

# 第5章 受弯构件正截面承载力计算

## Flexure Strength of RC Beams

# 如何进行一个实际工程中的梁设计？

梁的截面形式

为什么要有不同的截面形式？

配筋基本要求

简化计算方法

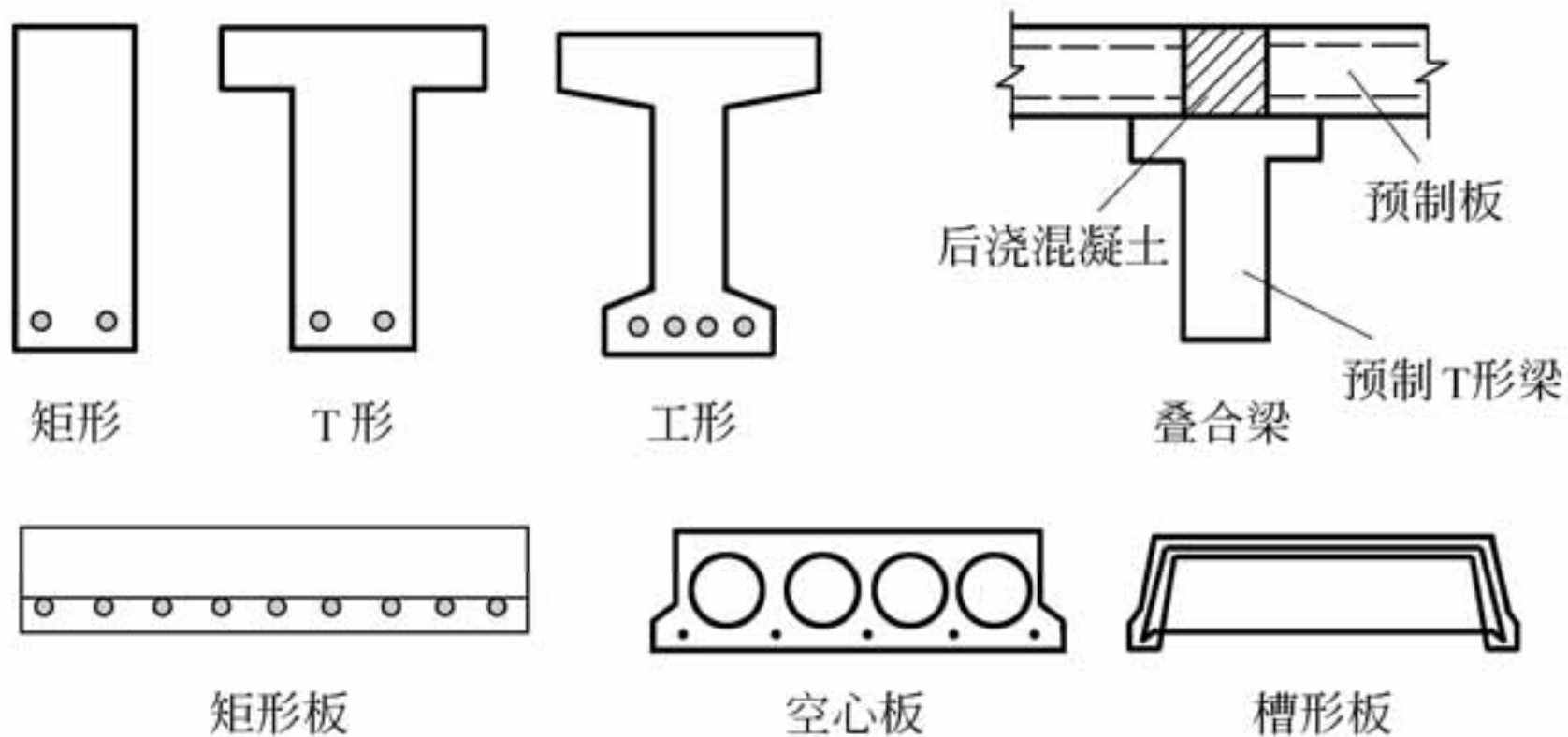
如何保证所设计的是一个适筋梁？

最大配筋率和最小配筋率

当不能满足配筋限制要求时，如何解决问题？

---

## 5.1 概述



为什么要有不同的截面形式？

不同截面的受弯承载力如何计算？

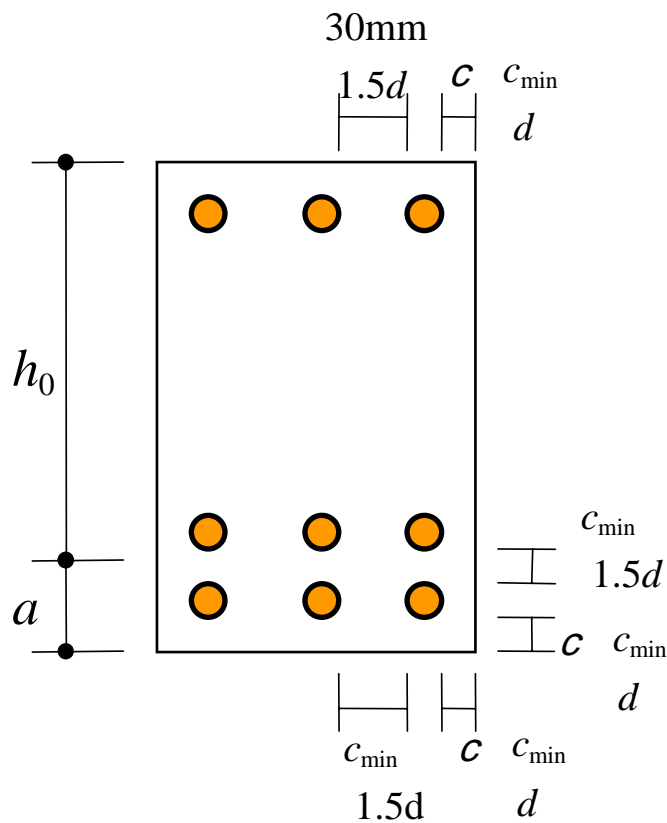
结构中常用的梁、板是典型的**受弯构件**

梁的截面形式常见的有**矩形、T形、工形、箱形、形、形**

现浇单向板为矩形截面，高度 $h$ 取板厚，宽度 $b$ 取单位宽度（ $b=1000\text{mm}$ ）

预制板常见的有空心板、槽型板等

考虑到施工方便和结构整体性要求，工程中也有采用预制和现浇结合的方法，形成叠合梁和叠合板



$d=10\sim 32\text{mm}$ (常用)

$$h_0 = h - a_s$$

单排  $a = 35\sim 40\text{mm}$

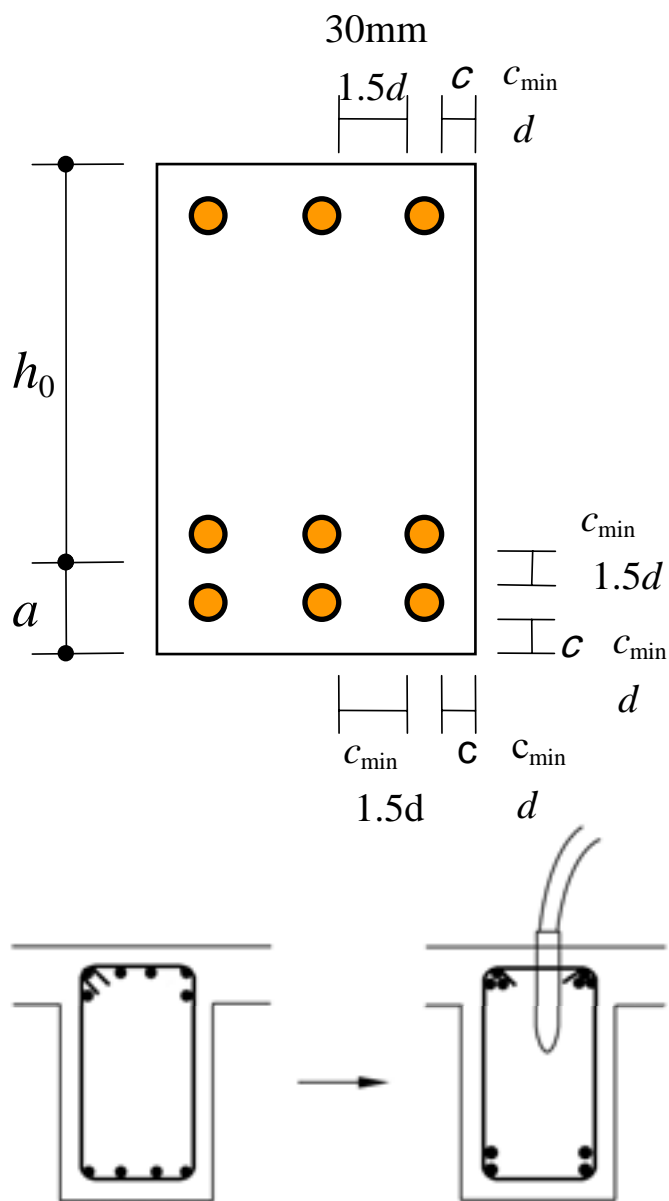
双排  $a = 55\sim 60\text{mm}$

## 梁的构造要求：

为保证RC结构的**耐久性**、**防火性**以及钢筋与混凝土的**粘结性能**，钢筋的混凝土保护层(Cover)厚度一般不小于**30mm**；

为保证混凝土浇注的**密实性**(Consolidation)，梁底部钢筋的净距(Clear Spacing)不小于**25mm**及钢筋直径 $d$ ，梁上部钢筋的净距不小于**30mm**及 **$1.5d$** ；

梁底部纵向受力钢筋一般不少于2根，直径常用**10~32mm**。钢筋数量较多时，可多排配置，也可以采用并筋配置方式；

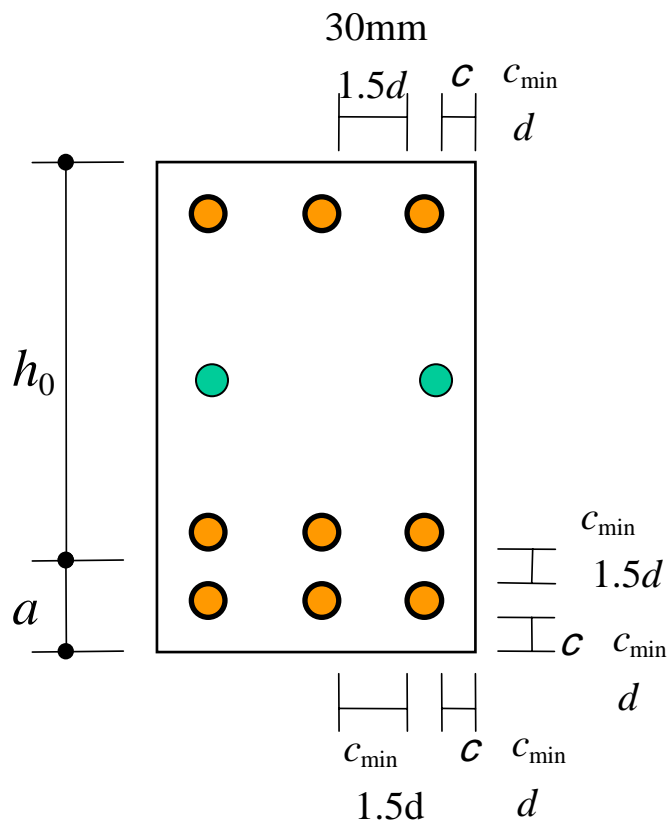


## 梁的构造要求：

为保证RC结构的**耐久性**、**防火性**以及钢筋与混凝土的**粘结性能**，钢筋的混凝土保护层(Cover)厚度一般不小于**30mm**；

为保证混凝土浇注的**密实性**(Consolidation)，梁底部钢筋的净距(Clear Spacing)不小于**25mm**及钢筋直径 $d$ ，梁上部钢筋的净距不小于**30mm**及 **$1.5d$** ；

梁底部纵向受力钢筋一般不少于2根，直径常用**10~32mm**。钢筋数量较多时，可多排配置，也可以采用并筋配置方式；



$d=10\sim32\text{mm}$ (常用)

$$h_0 = h - a_s$$

单排  $a = 35\text{mm}$

双排  $a = 55\sim60\text{mm}$

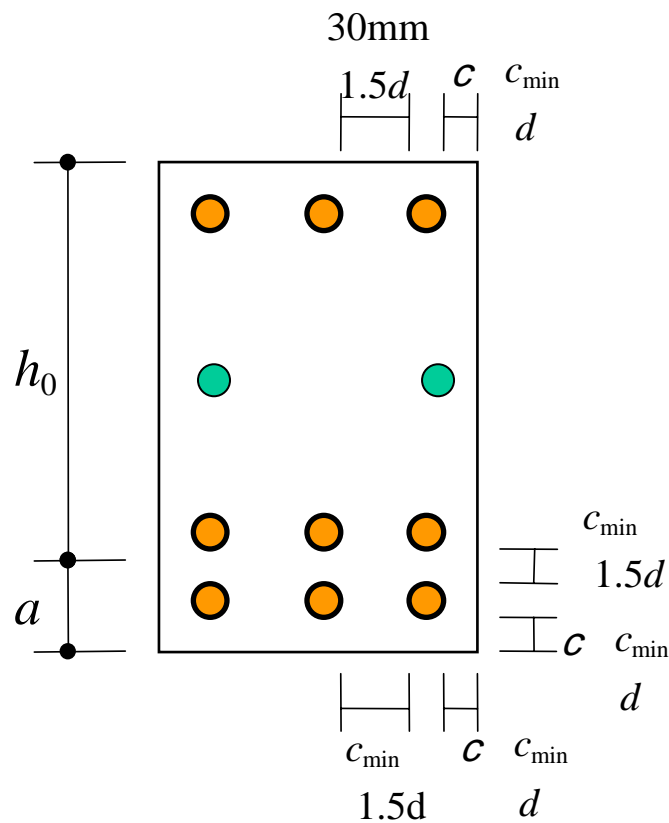
梁上部无受压钢筋时，需配置2根**架立筋**(Hanger Bars)，以便与箍筋和梁底部纵筋形成钢筋骨架，直径一般不小于10mm；

梁高度 $h_0 > 450\text{mm}$ 时，要求在梁两侧沿高度每隔200设置一根**纵向构造钢筋**(Skin Reinforcement)，以减小梁腹部的裂缝宽度，直径 10mm 

矩形截面梁高宽比 $h/b=2.0\sim3.5$

T形截面梁高宽比 $h/b=2.5\sim4.0$ 。

To ensure lateral stability



为统一模板尺寸、便于施工，通常采用：

**梁宽度**  $b=120、150、180、200、220、250、300、350、\dots(\text{mm})$

**梁高度**  $h=250、300、\dots、750、800、900、\dots(\text{mm})$ 。

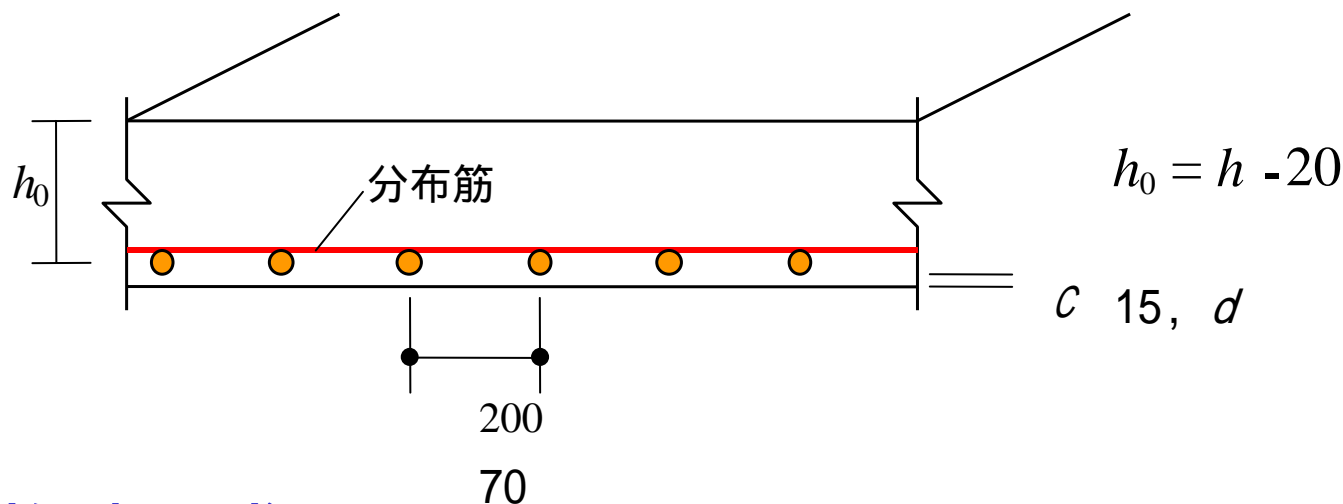
$d=10\sim 32\text{mm}$ (常用)

$$h_0 = h - a_s$$

单排  $a = 35\text{mm}$

双排  $a = 55\sim 60\text{mm}$





## 板的构造要求：

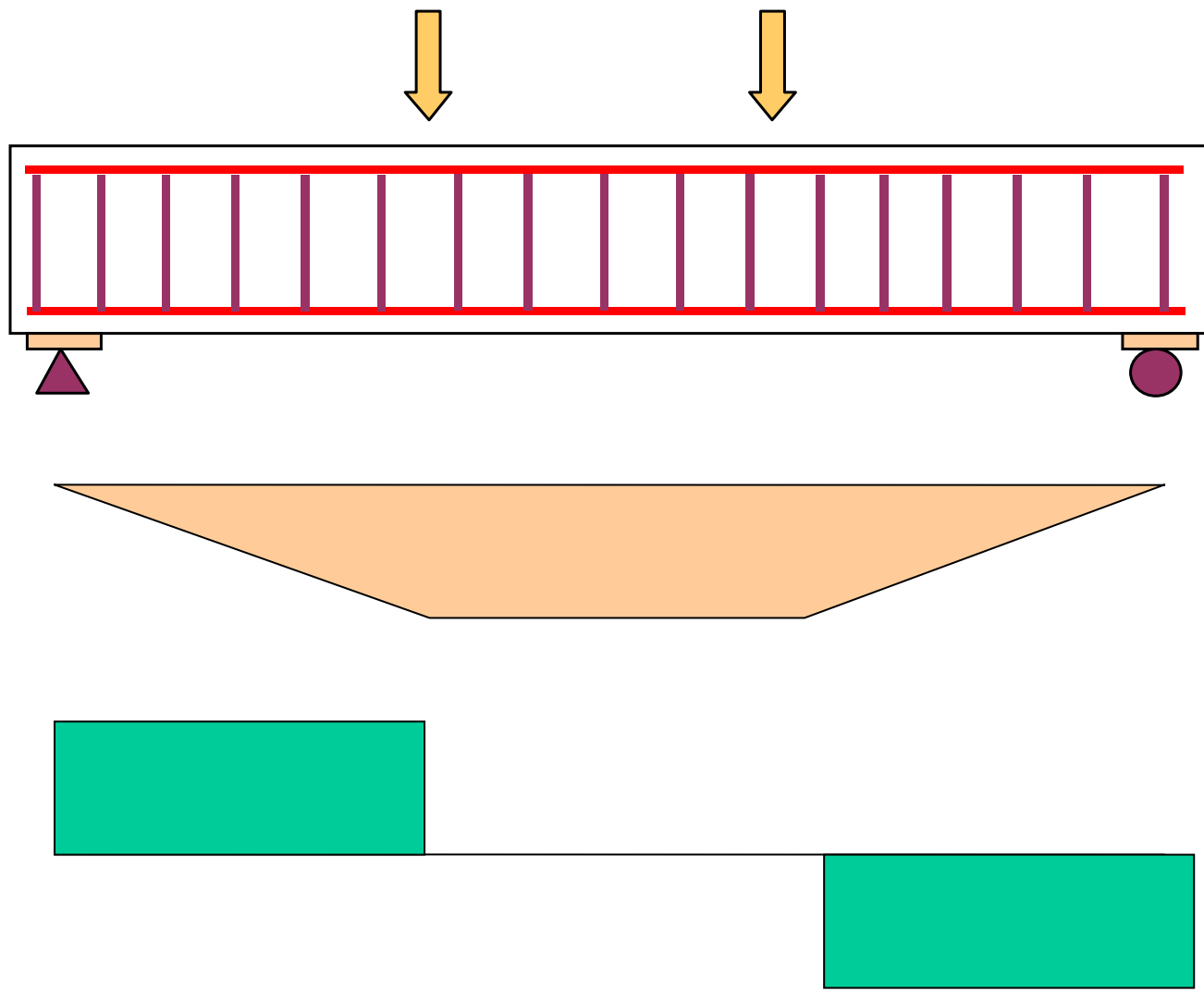
混凝土保护层厚度一般不小于**20mm**和钢筋直径 **$d$** ；

钢筋直径通常为**6~12mm**，HPB235级钢筋；

板厚度较大时，钢筋直径可用14~18mm，HRB335级钢筋；

受力钢筋间距一般在**70~200mm**之间；

垂直于受力钢筋的方向应布置**分布钢筋**，以便将荷载均匀地传递给受力钢筋，并便于在施工中固定受力钢筋的位置，**同时**也可抵抗温度和收缩等产生的应力。



## 钢筋混凝土受弯构件的设计内容：

(1) **正截面受弯承载力计算** (Flexure Strength)——根据已知截面弯矩设计值 $M$ ，确定截面尺寸和计算纵向受力钢筋；

——本章内容

(2) **斜截面受剪承载力计算** (Shear Strength)——按受剪计算截面的剪力设计值 $V$ ，计算确定箍筋和弯起钢筋的数量；

——第6章内容

(3) **钢筋布置** (Reinforcement Detailing)——保证钢筋与混凝土的粘结，并使钢筋充分发挥作用，按荷载弯矩图和剪力图确定钢筋布置； ——第7章内容

(4) **正常使用阶段的裂缝宽度和挠度变形验算**；

——第11章内容

(5) **绘制施工图**。

## 5.2 正截面受弯承载力计算的基本规定

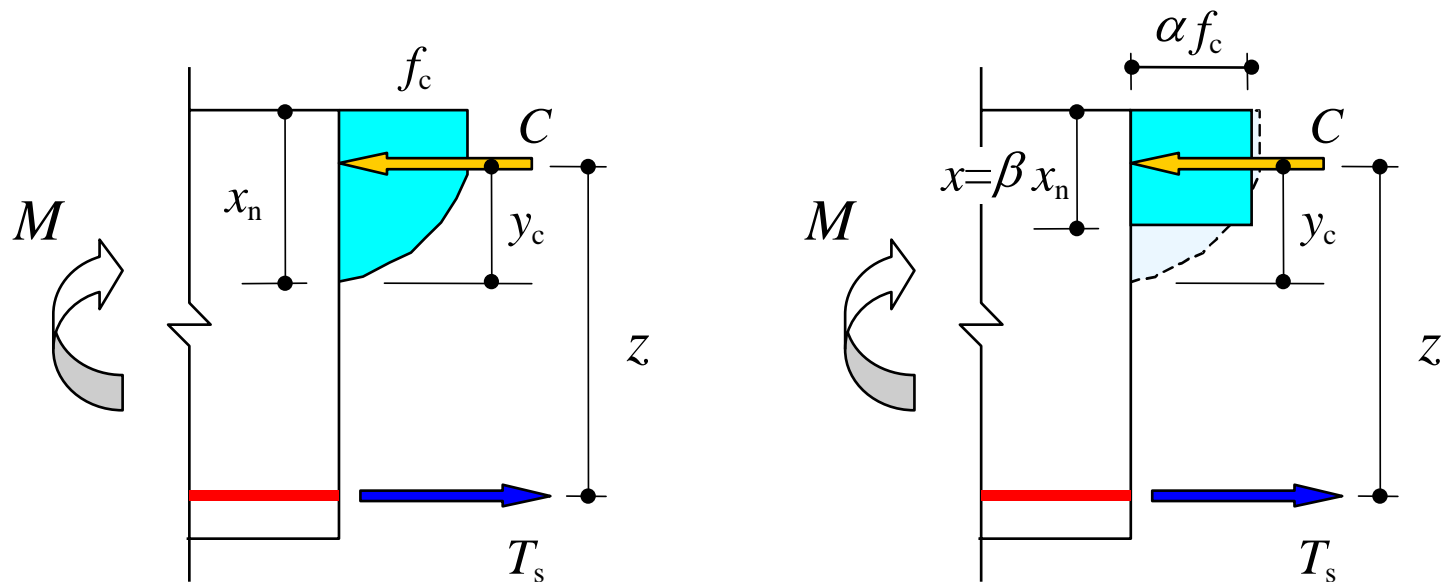
### 一、基本假定 (Basic Assumptions)

- (1) 截面应变保持平面；
- (2) 不考虑混凝土的抗拉强度；
- (3) 混凝土的受压应力-应变关系；
- (4) 钢筋的应力-应变关系，受拉钢筋的极限拉应变取0.01。

根据以上四个基本假定，从理论上来说钢筋混凝土构件的正截面承载力（单向和双向受弯、受压弯、受拉弯）的计算已不存在问题

但直接用混凝土受压应力-应变关系进行计算，在实用上还很不方便。

## 二、等效矩形应力图 (Equivalent Rectangular Stress Block)



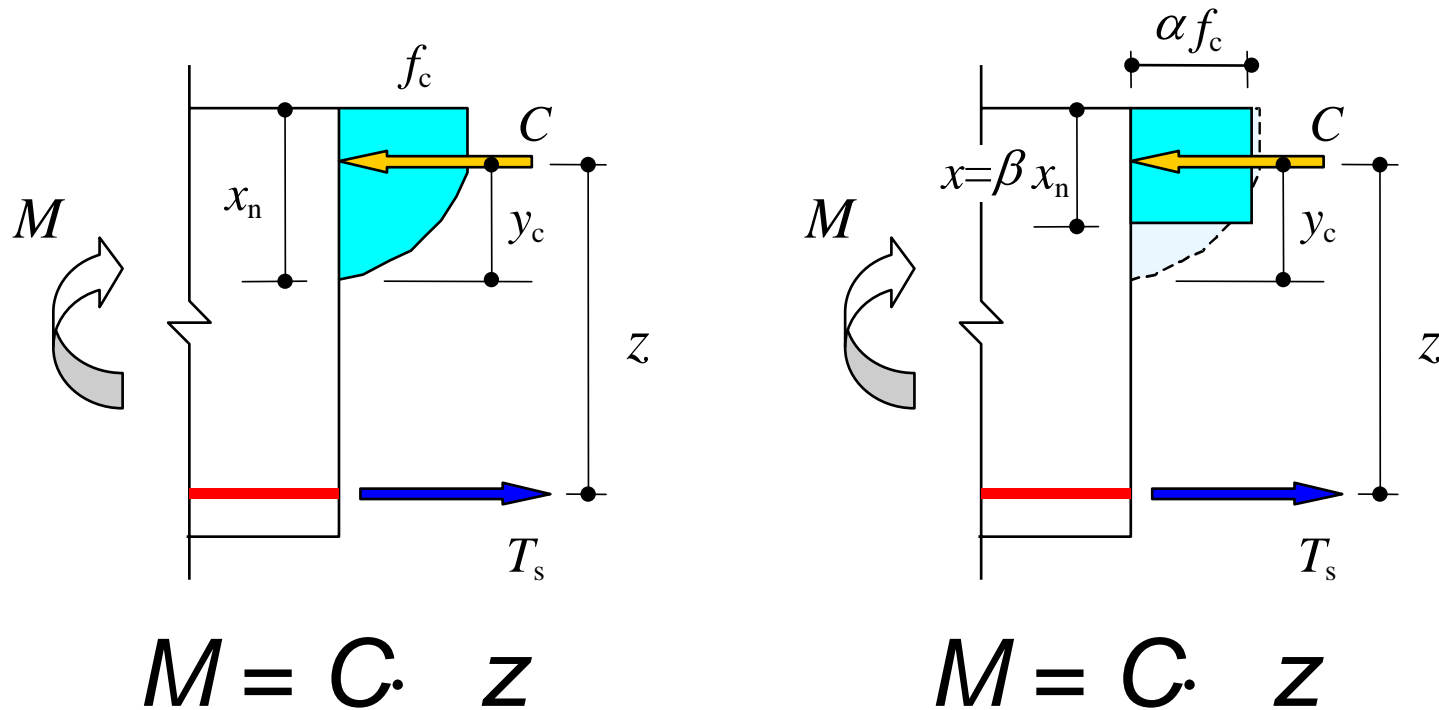
$$M = C \cdot z$$

$$M = C \cdot z$$

在极限弯矩的计算时，仅需知道  $C$  的大小和作用位置  $y_c$  就足够了。

可取**等效矩形应力图形**来代换受压区混凝土应力图  
 等效矩形应力图的合力大小等于  $C$ ，形心位置与  $y_c$  一致

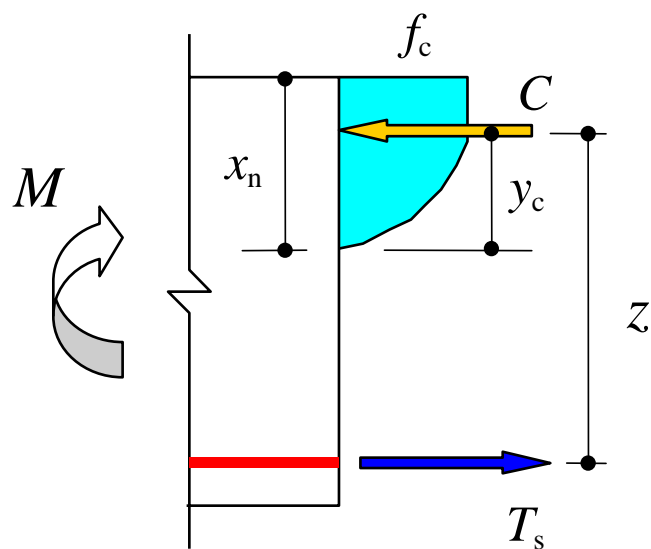
## 二、等效矩形应力图 (Equivalent Rectangular Stress Block)



$\alpha$  equivalent rectangular compressive stress factor

$\beta$  equivalent rectangular compressive zone factor

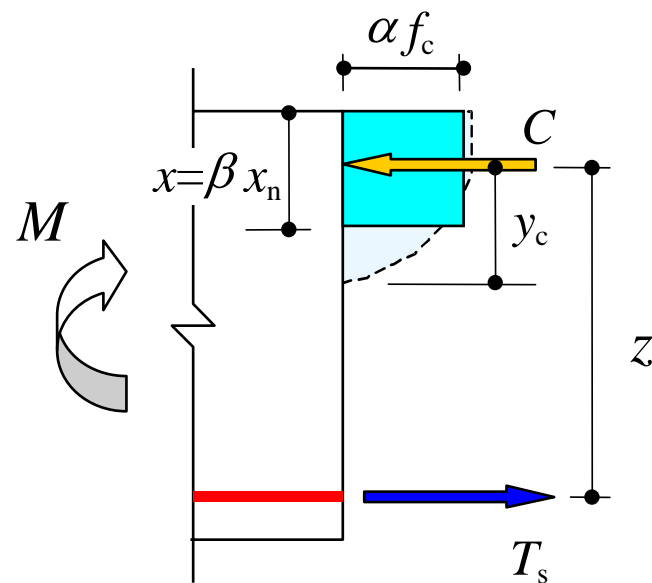
## 二、等效矩形应力图 (Equivalent Rectangular Stress Block)



$$M = C \cdot z$$

$$C = k_1 f_c b x_n$$

$$y_c = k_2 x_n$$

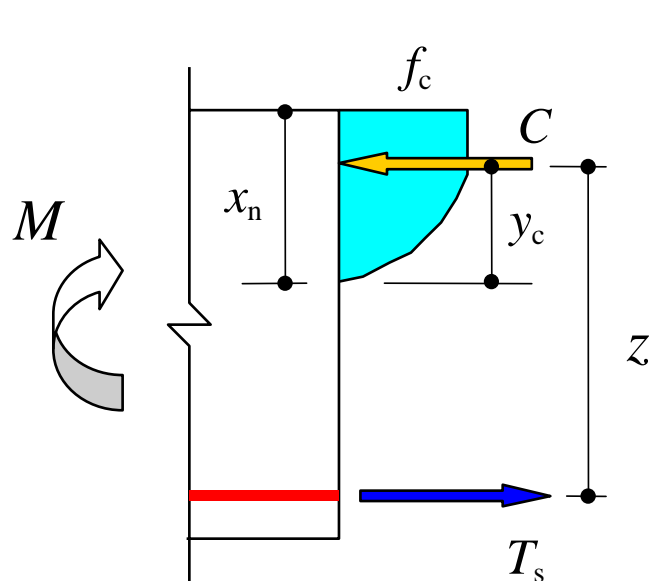


$$M = C \cdot z$$

$$C = \alpha f_c b x$$

$$x = \beta x_n$$

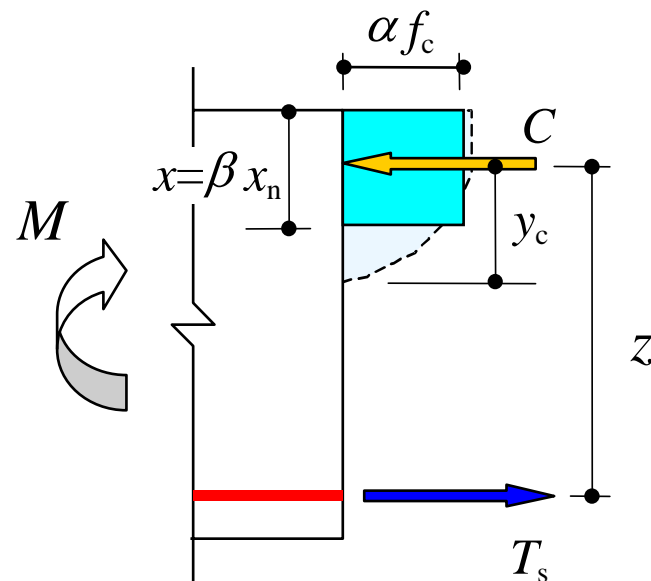
## 二、等效矩形应力图 (Equivalent Rectangular Stress Block)



$$M = C \cdot z$$

$$C = \alpha f_c b x = k_1 f_c b x_n$$

$$x = 2(x_n - y_c) = 2(1 - k_2)x_n$$



$$M = C \cdot z$$

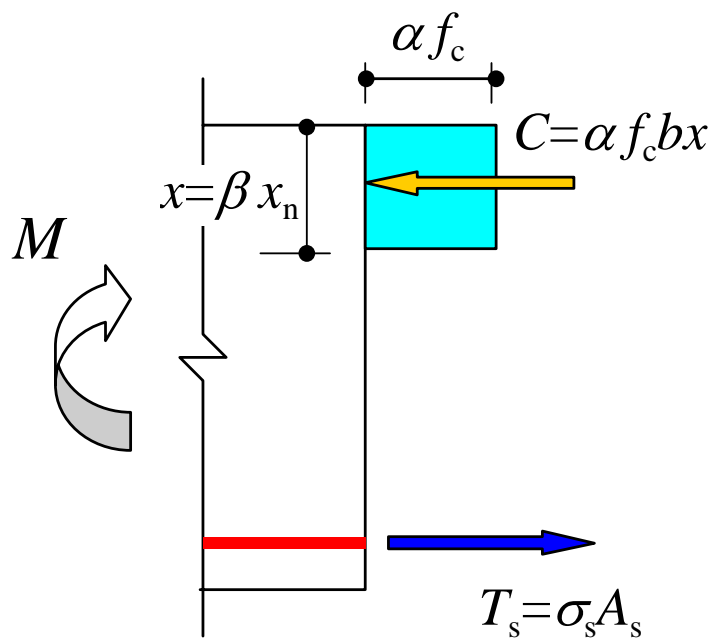
$$\beta = x/x_n = 2(1 - k_2)$$

$$\alpha = \frac{k_1}{\beta} = \frac{k_1}{2(1 - k_2)}$$



表 5.1 混凝土受压区等效矩形应力图系数

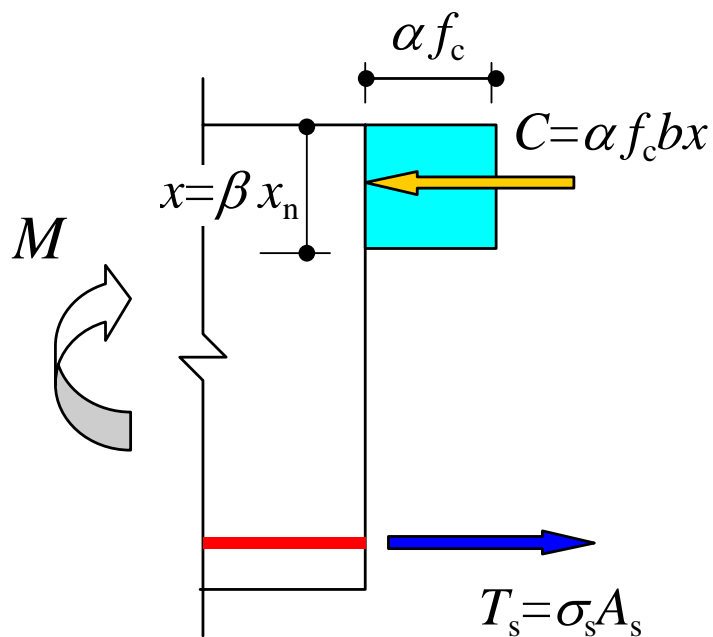
	C50	C55	C60	C65	C70	C75	C80
$\alpha$	1.0	0.99	0.98	0.97	0.96	0.95	0.94
$\beta$	0.8	0.79	0.78	0.77	0.76	0.73	0.74



## 基本方程

$$\sum N = 0, \quad \alpha f_c b x = \sigma_s A_s$$

$$\sum M = 0, \quad M_u = \alpha f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)$$



## 基本方程

$$\sum N = 0, \quad \alpha f_c b x$$

$$\sum M = 0, \quad M_u = \alpha f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)$$

$$\xi = \frac{x}{h_0}$$

—— 相对受压区高度

$$\sum N = 0, \quad \alpha f_c b \cdot \xi h_0 = \sigma_s A_s$$

$$\sum M = 0, \quad M_u = \alpha f_c b h_0^2 \xi (1 - 0.5 \xi)$$

$$\xi = \frac{x}{h_0}$$

相对受压区高度

$$\sum N = 0, \quad \alpha f_c b \cdot \xi h_0 = \sigma_s A_s$$

$$\sum M = 0, \quad M_u = \alpha f_c b h_0^2 \xi (1 - 0.5 \xi)$$

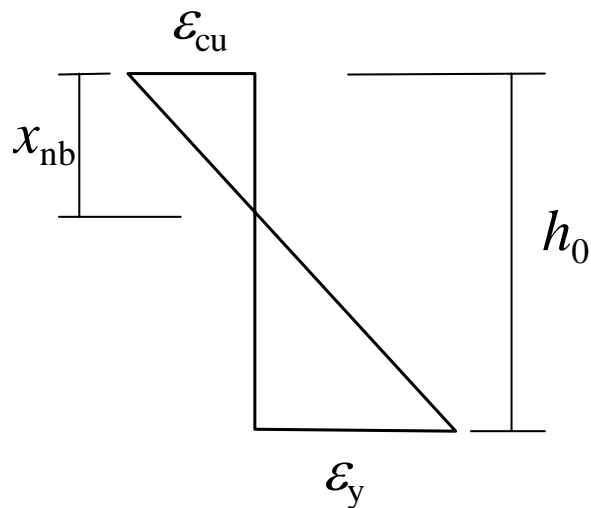
对于适筋梁，受拉钢筋应力  $\sigma_s = f_y$ 。

$$\xi = \frac{f_y}{\alpha f_c} \cdot \frac{A_s}{bh_0} = \rho \frac{f_y}{\alpha f_c}$$

**相对受压区高度  $\xi$**  不仅反映了钢筋与混凝土的面积比(配筋率  $\rho$ )，也反映了钢筋与混凝土的材料强度比，**是反映构件中两种材料配比本质的参数。**

(Reinforcement Index)

### 三、相对界限受压区高度



中和轴高度

$$x_{nb} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} \cdot h_0$$

$$\xi_b = \frac{x_b}{h_0} = \frac{\beta x_{nb}}{h_0} = \frac{\beta \epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y}$$

$$\xi_b = \frac{\beta \epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} = \frac{\beta}{1 + \frac{f_y}{\epsilon_{cu} E_s}}$$

相对界限受压区高度仅与材料性能有关，而与截面尺寸无关

## 基本方程

$$\sum N = 0, \quad \alpha f_c b \cdot \xi h_0 = \sigma_s A_s$$

$$\sum M = 0, \quad M_u = \alpha f_c b h_0^2 \xi (1 - 0.5 \xi)$$

达到界限破坏时的受弯承载力为适筋梁 $M_u$ 的上限

$$M_{u,\max} = \alpha f_c b h_0^2 \xi_b (1 - 0.5 \xi_b) = \alpha_{s,\max} \cdot \alpha f_c b h_0^2$$

$$\alpha_{s,\max} = \xi_b (1 - 0.5 \xi_b)$$

$$\rho_b = \rho_{\max} = \xi_b \frac{\alpha f_c}{f_y}$$

表 5-3 相对界限受压区高度 $\xi_b$ 和 $\alpha_{s,max}$ 

混凝土强度等级		C50	C60	C70	C80
HRB335 钢筋	$\xi_b$	0.550	0.531	0.512	0.493
	$\alpha_{s,max}$	0.399	0.390	0.381	0.372
HRB400 钢筋	$\xi_b$	0.518	0.499	0.481	0.462
	$\alpha_{s,max}$	0.384	0.375	0.365	0.356

达到界限破坏时的受弯承载力为适筋梁 $M_u$ 的上限

$$M_{u,max} = \alpha f_c b h_0^2 \xi_b (1 - 0.5 \xi_b) = \alpha_{s,max} \cdot \alpha f_c b h_0^2$$

$$\alpha_{s,max} = \xi_b (1 - 0.5 \xi_b)$$

$$\rho_b = \rho_{max} = \xi_b \frac{\alpha f_c}{f_y}$$

## 达到界限破坏时的受弯承载力为适筋梁 $M_u$ 的上限

$$M_{u,\max} = \alpha f_c b h_0^2 \xi_b (1 - 0.5 \xi_b) = \alpha_{s,\max} \cdot \alpha f_c b h_0^2$$

$$\alpha_{s,\max} = \xi_b (1 - 0.5 \xi_b)$$

$$\rho_b = \rho_{\max} = \xi_b \frac{\alpha f_c}{f_y}$$

## 适筋梁的判别条件

$$\rho \leq \rho_{\max}$$

$$\xi \leq \xi_b$$

$$M \leq M_{u,\max} = \alpha_{s,\max} \cdot \alpha f_c b h_0^2$$

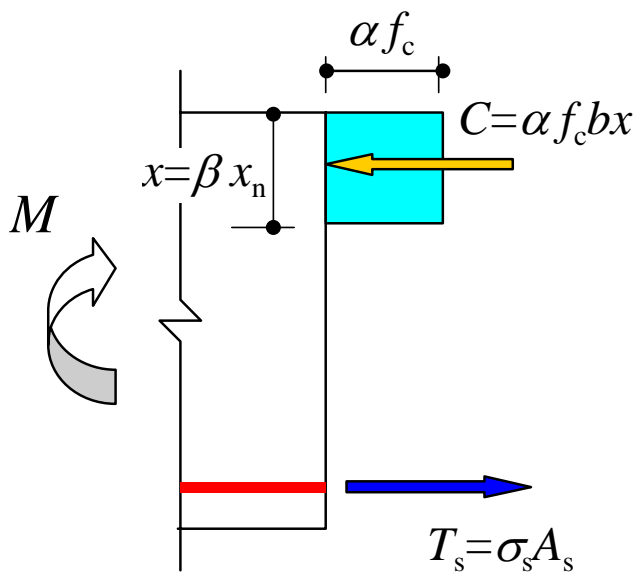
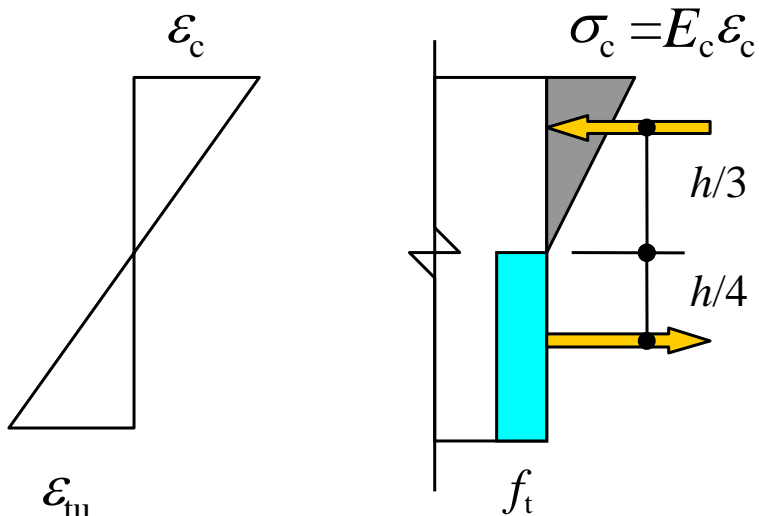
$$\alpha_s = M / \alpha f_c b h_0^2 \leq \alpha_{s,\max}$$

这几个判别条件  
是等价的

本质是

$$\xi \leq \xi_b$$

## 四、最小配筋率



$$M_{cr} = M_u$$

$$M_{cr} = f_{tk} b \frac{h}{2} \left( \frac{h}{4} + \frac{h}{3} \right) = \frac{7}{24} f_{tk} b h^2$$

$$\begin{aligned} M_u &= f_{yk} A_s (h_0 - 0.5x) \\ &= \rho f_{yk} b h_0^2 (1 - 0.5\xi) \end{aligned}$$

近似取

$$1 - 0.5\xi = 0.98$$

$$h = 1.1h_0$$

$$\rho_{min} = \frac{A_s}{bh} = 0.36 \frac{f_{tk}}{f_{yk}}$$



$$\rho_{\min} = \frac{A_s}{bh} = 0.36 \frac{f_{tk}}{f_{yk}}$$

$$f_{tk}/f_{yk} = 1.4f_t/1.1f_y = 1.273f_t/f_y$$

$$\rho_{\min} = \frac{A_s}{bh} = 0.45 \frac{f_t}{f_y}$$

同时不应小于0.2%

对于现浇板和基础底板沿每个方向受拉钢筋的最小配筋率不应小于0.15%。

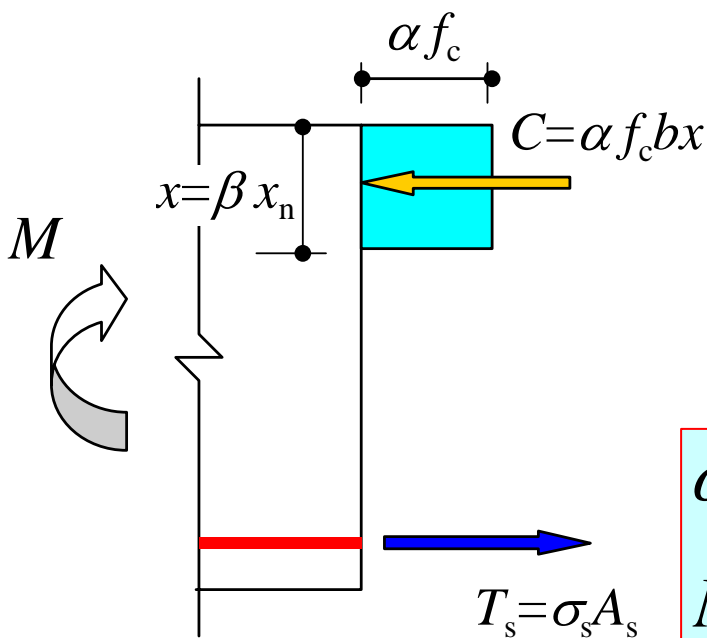
## Questions

- 1 Why there are different types of RC members?
- 2 What are the functions of reinforcement detailing?
- 3 How to simplify the calculation of flexure strength?
- 4 How to determine the maximum and minimum reinforcement ratio for RC beams?
- 5 How to design the RC beam when the maximum or minimum reinforcement ratio are not satisfied?
- 6 How to design T-section RC beam?

## 5.3 受弯构件正截面承载力计算

### 一、单筋矩形截面 (Singly Reinforced Section)

#### 基本公式



$$\alpha f_c b x = f_y A_s$$

$$M \leq M_u = \alpha f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) = f_y A_s \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)$$

$$\alpha f_c b \cdot \xi h_0 = f_y A_s$$

$$\begin{aligned} M \leq M_u &= \alpha f_c b h_0^2 \xi (1 - 0.5 \xi) = \alpha_s \cdot \alpha f_c b h_0^2 \\ &= f_y A_s h_0 (1 - 0.5 \xi) = f_y A_s \cdot \gamma_s h_0 \end{aligned}$$

## 适用条件

### 防止超筋脆性破坏

$$x \leq \xi_b h_0 \quad \text{或} \quad \xi \leq \xi_b$$

$$\rho = \frac{A_s}{bh_0} \leq \rho_{\max} = \xi_b \frac{\alpha f_c}{f_y}$$

$$M \leq M_{u,\max} = \alpha_{s,\max} \cdot \alpha f_c b h_0^2 \quad \text{或} \quad \alpha_s \leq \alpha_{s,\max}$$

### 防止少筋脆性破坏

$$A_s \geq \rho_{\min} b h$$

## 截面复核

**已知：**截面尺寸 $b$ ， $h(h_0)$ 、截面配筋 $A_s$ ，以及材料强度 $f_y$ 、 $f_c$

**求：**截面的受弯承载力  $M_u > M$

**未知数：**受压区高度 $x$ 和受弯承载力 $M_u$

**基本公式：**

$$\alpha f_c b x = f_y A_s$$

$$M_u = \alpha f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) = f_y A_s \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)$$

**问题1：**  $x \leq \xi_b h_0$  时， $M_u = ?$

$$M_{u, \max} = \alpha_{s, \max} \cdot \alpha f_c b h_0^2$$

这种情况在施工质量出现问题，混凝土没有达到设计强度时会产生。

**问题2：**  $A_s < \rho_{\min} b h$  ?

## 截面设计

**已知：**弯矩设计值 $M$

**求：**截面尺寸 $b, h(h_0)$ 、截面配筋 $A_s$ ，以及材料强度 $f_y、f_c$

**未知数：**受压区高度 $x$ 、 $b, h(h_0)$ 、 $A_s、f_y、f_c$

**基本公式：**两个

$$\alpha f_c b x = f_y A_s$$

$$M \leq M_u = \alpha f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) = f_y A_s \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)$$

### 没有唯一解

设计人员应根据受力性能、材料供应、施工条件、使用要求等因素综合分析，确定较为经济合理的设计。

## 材料选用：

适筋梁的 $M_u$ 主要取决于 $f_y A_s$ ，

因此RC受弯构件的混凝土强度不宜较高。

现浇梁板：常用C15~C25级混凝土

预制梁板：常用C20~C40级混凝土

另一方面，RC受弯构件是带裂缝工作的，  
由于裂缝宽度和挠度变形的限制，**高强钢筋的强度也不能得到充分利用。**

梁常用**HRB335~HRB400**级钢筋

板常用**HPB235~HRB335**级钢筋。

## 截面尺寸确定

截面应具有一定刚度，使正常使用阶段的验算能满足挠度变形的要求。

根据工程经验，**一般常按高跨比 $h/L$** 来估计截面高度

简支梁可取 $h=(1/10 \sim 1/16)L$ ， $b=(1/2 \sim 1/3)h$  估计

简支板可取 $h = (1/30 \sim 1/35)L$

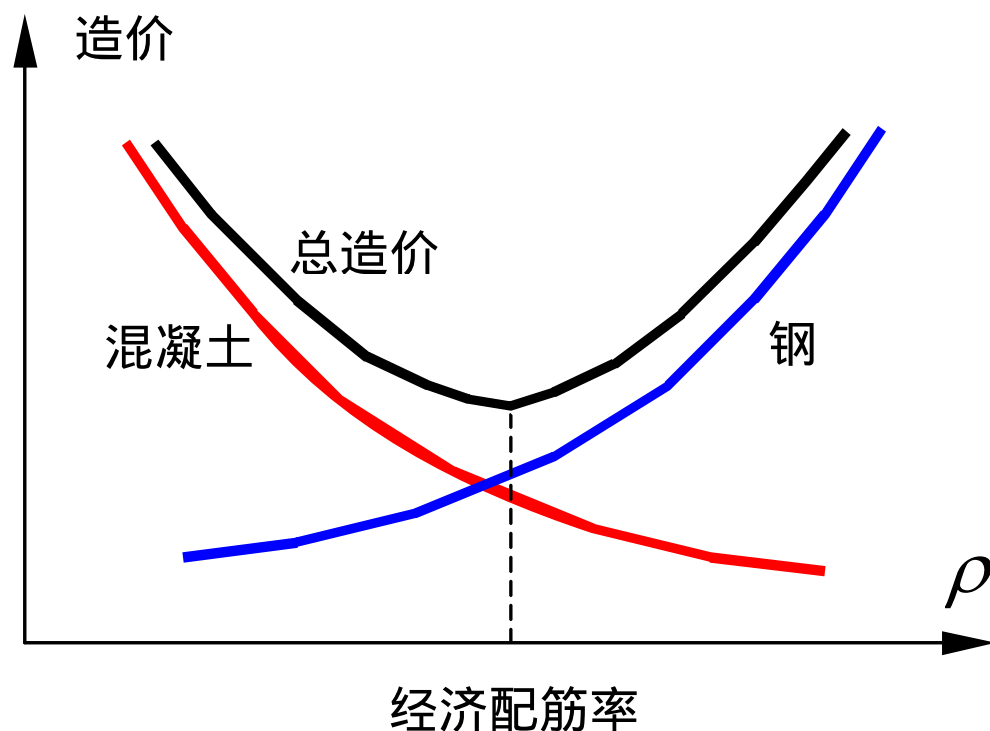
但截面尺寸的选择范围仍较大，为此需从经济角度进一步分析。

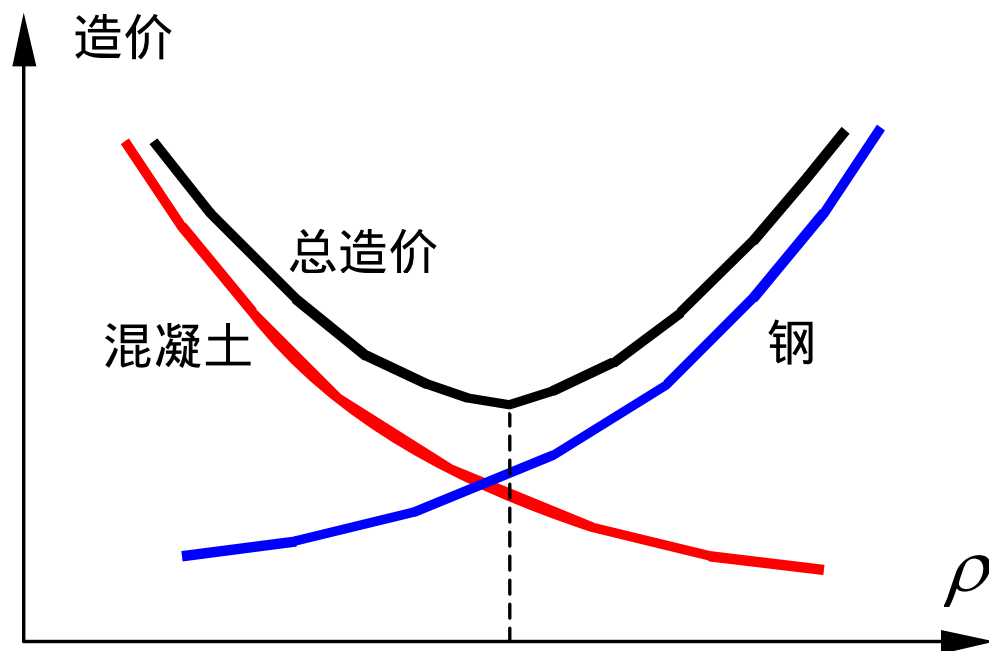


## 给定设计弯矩 $M$ 时

截面尺寸 $b$ 、 $h(h_0)$ 越大，所需 $A_s$ 就越少， $\rho$ 越小，但混凝土用量和模板费用增加，并影响使用净空高度；

**反之**， $b$ 、 $h(h_0)$ 越小，所需 $A_s$ 就越大， $\rho$ 增大。



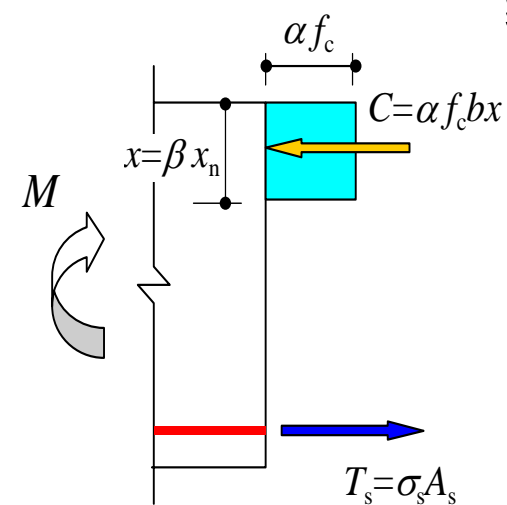


### 经济配筋率

梁： $\rho = 0.5\% \sim 1.6\%$

板： $\rho = 0.4\% \sim 0.8\%$

经济配筋率



$$M = f_y A_s \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) = \rho \cdot f_y b h_0^2 (1 - 0.5\xi)$$

$$h_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - 0.5\xi}} \cdot \sqrt{\frac{M}{\rho \cdot f_y b}} = (1.05 \sim 1.1) \sqrt{\frac{M}{\rho \cdot f_y b}}$$

## 截面设计

**已知：**弯矩设计值 $M$

**求：**截面尺寸 $b, h(h_0)$ 、截面配筋 $A_s$ ，以及材料强度 $f_y、f_c$

**未知数：**受压区高度 $x$ 、 $b, h(h_0)$ 、 $A_s、f_y、f_c$

**基本公式：**两个

$$\alpha f_c b x = f_y A_s$$

$$M_u = \alpha f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) = f_y A_s \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)$$

**没有唯一解**

设计人员应根据受力性能、材料供应、施工条件、使用要求等因素综合分析，确定较为经济合理的设计。

## 截面设计

**已知：**弯矩设计值 $M$

**求：**截面尺寸 $b$  ,  $h(h_0)$ 、截面配筋 $A_s$  , 以及材料强度 $f_y$ 、 $f_c$

**未知数：**受压区高度 $x$ 、 $b$  ,  $h(h_0)$ 、 $A_s$ 、 $f_y$ 、 $f_c$

**基本公式：**两个

$$\alpha f_c b x = f_y A_s$$

$$M_u = \alpha f_c b x (h_0 - \frac{x}{2}) = f_y A_s (h_0 - \frac{x}{2})$$

选定材料强度 $f_y$ 、 $f_c$  , 截面尺寸 $b$ 、 $h(h_0)$ 后

**未知数**就只有 $x$  ,  $A_s$  , 基本公式可解

$$\alpha f_c b x = f_y A_s$$

$$M_u = \alpha f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) = f_y A_s \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)$$

$$\alpha_s = \frac{M}{\alpha f_c b h_0^2} < \alpha_{s, \max}$$

$$\alpha f_c b \cdot \xi h_0 = f_y A_s$$

$$\begin{aligned} M \leq M_u &= \alpha f_c b h_0^2 \xi (1 - 0.5\xi) = \alpha_s \cdot \alpha f_c b h_0^2 \\ &= f_y A_s h_0 (1 - 0.5\xi) = f_y A_s \cdot \gamma_s h_0 \end{aligned}$$

$$\gamma_s = 0.5(1 + \sqrt{1 - 2\alpha_s})$$

$$A_s = \frac{M}{\gamma_s h_0 f_y}$$

$$\alpha f_c b x = f_y A_s$$

$$M_u = \alpha f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) = f_y A_s \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)$$

$$M = \alpha f_c b h_0^2 \cdot \xi (1 - 0.5\xi) = \alpha_s \cdot \alpha f_c b h_0^2$$

问题？

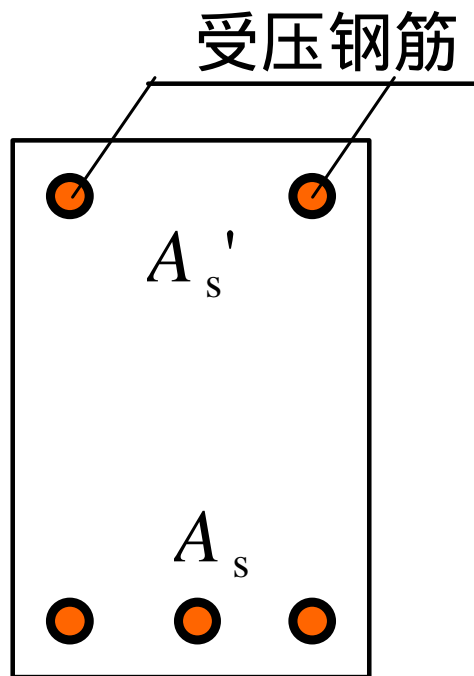
$$\alpha_s = \frac{M}{\alpha f_c b h_0^2} \geq \alpha_{s,\max}$$

？

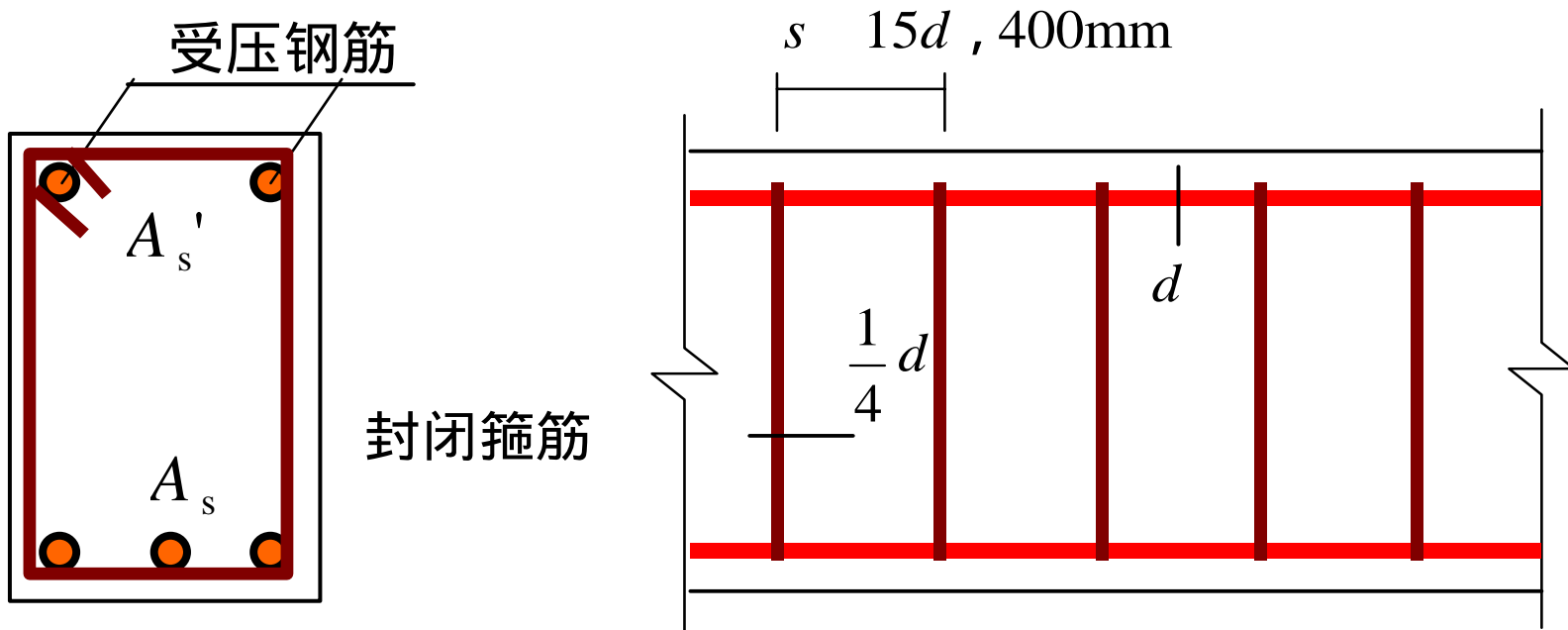
增加截面尺寸或  $f_c$

## 二、双筋矩形截面 (Doubly Reinforced Section)

双筋截面是指同时配置受拉和受压钢筋的情况。



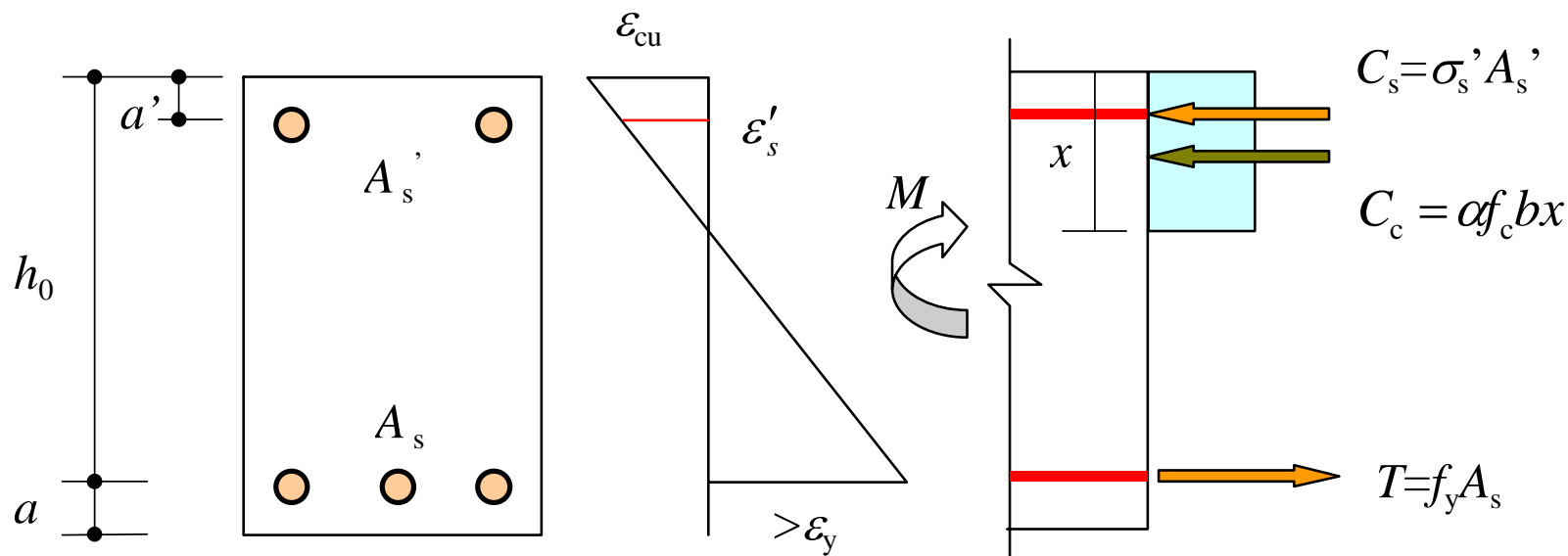
## 受压钢筋强度的利用



配置受压钢筋后，为防止受压钢筋压曲而导致受压区混凝土保护层过早崩落影响承载力，**必须配置封闭箍筋**。

当受压钢筋多于3根时，应设复合箍筋。

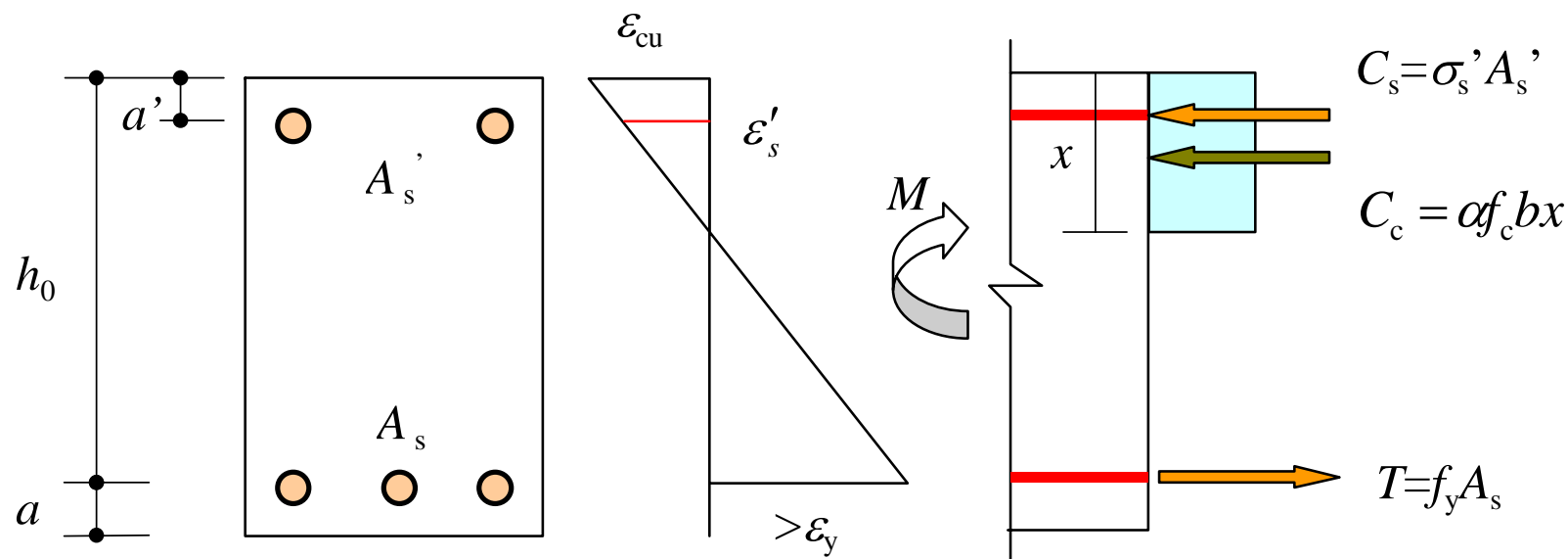




双筋截面在满足构造要求的条件下，截面达到 $M_u$ 的标志仍然是受压边缘混凝土达到 $\varepsilon_{cu}$ 。

在受压边缘混凝土应变达到 $\varepsilon_{cu}$ 前，如受拉钢筋先屈服，则其破坏形态与适筋梁类似，具有较大的延性。

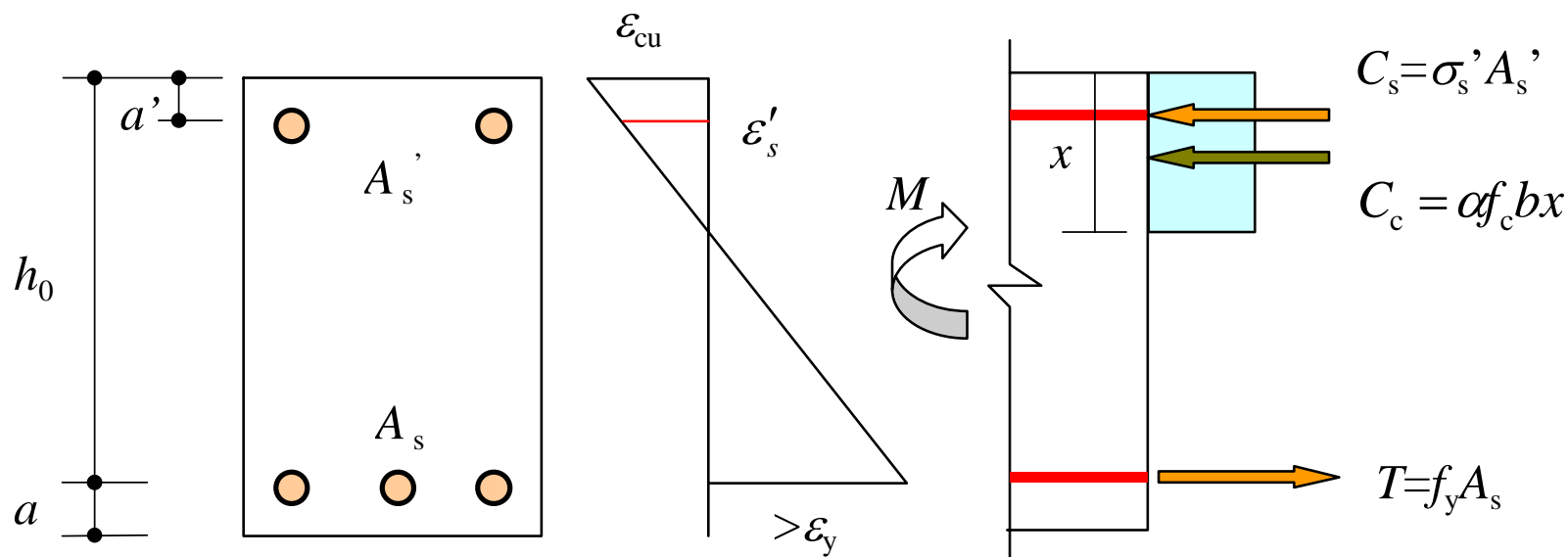
在截面受弯承载力计算时，受压区混凝土的应力仍可按等效矩形应力图考虑。



当相对受压区高度  $\xi$   $\xi_b$  时，截面受力的平衡方程为

$$\alpha f_c b x + \sigma_s' A_s' = f_y A_s$$

$$M_u = \alpha f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + \sigma_s' A_s' (h_0 - a')$$



如轴心受压构件所述，**钢筋的受压强度 $f_y'$  400 MPa。**

为使受压钢筋的强度能充分发挥，**其应变不应小于0.002。**

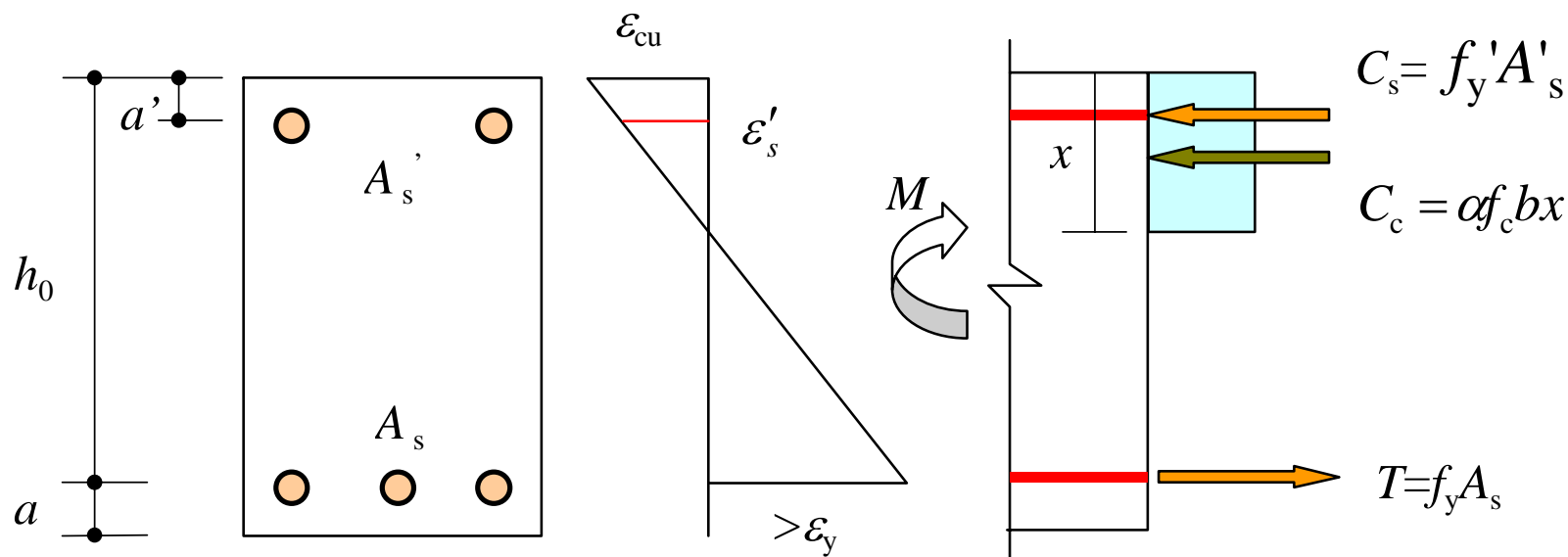
由平截面假定可得，

$$\varepsilon_s' = \varepsilon_{cu} \left(1 - \frac{a'}{x_n}\right) \geq 0.002 \quad \xrightarrow{\varepsilon_{cu}=0.0033} \quad \boxed{x \geq 2a'}$$

# 基本公式

$$\alpha f_c b x + f_y' A_s' = f_y A_s$$

$$M \leq M_u = \alpha f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_y' A_s' (h_0 - a')$$



## 基本公式

$$\alpha f_c b x + f'_y A'_s = f_y A_s$$

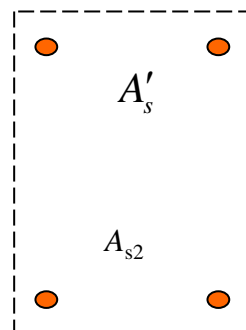
$$M \leq M_u = \alpha f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + f'_y A'_s (h_0 - a')$$

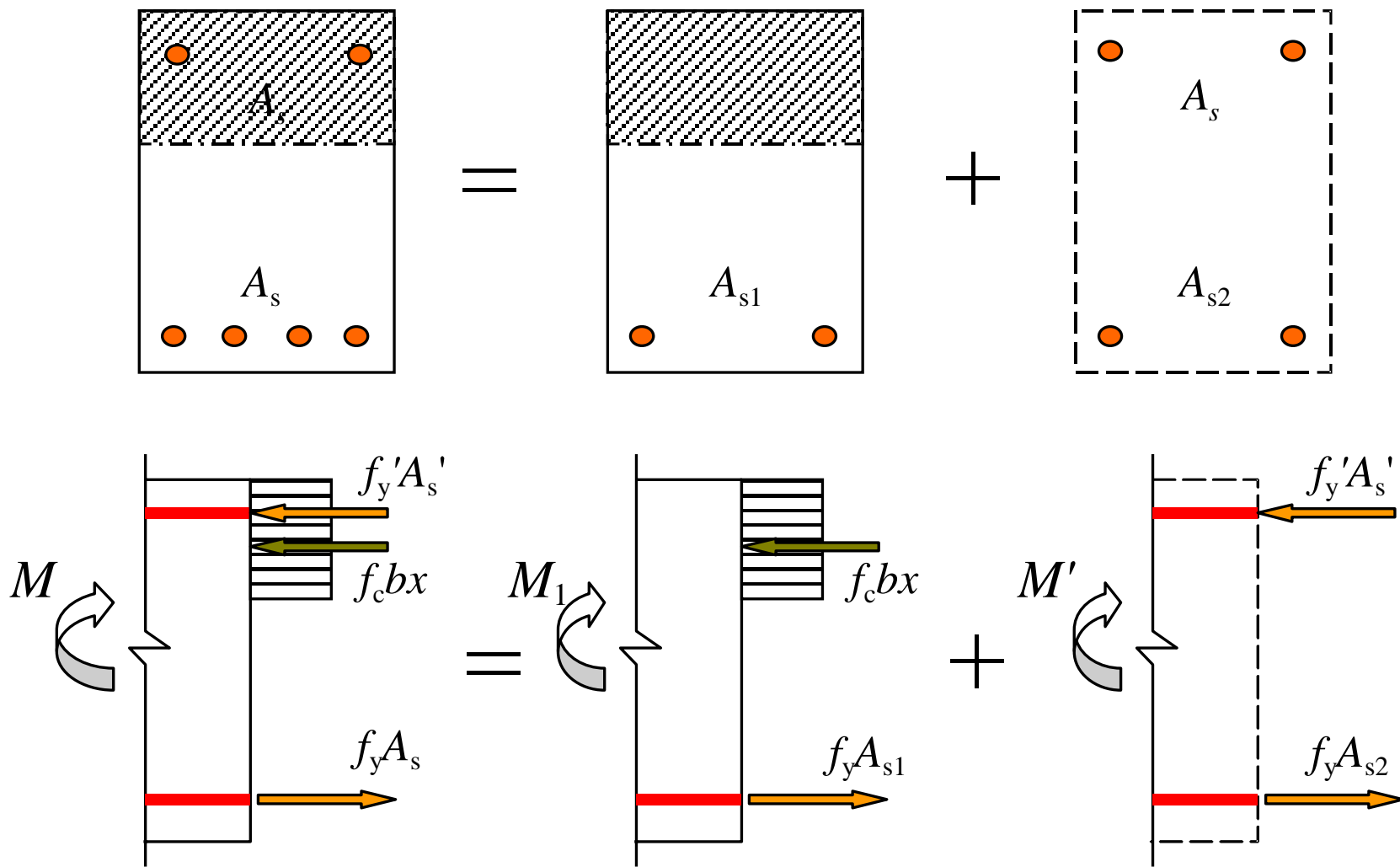
$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha f_c b x = f_y A_{s1} \\ M_1 = \alpha f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) \end{array} \right. + \left\{ \begin{array}{l} f'_y A'_s = f_y A_{s2} \\ M' = f'_y A'_s (h_0 - a') \end{array} \right.$$

单筋部分



纯钢筋部分





双筋截面的分解

## 基本公式

$$\alpha f_c b x + f_y' A_s' = f_y A_s$$

$$M \leq M_u = \alpha f_c b x (h_0 - \frac{x}{2}) + f_y' A_s' (h_0 - a')$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha f_c b x = f_y A_{s1} \\ M_1 = \alpha f_c b x (h_0 - \frac{x}{2}) \end{array} \right. + \left\{ \begin{array}{l} f_y' A_s' = f_y A_{s2} \\ M' = f_y' A_s' (h_0 - a') \end{array} \right.$$

单筋部分

纯钢筋部分

受压钢筋与其余部分受拉钢筋 $A_{s2}$ 组成的“纯钢筋截面”的受弯承载力与混凝土无关

因此截面的破坏形态不受 $A_{s2}$ 配筋量的影响，理论上这部分配筋可以很大，如形成钢骨混凝土构件

## 适用条件

防止超筋脆性破坏

$$x \leq \xi_b h_0 \quad \text{或} \quad \xi \leq \xi_b$$

$$\rho = \frac{A_{s1}}{bh_0} \leq \rho_{\max} = \xi_b \frac{\alpha f_c}{f_y}$$

$$M_1 \leq \alpha_{s,\max} \cdot \alpha f_c b h_0^2 \quad \text{或} \quad \alpha_{s1} \leq \alpha_{s,\max}$$

只要保证单筋部分不超筋即可

保证受压钢筋强度充分利用

$$x \geq 2a'$$

或

$$\gamma_s h_0 \leq h_0 - a'$$

双筋截面一般不会出现少筋破坏情况，可不必验算最小配筋率



## 截面复核

**已知：**  $b$ 、 $h$ 、 $a$ 、 $a'$ 、 $A_s$ 、 $A_s'$ 、 $f_y$ 、 $f_y'$ 、 $f_c$

**求：**  $M_u$   $M$

**未知数：** 受压区高度  $x$  和受弯承载力  $M_u$  两个未知数，有唯一解

$$\alpha f_c b x + f_y' A_s' = f_y A_s$$

$$M \leq M_u = \alpha f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_y' A_s' (h_0 - a')$$

## 截面复核

**已知：**  $b$ 、 $h$ 、 $a$ 、 $a'$ 、 $A_s$ 、 $A_s'$ 、 $f_y$ 、 $f_y'$ 、 $f_c$

**求：**  $M_u$   $M$

**未知数：** 受压区高度  $x$  和受弯承载力  $M_u$  两个未知数，有唯一解

$$\alpha f_c b x + f_y' A_s' = f_y A_s$$

$$M \leq M_u = \alpha f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_y' A_s' (h_0 - a')$$

**问题1：** 当  $\xi > \xi_b$  时， $M_u = ?$

$$M_1 = \alpha_{s, \max} \cdot \alpha f_c b h_0^2$$

$$M_u = M_1 + f_y' A_s' (h_0 - a')$$

## 截面复核

**已知：**  $b$ 、 $h$ 、 $a$ 、 $a'$ 、 $A_s$ 、 $A_s'$ 、 $f_y$ 、 $f_y'$ 、 $f_c$

**求：**  $M_u$   $M$

**未知数：** 受压区高度  $x$  和受弯承载力  $M_u$  两个未知数，有唯一解

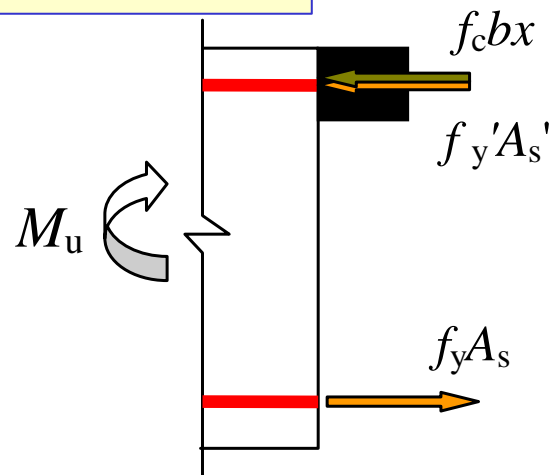
$$\alpha f_c b x + f_y' A_s' = f_y A_s$$

$$M \leq M_u = \alpha f_c b x (h_0 - \frac{x}{2}) + f_y' A_s' (h_0 - a')$$

**问题2：** 当  $x < 2a'$  时， $M_u = ?$

可偏于安全的按下式计算

$$M_u = f_y A_s (h_0 - a')$$



## 截面设计

**已知：**弯矩设计值 $M$ ，截面 $b$ 、 $h$ 、 $a$ 和 $a'$ ，材料强度 $f_y$ 、 $f_y'$ 、 $f_c$

**求：**截面配筋

$$\alpha_s = \frac{M}{\alpha f_c b h_0^2} < \alpha_{s, \max}$$

Y

按单筋计算

N

**未知数：** $x$ 、 $A_s$ 、 $A_s'$

**基本公式：**两个

$$\min(A_s + A_s')$$

$$\alpha f_c b x + f_y' A_s' = f_y A_s$$

$$M = \alpha f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_y' A_s' (h_0 - a')$$

$$A_s + A_s' = \frac{\alpha f_c}{f_y} b \cdot \xi h_0 + 2 \cdot \frac{M - \alpha f_c b h_0^2 \xi (1 - 0.5 \xi)}{f_y (h_0 - a')}$$

## 截面设计

**已知：**弯矩设计值 $M$ ，截面 $b$ 、 $h$ 、 $a$ 和 $a'$ ，材料强度 $f_y$ 、 $f_y'$ 、 $f_c$

**求：**截面配筋

$$\alpha_s = \frac{M}{\alpha f_c b h_0^2} < \alpha_{s,\max}$$

Y →

按单筋计算

↓ N

**未知数：** $x$ 、 $A_s$ 、 $A_s'$

**基本公式：**两个

$$\min(A_s + A_s')$$

$$A_s + A_s' = \frac{\alpha f_c}{f_y} b \cdot \xi h_0 + 2 \cdot \frac{M - \alpha f_c b h_0^2 \xi (1 - 0.5 \xi)}{f_y (h_0 - a')}$$

$$\frac{d(A_s + A_s')}{d\xi} = 0$$

$$\xi = 0.5 \left( 1 + \frac{a'}{h_0} \right) \approx 0.55$$

$$\xi = 0.5\left(1 + \frac{a'}{h_0}\right) \approx 0.55$$

表 5-3 相对界限受压区高度 $\xi_b$ 和 $\alpha_{s,max}$

混凝土强度等级		C50	C60	C70	C80
HRB335 钢筋	$\xi_b$	0.550	0.531	0.512	0.493
	$\alpha_{s,max}$	0.399	0.390	0.381	0.372
HRB400 钢筋	$\xi_b$	0.518	0.499	0.481	0.462
	$\alpha_{s,max}$	0.384	0.375	0.365	0.356

$$\xi = \xi_b$$

充分利用混凝土受压能力

## 截面设计

**已知：**弯矩设计值 $M$ ，截面 $b$ 、 $h$ 、 $a$ 和 $a'$ ，材料强度 $f_y$ 、 $f_y'$ 、 $f_c$

**求：**截面配筋

$$\alpha_s = \frac{M}{\alpha f_c b h_0^2} < \alpha_{s,\max}$$

Y  
→

按单筋计算

↓ N

**未知数：** $x$ 、 $A_s$ 、 $A_s'$

**基本公式：**两个

$$\min(A_s + A_s')$$

$$A_s' = \frac{M - M_1}{f_y'(h_0 - a')}$$

$$A_s + A_s' = \frac{\alpha f_c}{f_y} b \cdot \xi h_0 + 2 \cdot \frac{M - \alpha f_c b h_0^2 \xi (1 - 0.5 \xi)}{f_y (h_0 - a')}$$

$$\frac{d(A_s + A_s')}{d\xi} = 0$$

$$\xi = 0.5 \left( 1 + \frac{a'}{h_0} \right) \approx 0.55$$

$$\xi = \xi_b$$

即取  $M_1 = \alpha_{s,\max} \cdot \alpha f_c b h_0^2$

**宜取**  $\xi = 0.8 \xi_b$

已知： $M$ 、 $b$ 、 $h$ 、 $a$ 、 $a'$ 、 $f_y$ 、 $f_y'$ 、 $f_c$ 、 $A_s$

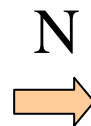
求： $A_s$

未知数： $x$ 、 $A_s$

$$M' = f_y' A_s' (h_0 - a')$$



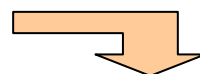
$$\alpha_{s1} = \frac{M - M'}{\alpha f_c b h_0^2} < \alpha_{s, \max}$$



按 $A_s$ 未知重算



求 $x$ 、 $\gamma_s$  若



Y  $\downarrow$   $x > 2a'$

$$A_s = \frac{M_1}{f_y \cdot \gamma_s h_0} + \frac{f_y'}{f_y} A_s'$$

$$A_s = \frac{M}{f_y (h_0 - a')}$$



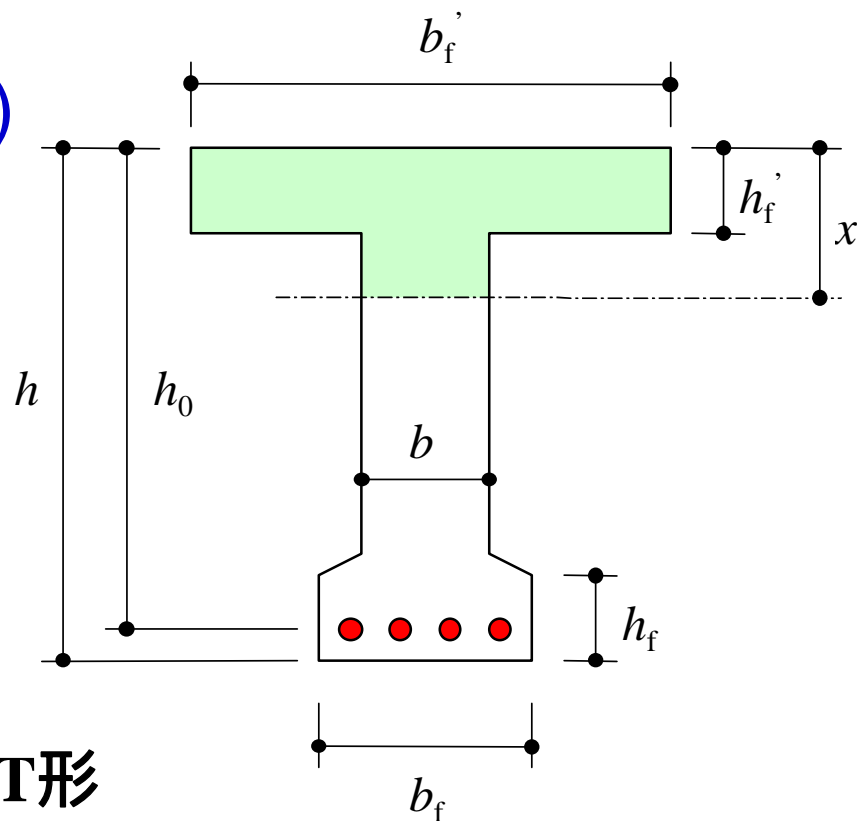
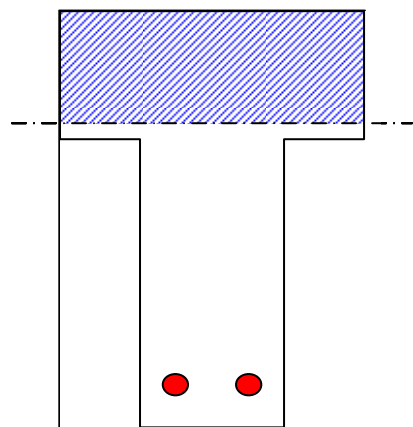
一般来说采用双筋是不经济的，工程中通常仅在以下情况时采用：

当截面尺寸和材料强度受建筑使用和施工条件（或整个工程）限制而不能增加，而计算又不满足适筋截面条件时，可采用双筋截面，即在受压区配置钢筋以补充混凝土受压能力的不足。

另一方面，由于荷载有多种组合情况，在某一组合情况下截面承受正弯矩，另一种组合情况下承受负弯矩，这时也出现双筋截面。

此外，由于受压钢筋可以提高截面的延性，因此，在抗震结构中要求框架梁必须必须配置一定比例的受压钢筋。

### 三、T形截面(T-sections)



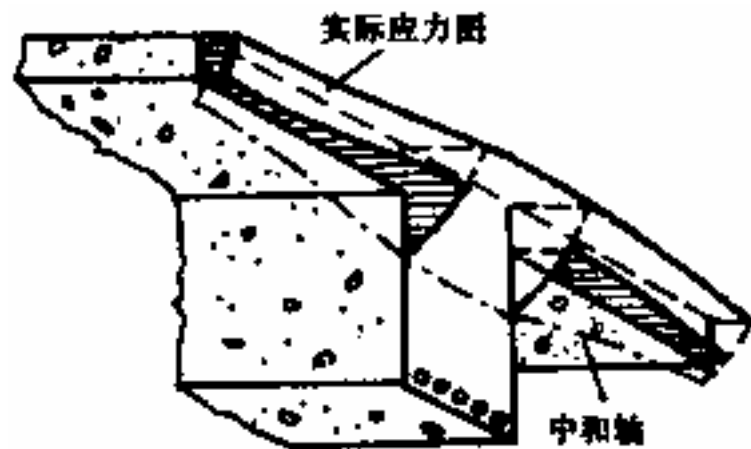
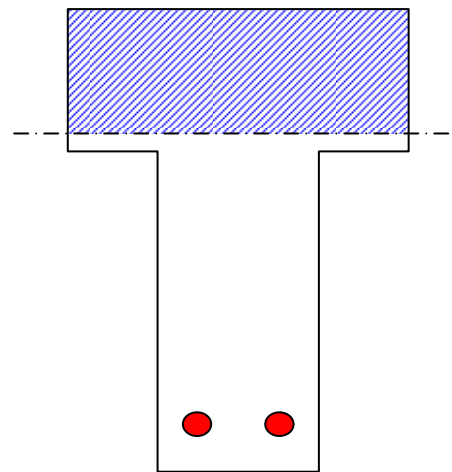
挖去受拉区混凝土，形成T形截面，对受弯承载力没有影响  
节省混凝土，减轻自重。

受拉钢筋较多，可将截面底部适当增大，形成工形截面。  
工形截面的受弯承载力的计算与T形截面相同。

受压翼缘(Compression Flange)越大，对截面受弯越有利( $x$ 减小，内力臂增大)

但试验和理论分析均表明，整个受压翼缘混凝土的压应力增长并不是同步的。

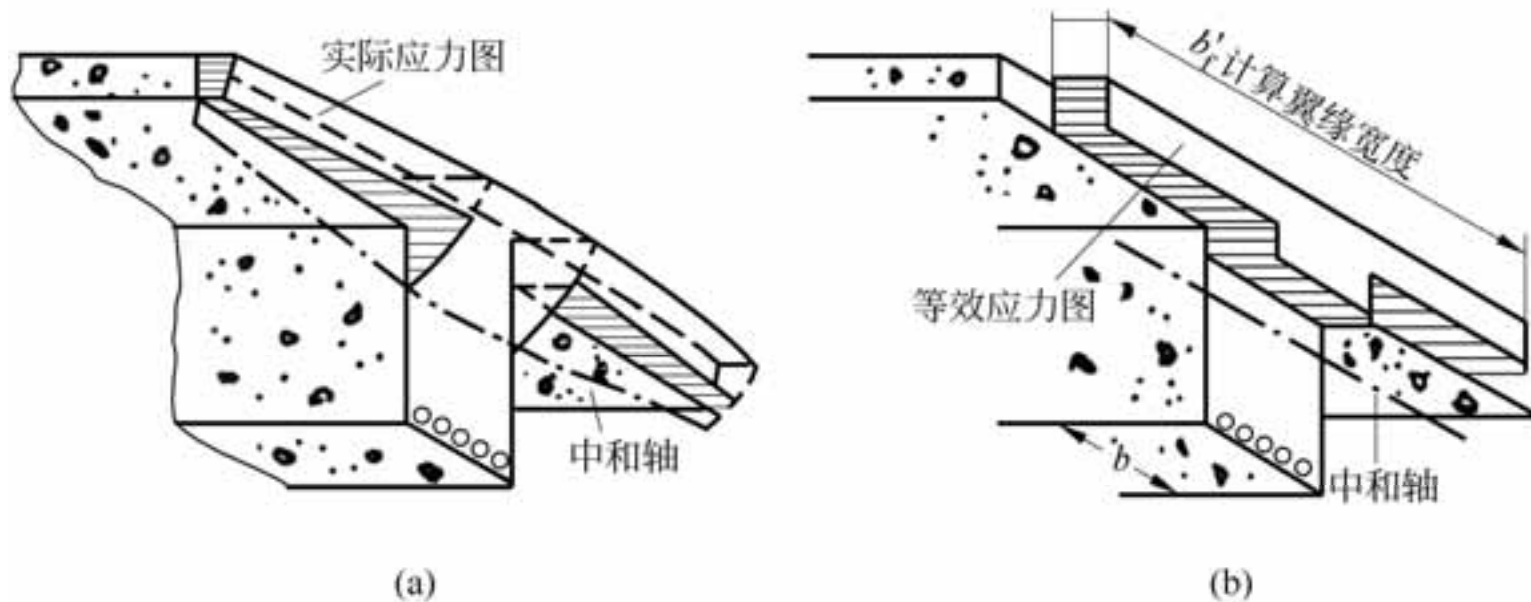
翼缘处的压应力与腹板处受压区压应力相比，存在**滞后现象**，随距腹板(Web)距离越远，翼缘压应力滞后程度越大。



计算上为简化采**有效翼缘宽度 $b_f'$**  ( Effective flange width)  
认为在 **$b_f'$  范围内**压应力为均匀分布 ,  $b_f'$  范围以外部分的翼  
缘则不考虑。

有效翼缘宽度也称为翼缘计算宽度

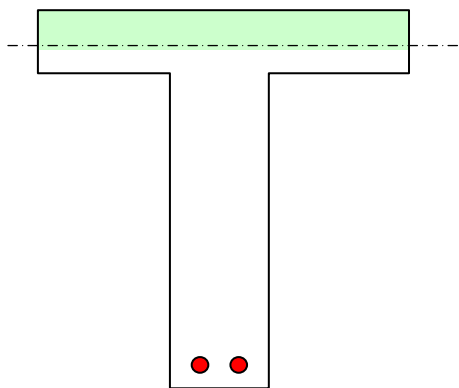
它与翼缘厚度 $h_f'$ 、梁的宽度 $l_0$ 、受力情况(单独梁、整浇肋  
形楼盖梁)等因素有关。



翼缘计算宽度  $b'_f$ 

考虑情况		T形截面		倒L形截面
		肋形梁(板)	独立梁	肋形梁(板)
按计算跨度 $l_0$ 考虑		$\frac{1}{3}l_0$	$\frac{1}{3}l_0$	$\frac{1}{6}l_0$
按梁(肋)净距 $S_n$ 考虑		$b + S_n$	—	$b + \frac{1}{2}S_n$
按翼缘高度 $h'_f$ 考虑	当 $h'_f/h_0 \geq 0.1$	—	$b + 12h'_f$	—
	当 $0.1 > h'_f/h_0 > 0.05$	$b + 12h'_f$	$b + 6h'_f$	$b + 5h'_f$
	当 $h'_f/h_0 < 0.05$	$b + 12h'_f$	$b$	$b + 5h'_f$

## 第一类T形截面

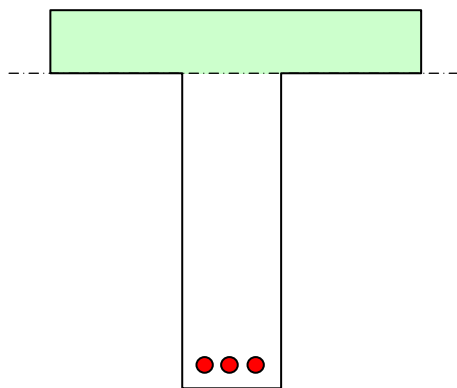


$$x < h'_f$$

$$\alpha f_c b'_f h'_f > f_y A_s$$

$$M < M'_f$$

## 界限情况

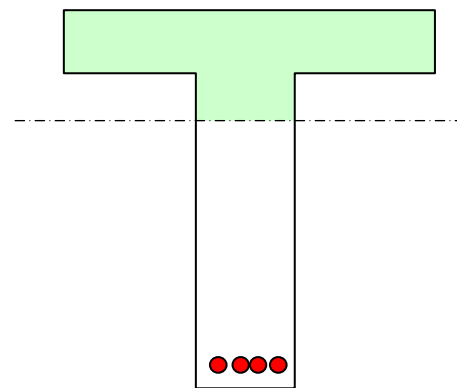


$$x = h'_f$$

$$\alpha f_c b'_f h'_f = f_y A_s$$

$$M'_f = \alpha f_c b'_f h'_f \left( h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)$$

## 第二类T形截面

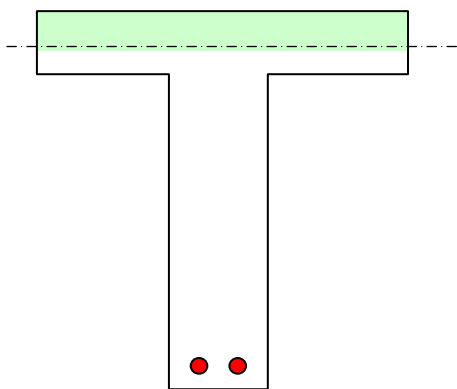


$$x > h'_f$$

$$\alpha f_c b'_f h'_f < f_y A_s$$

$$M > M'_f$$

## 第一类T形截面



计算公式与宽度等于 $b_f'$ 的矩形截面相同

$$f_c b_f' x = f_y A_s$$

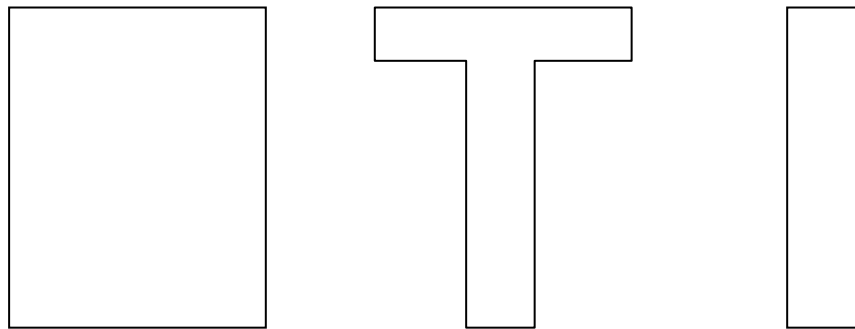
$$M \leq f_c b_f' x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)$$

为防止超筋脆性破坏，相对受压区高度应满足 $\xi \leq \xi_b$ 。对第一类T形截面，该适用条件一般能满足。

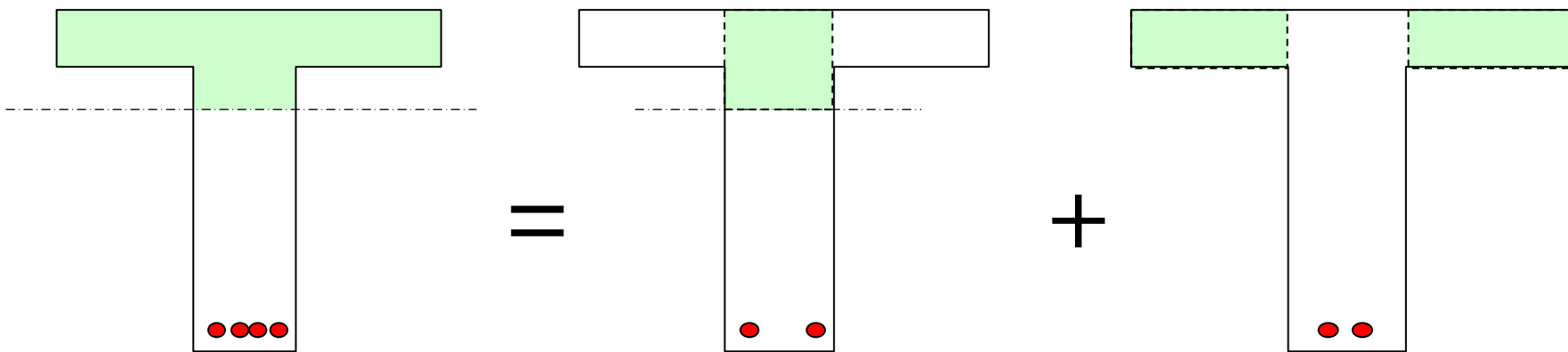
为防止少筋脆性破坏，受拉钢筋面积应满足 $A_s \geq \rho_{\min} b h$ ， $b$ 为T形截面的腹板宽度。

对工形和倒T形截面，则受拉钢筋应满足

$$A_s \geq \rho_{\min} [b h + (b_f - b) h_f]$$



## 第二类T形截面



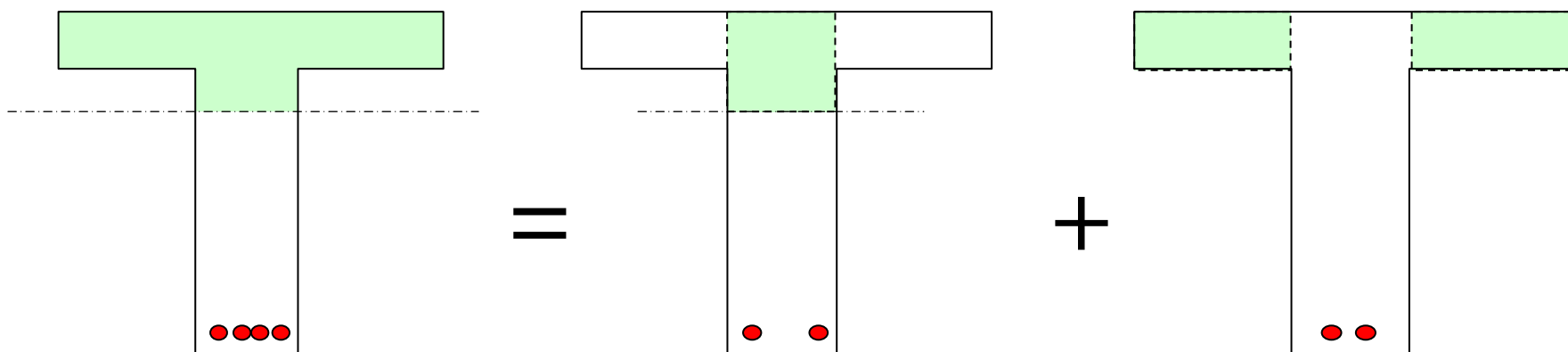
$$\alpha f_c b x + \alpha f_c (b'_f - b) h'_f = f_y A_s$$

$$M_u = \alpha f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + \alpha f_c (b'_f - b) h'_f \left( h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha f_c b x = f_y A_{s1} \\ M_1 = \alpha f_c b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) \end{array} \right. + \left\{ \begin{array}{l} \alpha f_c (b'_f - b) h'_f = f_y A_{s2} \\ M' = \alpha f_c (b'_f - b) h'_f \left( h_0 - \frac{h'_f}{2} \right) \end{array} \right.$$



## 第二类T形截面



为防止超筋脆性破坏，单筋部分应满足：

$$x \leq \xi_b h_0 \quad \text{或} \quad \xi \leq \xi_b$$

$$\rho = \frac{A_{s1}}{bh_0} \leq \rho_{\max} = \xi_b \frac{\alpha f_c}{f_y}$$

$$M_1 \leq \alpha_{s,\max} \cdot \alpha f_c b h_0^2 \quad \text{或} \quad \alpha_{s1} \leq \alpha_{s,\max}$$

为防止少筋脆性破坏，截面总配筋面积应满足：

$$A_s \geq \rho_{\min} b h_0$$

对于第二类T形截面，该条件一般能满足。

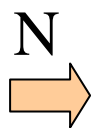
第二类T形截面的设计计算方法也与双筋截面类似

$$A_{s2} = \frac{\alpha f_c (b'_f - b) h'_f}{f_y}$$

$$M' = \alpha f_c (b'_f - b) h'_f \left( h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)$$



$$\alpha_{s1} = \frac{M - M'}{\alpha f_c b h_0^2} < \alpha_{s, \max}$$



?



按单筋截面计算  $A_{s1}$

## Key Notes

- 1 Basic assumption
- 2 Reinforcement index  $\xi$  —failure mode
- 3 Maximum and minimum reinforcement ratio
- 4 Calculation and design of singly and doubly reinforced rectangular section
- 5 Calculation and design of (**doubly**) T-section

## Questions

- 1 Why there are different types of RC members?
- 2 What are the functions of reinforcement detailing?
- 3 How to simplify the calculation of flexure strength?
- 4 How to determine the maximum and minimum reinforcement ratio for RC beams?
- 5 How to design the RC beam when the maximum or minimum reinforcement ratio are not satisfied?
- 6 How to design doubly and T-section RC beam?