transform: Basic Mechanisms, Algorithms and Computational Complexities[J]. Image Understanding, 1993, 57(2): 131-154.
- 6 彭 扬, 胡福乔, 李介谷. 椭圆特征的快速提取[J]. 上海交通大学学报, 1998, 32(9).
- 7 Bennett N, Burrige R, Saito N. A Method to Detect and Characterize Ellipses Using the Hough Transform[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999, 21(7).