

3次元ソリッド解析のための 完全自動の六面体メッシュ生成手法の研究

—表面四角形メッシュ修正法と改良ウィスカーウィービング法の開発—

正員 川村 恭己* 学生員 Md. Shahidul Islam**
正員 角 洋一*

Fully Automatic 3-dimensional Hexahedral Mesh Generation

· Improved Whisker Weaving Method with Surface Mesh Modification Procedure ·

by Yasumi Kawamura, *Member* Md. Shahidul Islam, *Student Member*
Yoichi Sumi, *Member*

Summary

Due to the accuracy and the efficiency of hexahedral elements, automatic hexahedral mesh generation has a growing demand for finite element analysis. For this problem, several algorithms have been proposed by many researchers. However, reliable automatic hexahedral mesh generation has not been established yet. In this paper, a new strategy of fully automatic hexahedral mesh generation is proposed. In this strategy, the prerequisite for generating hexahedral is quadrilateral surface mesh. From the given surface mesh, combinatorial dual cycles (whisker sheet loops for whisker weaving algorithm) are generated to produce hexahedral mesh. Since generating good quality hexahedral mesh does not depend only on the quality of quadrilaterals of the surface mesh but also on the quality of the dual cycles generated from it, the method to remove self-intersections from dual cycles is proposed. The surface mesh modification procedure of the proposed method has three basic steps. These steps are (a) face collapsing, (b) new face generation and (c) template application. Next, automatic hexahedral mesh generator by the improved whisker-weaving algorithm has been developed in this paper. By introducing nodal placement technique, it becomes possible to generate hexahedral mesh with fewer bad-quality elements. Several examples will be presented to show the validity of the proposed mesh generation strategy.

1. 結 言

有限要素法を用いた解析では、解析を行う前に対象領域のメッシュを作成する必要がある。近年の解析の大規模化に伴ってメッシュ生成の負荷の増大が問題となり、多くの自動メッシュ生成手法の研究が行われてきた。三次元ソリッド問題では、四面体要素による自動メッシュ生成手法が既に確立されてきている^{1~3)}。一般に六面体要素は、四面体に比べ近似関数の精度が良く、規則的な要素配置が可能なることから、多くの解析者に好まれている。しかしながら、現在のところ確立された自動六面体メッシュ手法は存在しないため、六面体メッシュを用いた解析モデル生成に大きな労力を必要としている。

六面体メッシュ生成手法の研究としては、解析対象領

域をマッピング法等が適用可能な単純なサブ領域に分割する方法⁴⁾や、2次元の四角形メッシュを引き延ばす方法(スリーピング)^{5~7)}、**medial surface**を用いて六面体メッシュ配置可能な単純形状へ分割する方法⁸⁾等があるが、これらは適用できる問題形状に制限があるなど完全な自動化には到っていない。また、Schneidersは、物体内部から境界へと格子状に六面体を配置していく**Grid-based**法⁹⁾を提案しているが、解析上重要である境界付近の要素形状が悪くなるという欠点がある。

これらの手法の問題点を解決するために、最近、六面体メッシュ生成の前に、物体形状の表面に四角形メッシュを作成し、それをもとに物体内部に六面体要素を配置していく六面体要素生成におけるアドバンシングフロント法²⁾的な考え方が提案されている^{10~13)}。Cannanらの**Plastering**法¹⁰⁾では、境界から形の良い六面体要素を順次配置していくことにより、六面体メッシュを完成

* 横浜国立大学大学院工学研究院

** 横浜国立大学大学院工学府

させている。しかしながら、この方法では最終的に物体内部に複雑な形の空洞が生じることが多く、六面体のみでメッシュを完成させることが困難である。一方、ウィスカーウィービング法¹¹⁻¹³⁾では、3次元実空間上で直接六面体要素を生成する代わりに、複数のウィスカーシートと呼ばれる2次元領域上でウィスカー(Whisker=ひげ)を編んでいく(Weaving)ことで、位相的な六面体要素のつながり情報を作成し、最終的に実空間上での六面体メッシュを生成している。この方法は、六面体同士の位相的關係に基づいた手法であるため、内部に空洞ができることはないが、表面四角形メッシュに生じる自己交差が原因でナイフ要素と呼ばれる有限要素として不適な形状の要素が生成されてしまうという欠点がある(2節参照)。また、3次元実空間の情報を用いないため、扁平な形の悪い要素が生成されてしまうという問題がある¹⁴⁾。以上のように、完全自動の3次元六面体メッシュ生成法の開発は大変困難であり、その手順の確立が望まれている。

著者らは、質の良い六面体メッシュの自動生成のためには、表面四角形メッシュを元に要素配置を行うという考え方が最も有効であると考えている。よって、本研究では、対象とする物体表面を、まず四角形メッシュで分割を行い、それを元に内部で六面体メッシュを生成する完全自動のメッシュ生成手法を提案する。具体的には、(1)完全自動化が可能な六面体メッシュ生成戦略の提案、(2)表面四角形メッシュより自己交差を除去する手法の提案、(3)改良型ウィスカーウィービング法の開発、を行った。

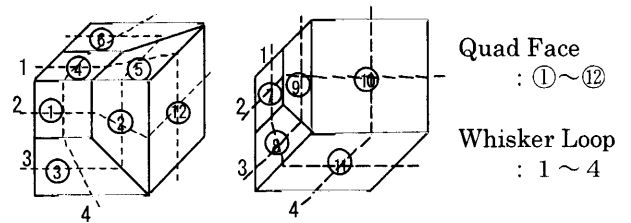
2. ウィスカーウィービング法と自己交差の問題について

2.1 ウィスカーウィービング法

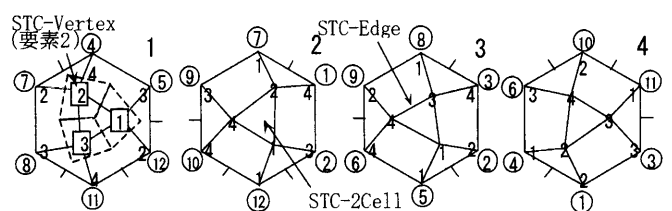
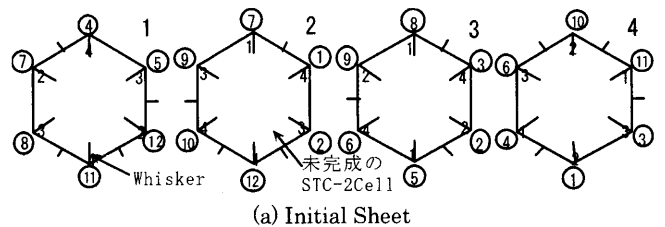
本研究で提案する3次元六面体自動メッシュ生成法においては、まず表面四角形メッシュを入力データとして与え、それを元に対象領域の内部を六面体で満たしていく。六面体生成法としては、Tautegsらが提案したウィスカーウィービング法の考え方¹¹⁾を改良した手法を開発した。ここでは、ウィスカーウィービング法のコンセプトを簡単に示す。

ウィスカーウィービング法では、表面を四角形で分割された立体の内部を、ウィスカーシートと呼ばれる要素間の2次元的な位相情報の接続関係を用いて六面体を生成していく。例えば、Fig.1のように、立方体表面を12個の四角形(①~⑫)で分割された入力データが与えられたとする。まず四角形面を結ぶループ(ウィスカーループ、または、双体輪と呼ぶ)を考える。これは表面

のある四角形のある辺をスタートし、四角形の対辺をたどって進んで行き、スタートした辺に到着することによって定義される(Fig.1中の点線)。例えばFig.1(a)の立方体上面の④の四角形面から出発したループは⑤⑫の面を経由した後、Fig.1(b)の⑪⑧⑦の面を通り、Fig.1(a)の面④へと戻ってきて一つのループができる。このようにFig.1の場合、1から4まで番号付けされた4つの初期ループができる(Fig.2(a))。このループを外周とする多角形が初期のウィスカーシートと定義される。初期ウィスカーシートにおける外周上の頂点は、実空間上では表面四角形を表す(①~⑫)。また、頂点から出ているひげ(Whisker)は、物体表面上の四角形面を表している。本アルゴリズムでは、まずこのような初期シートを生成し、全てのシートの内部を多角形で分割する(Weaving)ことによってシートを完成させ、要素の結合関係を生成していく(Fig.2(b))。Fig.3に、シートが完成した後の実空間における要素分割のイメージを示す。Fig.2(b)に示すように、完成されたシート内の各頂点(STC-Vertex)は、1つの六面体要素のシート上への射影を表している。例えば、Fig.2(b)左のハッチ部分内の3つのSTC-Vertex(①, ②, ③)は、Fig.3右図の点線部の3要素に対応する。すなわち、各シートの各STC-Vertexが4つの辺(STC-Edge=実空間上における要素面)と結合するようにウィービングすることにより、六面体要素を構成する面どうしの位相的な接続情報を作成できることになる。



(a) Front, Top, Right View (b) Back, Bottom, Left View
Fig.1 Example of Surface Quadrilateral Mesh



(b) Completed Sheet (After Whisker-weaving)
Fig.2 Concept of Whisker-weaving Method

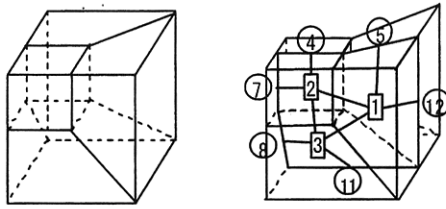
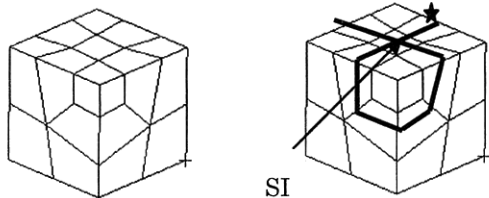


Fig.3 Generated Hexahedral Mesh

2.2 ウィスカーープにおける自己交差とナイフ要素

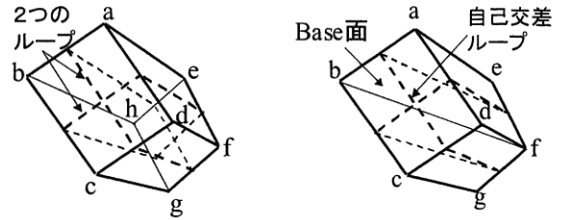
一般に、貫通穴のない単連結の領域の表面が偶数個の四角形で分割されているならば、領域内部を六面体のみで満たせることが知られている^{11,15)}。しかしながら、前節で示したウィスカーープ内に自己交差が存在する場合には、ナイフ要素と呼ばれる有限要素解析に用いることのできない要素が生成されてしまう場合がある^{11,14)}。Fig.4に、自己交差(Self-Intersection(SI))面の例を示す。星印の場所からウィスカーープをたどっていくと、面SIにてループが2度通過(すなわち自己交差)している。



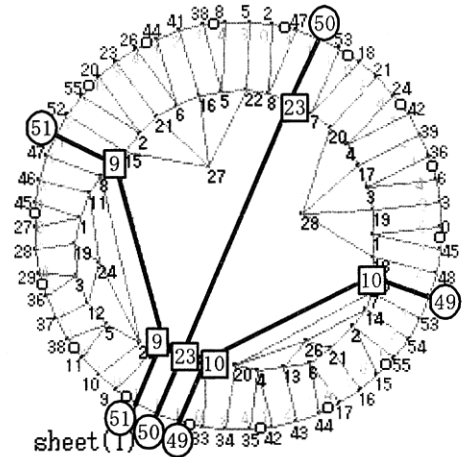
(a) A Block with Surface Mesh (b) SI of the Dual Loop
Fig.4 Self-intersection of the Dual Loop

ナイフ要素とは六面体の1つの面が潰れてしまい、見かけ上五面体に見える要素のことである(Fig.5(b))。図中の面abcdをBase面と呼び、この例では、Base面の節点bとdの両方とも節点fと接続している。すなわち、六面体の1つの面(Fig.5(a)の面efgh)が潰れて線efgとなったものがナイフ要素である。ナイフ要素を見ると、表面に描かれているループ(点線)が自己交差(self-intersect)していることがわかる。Fig.5(c)にナイフが生成されたシートの例を示す。自己交差した同じ表面四角形面(面49, 50, 51)から発した2本のWhiskerが互いに結ばれてできたSTC-Edgeの両端は、同じ番号のSTC-Vertex(すなわち同じ要素(10, 23, 9))から発している(図中太線)。つまり、この要素のある面に接続する隣の要素は、その要素自身になってしまう。このように、表面四角形分割を基に内部を六面体で満たす際に、自己交差が存在すると、一部の極めてまれな例外(異なる自己交差面から発生するウィスカークが結ばれた場合¹⁶⁾)を除いてナイフ要素が生成されることになる。すなわち、自己交差を有する任意の入力データ(表面の四角形分割)に対して、表面四角形を崩さないまま内部を六

面体で満たすのは困難である。



(a) General Hex Element (b)Knife Element



(c) Whisker Sheet with Knife Element

Fig.5 Knife Element As a Result of Self-intersection

3. 六面体自動メッシュ生成戦略の提案

以上のような考察から、本研究では完全自動の六面体メッシュ生成手法として、Fig.6に示すようなプロセスを提案する。

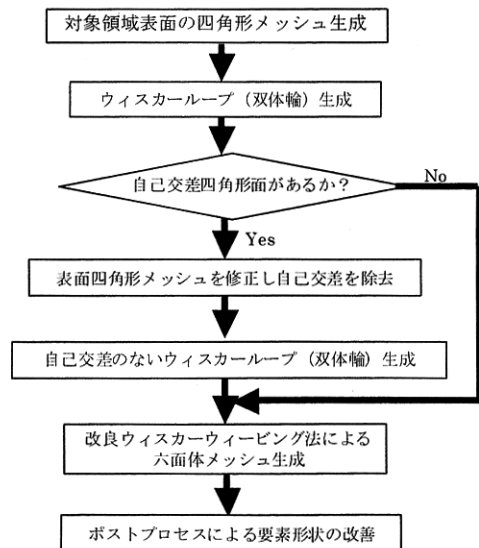


Fig.6 Flow Chart of Hexahedral Mesh Generation

解析対象の3次元の立体形状がB-repモデル(境界形状で表現される3Dモデル)¹⁷⁾で与えられると仮定する。まず、既存の四角形メッシュジェネレータ^{18~20)}を用いることにより質の良い四角形メッシュ生成を行うこと

ができる。次に、生成された四角形メッシュに対して2.1節に示した方法でウィスカーリングを作成する。各ループ上に自己交差面が存在する場合には、本研究で提案する自己交差を除去するための表面四角形メッシュ修正法により、最終的に自己交差のない表面四角形メッシュとウィスカーリングを作成する。さらに、それらを元に本研究で開発した改良ウィスカーウィーピング法を用いて、六面体メッシュを生成する。ところで、ウィスカーウィーピング法では、四角形表面メッシュに自己交差がない場合でも、場合によっては形状が悪い要素が生成されることがある。そこで本手法ではメッシュ生成の最後にスムージング等のポストプロセスを用いて要素形状の改善を行う。本論文では、次節にて表面四角形メッシュ修正法を、また5節にて改良ウィスカーウィーピング法について述べる。

4. 表面四角形メッシュ修正法の開発

本節では、任意の表面四角形メッシュを入力データとして、自己交差する四角形面を除去する手法を提案する。具体的には、(1)四角形面消去、(2)四角形面生成による自己交差面の移動、(3)テンプレートの適用、の3ステップを組み合わせた四角形メッシュ修正法を開発した。

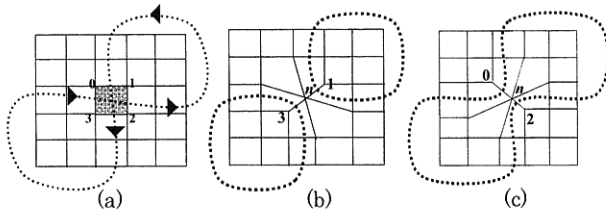


Fig7 Face Collapsing Techniques

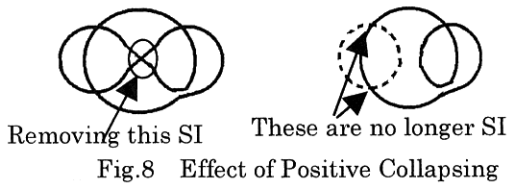


Fig.8 Effect of Positive Collapsing

4.1 表面四角形メッシュ修正法

4.1.1 四角形面消去法(Face Collapsing)

自己交差を除去する簡便な手法に、Folwell らが最初に提案した四角形面の消去手法がある^{21,22)}。Fig.7(a)のように、自己交差が存在する場合、自己交差する四角形(Fig.7(a)のグレーの四角形)をつぶすことにより、Fig.7(b)または(c)のように、自己交差をなくすることができる。Fig.7(b)は、節点0と節点2を縮約することにより、Fig.7(a)の自己交差ループを2つの独立なループに変えている。また、Fig.7(c)では、節点1と3を縮約することにより1つの自己交差のないループへと変化させている。このように、同じ四角形面を消去しても2種類の結果が生じるが、ここでは、それぞれ陽消去法

(positive collapsing)、陰消去法(negative collapsing)と呼ぶ。一般に、陽消去法は陰消去法と異なり、同一ループ内に複数の自己交差があった場合に、他の自己交差も同時に消去できる可能性があるという利点がある(Fig.8)。よって、本研究ではできるだけ陽消去法を優先的に用いることとする。

以上のような四角形面消去法は簡便な手法ではあるが、与えられた初期四角形メッシュによっては、Fig.9のような不適な要素が生成される可能性がある。そのため、本研究では要素の質のチェックを行い、四角形面消去を避ける手法を導入した。Folwell らは、四角形面消去を避けるために、節点に接続する辺の数(N_v)をチェックする手法を導入した²¹⁾。例えば、Fig.10(a)の場合に、四角形面消去が行われるとFig.10(b)のように、2つの要素にしか接しない不適な節点(節点0,2)が生じる。そこで、四角形面消去により周囲の節点が次式の条件を満たさなくなる場合には、四角形面消去を適用しない。

$$2 < N_v \tag{1}$$

この条件は、2要素が2辺を共有するような、位相的に不具合な四角形生成を効果的に防ぐことができる一方で、Fig.9右のように、ある辺に接続する節点数が多くなる場合等に対応することができないという欠点がある。よって、本研究では、(1)式の条件に加えて、以下のゆがみ度を用いた手法を導入した。すなわち、四角形面消去法により四角形を消去した後、その周囲の要素に対して、次式で定義される要素のゆがみ度を評価する。

$$F_q = \sqrt{\sum_{i=1}^4 (\delta\theta_i)^2} \quad \text{ただし } \delta\theta_i = \left| \frac{\pi}{2} - \theta_i \right| \tag{2}$$

ここで、 $\delta\theta_i$ は四角形の頂点*i*の内角での90度からの偏差を表す。Lo らは、シェル解析における許容できる四角形要素の質として $\delta\theta_i$ を $\pm 52.5^\circ$ 、またゆがみ度 $F_q \leq 105^\circ$ を用いている²³⁾。本研究では、この基準を満たさない場合には、四角形面消去を避けることとした。

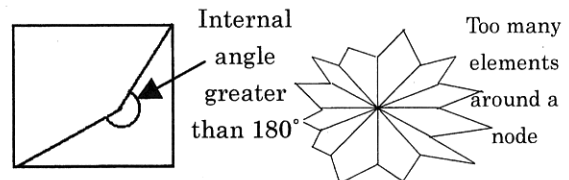


Fig.9 Unacceptable Element Shape

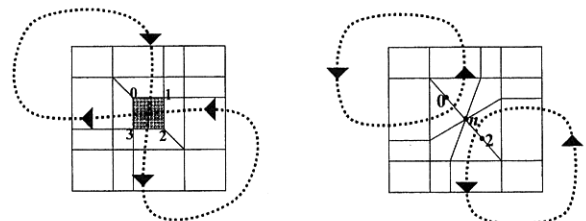


Fig.10 Edge Valence Checking

4.1.2 四角形面生成による自己交差面の移動

一般に、有限要素解析を行う場合、応力集中部等の解析上重要な場所においては、規則的な要素配置が望ましい(Fig.11)。4.1.1節で示した四角形面消去法や、4.1.3節のテンプレートをを用いると、メッシュの修正を適用した付近における要素分割パターンは不規則になってしまう。本研究では、このような問題を避けるために、ユーザーが制約四角形面 (constraint faces)を指定することにより、指定した場所でメッシュの修正を避けることができるようにした。

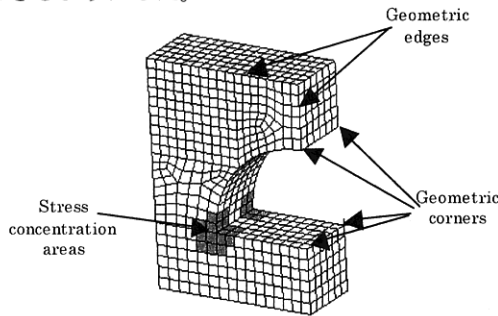


Fig.11 Constrained Quadrilateral Faces

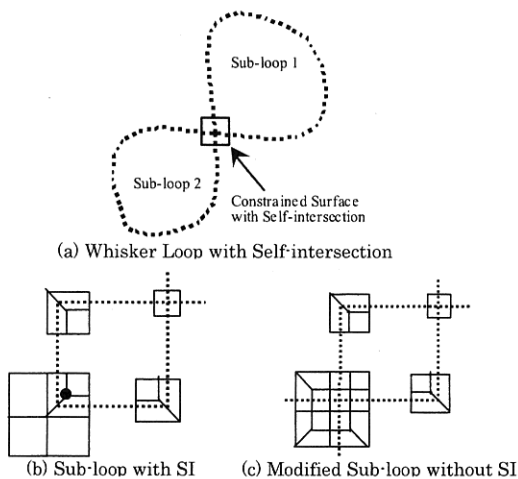


Fig.12 Modification of Quadrilateral Surface Mesh at Constrained Quadrilateral Faces by New Face Generation Technique

Fig.12(a)に典型的な自己交差の状況を示す。本研究では、制約四角形面における自己交差をなくすために、2つのサブループを切断することを考えた。すなわち、Fig.12(b)に示すように、ループの通過する四角形面のうち3つの要素とのみ接している節点(Fig.12(b)黒丸)を有する要素をサーチし、その付近の要素を Fig.12(c)のように修正することで、サブループを切断する。このような切断を2つのサブループに適用することで、制約四角形面における自己交差を避けることが可能となる。

ところで、Fig.11に示すような、物体形状の頂点や辺 (Geometric edges, corners)に隣接する四角形面においては、4.1.1節で示した四角形面消去を行うと、ゆがんだ四

角形が生成されてしまうことがある。よって、本手法では、このような四角形面も制約四角形面として取り扱い、自己交差面の移動を行う。

4.1.3 テンプレートの適用

与えられた表面四角形メッシュに自己交差面が存在した場合、その面にテンプレートを適用することにより自己交差を除去する手法が提案されている^{16,24)}。これらの手法は、確実に自己交差を排除することができる一方、四角形形状が悪くなってしまいうという欠点がある。本研究では、最終的な表面四角形メッシュの質をできるだけ良いものとするために、主として上記 4.1.1, 4.1.2節の方法を用い、除去できなかった四角形面に対してテンプレートを適用することとした。また、テンプレート適用後に、できるだけ初期の四角形表面メッシュの質 (アスペクト比) を維持するために、Hanneman の四角形表面メッシュ生成プロセス²⁴⁾で用いたテンプレートを応用し、Fig.13のようなメッシュの修正を行う。すなわち自己交差面については、12分割するテンプレートを配置するとともに、自己交差のない他のすべての四角形面に対しては4分割する手法とする。これにより、表面四角形メッシュ全体において、要素サイズが半分 (面積比で 1/4) になるとともに、修正前の1つの自己交差ループは、3つの自己交差のないループへと変換される。また、この操作により、表面四角形の数最終的に偶数個になることが保証される。

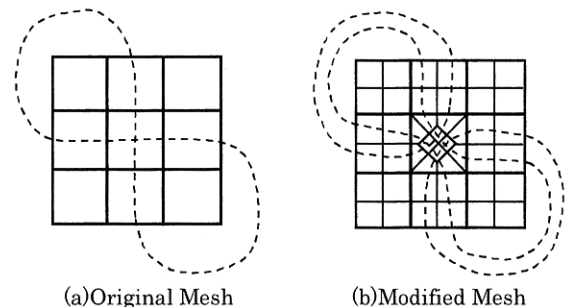


Fig.13 Removal of Self-intersection by Applying Templates

4.2 メッシュ修正手法の適用手順

本研究では、上記で提案する表面メッシュ修正法を Fig.14 の手順で適用する。まず、表面四角形メッシュが入力データとして与えられる。ここで、4.1.3節に示したように、最終的には、半分のサイズの表面メッシュが生成されるため、入力データとしては希望する倍のサイズのメッシュを入力データとして与える。次に、ユーザーが制約四角形面を指定する。また、形状の辺や頂点に接する要素は自動的に制約面となる。四角形面消去手法は、制約のない自己交差面のみに適用される。また、自

己交差が制約四角形面上に存在する場合には、4.1.2 節で示した要素の挿入手法により自己交差を移動する。最後に、残った自己交差面についてテンプレートを適用することで、自己交差の無い四角形表面メッシュデータが生成される。

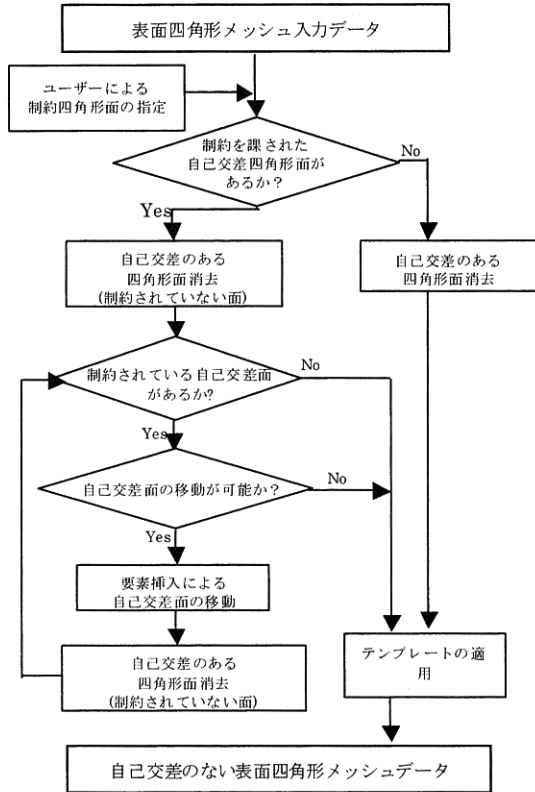


Fig.14 Flow Chart for Surface Mesh Modification

4.3 自己交差除去の例

Fig.15 に、提案した手法を、不規則な四角形表面メッシュを有する立方体に適用した例を示す。初期入力データとして、156の四角形面がある表面メッシュを与えた。また、初期メッシュには 30 の自己交差面が存在する (Fig.15(a))。本研究で提案した手法を適用することにより、自己交差のない表面メッシュ (Fig.15(b)) が得られた。

Fig.16 に、クランクシャフトモデルに本手法を適用した例を示す。この場合、ハッチ部分の四角形面に制約を与えている。13 回の四角形面消去と、13 箇所へのテンプレート適用により自己交差のない表面メッシュが生成できた。また、制約面へは四角形面消去やテンプレート適用が行われず規則的な四角形配置が得られた。

Fig.17 に機械部品の表面メッシュ修正例を示す。Fig.17(a)の初期メッシュのハッチ部分に制約四角形面が指定されると、Fig.17(b)上のように、制約部分において規則的配置のメッシュが得られる。Fig.17(b)下に、制約が与えられなかった場合の結果を示す。この場合、ハッチ部にあった四角形面にテンプレートが適用され不規則なメッシュとなっている。このように、4.1.2 節で

提案した自己交差面の移動手法が有効であることがわかる。

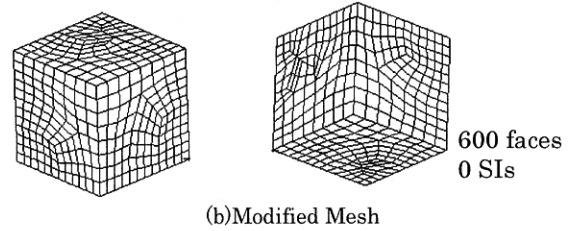
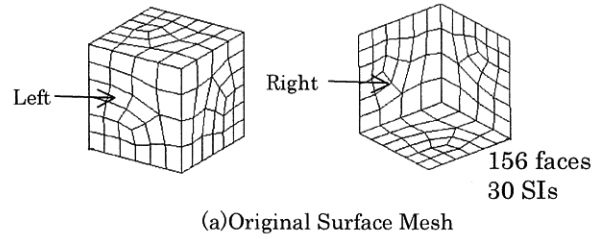


Fig.15 A Simple Block Model with Irregular Mesh

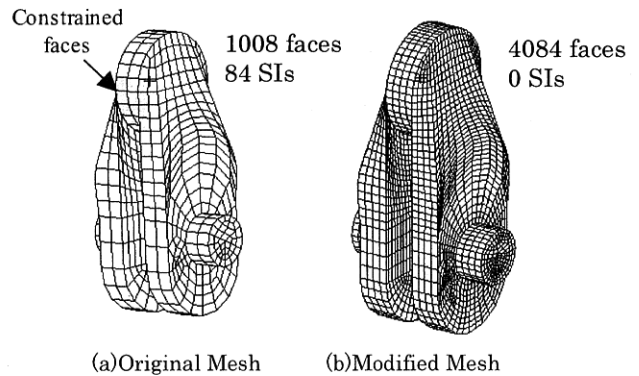


Fig.16 A Crank Shaft Model with Constrained Faces

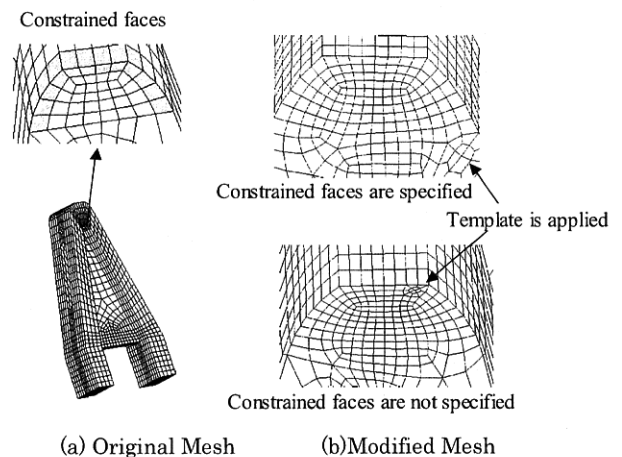


Fig.17 Mechanical Parts

4.4 提案する修正手法の特徴

本論文で開発した自己交差を取り除くための表面メッシュ修正法の特徴を以下にまとめる。

(1) 本論文では、四角形面の消去法、テンプレート手法、及び、自己交差位置の移動を可能とする四角形面挿入手法を組み合わせ、自己交差除去手法を提案した。

従来の研究で提案されてきた単一の手法では、自己交差が境界辺・頂点近くにある場合や、自己交差四角形面が複数隣接している場合に良くない結果を与えるが、本提案手法により、より質の高い自己交差の除去を行うことが可能となると考えられる。

(2) 一般に、応力集中部等の解析上重要であると思われる場所においては、規則的な四角形面の配置が望ましい。しかしながら、従来の自己交差除去手法では、そのような場所での四角形面の消去法やテンプレート挿入を避けることができないため、質の悪い四角形が生成されてしまう。本手法ではこのような問題を解決するために、自己交差位置の移動を可能とする四角形面挿入手法を提案した。

(3) 本論文で提案する手法では、表面の四角形メッシュ生成には、既存の自動四角形メッシュジェネレータの使用を想定している。これにより質の高い初期四角形表面メッシュの提供が期待される。また、本手法では、4.1.3節に示すテンプレートの使用と同時に最終的に与えられた四角形メッシュを4分割することを提案している。これにより、従来法で提案されている一方向を分割するテンプレート等を用いるより、全体としてアスペクト比の良い表面四角形メッシュの生成が期待できる。

5. 改良ウィスカーウィーピング法による六面体メッシュの生成

提案する自動六面体メッシュ生成プロセスにおいては、自己交差のない表面四角形メッシュの生成後、本研究で開発した改良ウィスカーウィーピング法を用いてメッシュを生成する。

5.1 改良ウィスカーウィーピング法

ウィスカーウィーピング法では、Fig.2で示したように、ウィスカーシートと呼ばれる2次元空間上で六面体要素間の位相的つながり具合の情報を生成する。具体的には、主に、物体形状のコーナー部での六面体要素生成

(Fig.18)、形状の表面上での要素配置、形状内部の要素配置の順にウィーピングが行われる。その後、Primal Constructionと呼ばれる手法により、完成シートから実際の3次元要素データを生成するとともに、内部節点座標を決定する^{11,12)}。このように、従来のウィスカーウィーピング法では、ウィーピングプロセスにおいて3次元実空間は考慮されないため、位相的に正しい六面体メッシュが生成されたとしても、最終的に形状の悪い六面体が出てしまうことがあった。本研究では、このような問題を緩和するために、下記のような改良ウィスカーウィーピング法の開発を行った。

(1) Primal Constructionを行う代わりに、要素と節

点のデータを、ウィーピングプロセスの間に生成するようなプログラムの開発を行った。具体的には、ウィーピングプロセスにおいてSTC-Vertexが生成される度に、新しい1つの要素と、関連する節点・要素面のデータを3次元空間上に作成できるようにした。また、このような要素・要素面・節点とその間の関係を表現するために、C++言語を用いてオブジェクト指向型のプログラムを開発した。ここでは、例として3つのシート上におけるSTC-Vertex生成ステップにおける改良点を記す(Fig.18)。図のように、ウィスカーウィーピングの最初のステップとして、3つのシート上でのSTC-Vertex生成が行われる(Fig.18(a))。これは、実空間上ではFig.18(b)のように②⑤⑫の3つの面を元に、1つの六面体を生成することに相当する。よって、改良型ウィスカーウィーピング法では、既存の節点情報(図中 $N_0 \sim N_6$)より、新たに生成する節点座標を決定し、節点 N_7 を生成する。そして、新しい要素及び要素面情報を関連する節点情報より作成することができる。なお、ここでは、コーナー部からの要素生成の際の節点座標決定法を示したが、物体表面・または内部における要素配置や要素どうしの結合(Invalid Connectivityのチェック^{11,12)}の際等にも上記と同様に節点要素の3次元配置が考慮されている。

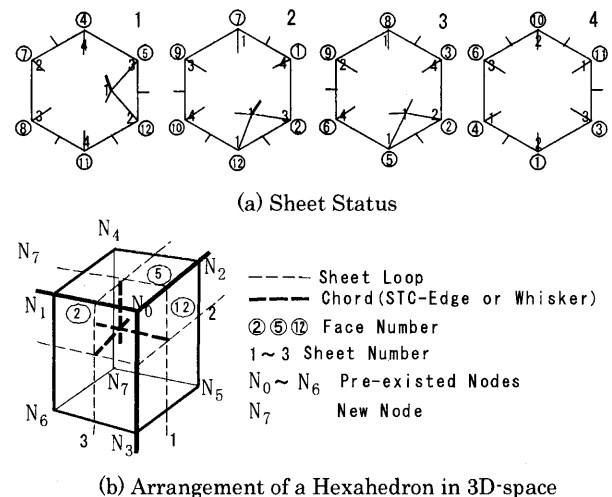


Fig.18 Arrangement of a Hexahedron from Corner

(2) 改良ウィスカーウィーピング法では、ウィーピングプロセスと3次元の六面体要素生成を同時に行うため、要素生成中における要素形状の質のチェックを行うことが可能となる。これにより、従来のウィスカーウィーピング法でしばしば生成される、物体表面付近における悪い形状の要素の生成を避けることができる。具体的には、アスペクト比が0に近い、または(有限要素のヤコビアンが負になる)反転した要素が生成される場合に

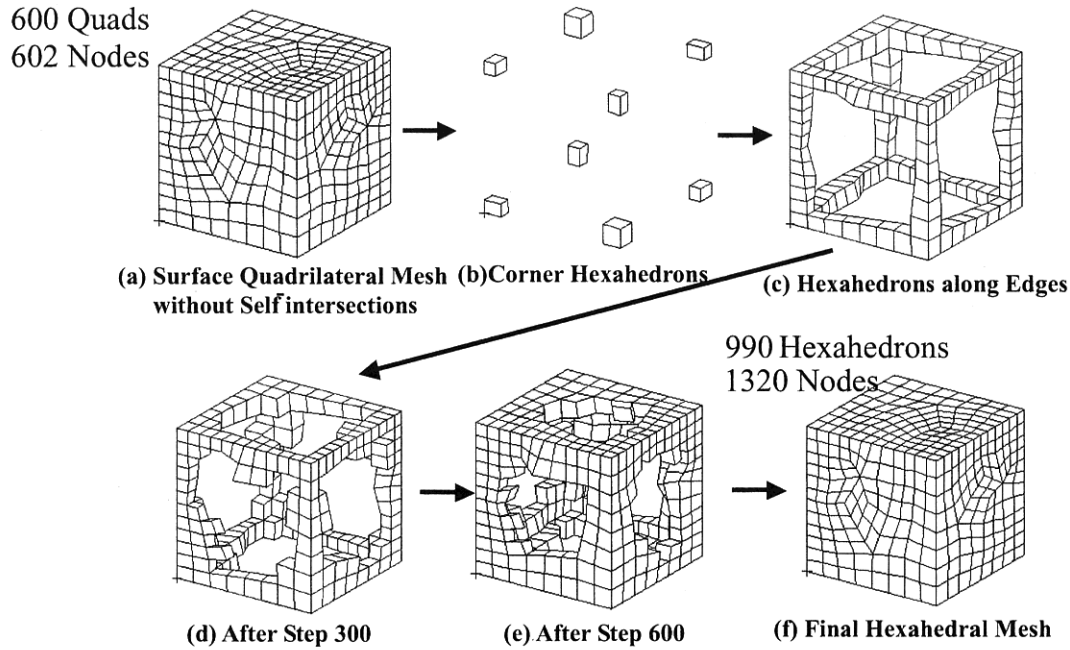


Fig.19 Hexahedral Mesh Generation by Improved Whisker-weaving Method

は、要素生成を後回しにすることにより、悪形状の要素生成をある程度防止することが可能となる。なお、ウィスカーウィービング法のアルゴリズム詳細については、文献 11)12)を参照されたい。

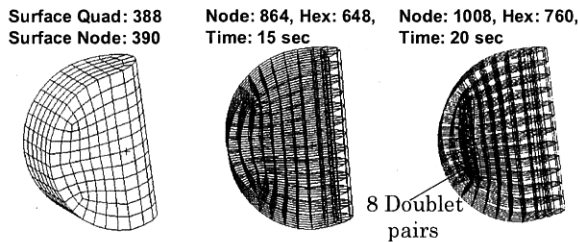
面体メッシュ生成手法により形状の良い要素を効率的に配置していくことが可能となった。

6. 六面体メッシュ生成例

本節では、3節で提案した六面体メッシュ生成法の有効性を示すためにいくつかのメッシュ生成例を示す。

Fig.21は、立方体の表面に円状のラインが存在するために、不規則な242個の四角形から成る四角形表面メッシュが入力データとして与えられた例である(Fig.21(a))。このデータには90個の自己交差する四角形が存在するためこのままでは、内部を六面体で満たすことができない。そこで、本論文で提案した表面四角形メッシュの修正を行うと、自己交差のない928個の四角形から成る表面メッシュが生成された(Fig.21(b))。さらに改良ウィスカーウィービング法を適用することで、Fig.21(c)のような2339個の節点で1880個の要素から成るメッシュが生成された。Fig.19~Fig.21の例で示したように、本提案手法により、比較的単純な凸な立体については適切にメッシュ生成が行えることがわかった。

Fig.22に、溶接構造を想定したソリッドモデルに対するメッシュ生成例を示す。入力データ(Fig.22(a))は、514の四角形表面メッシュであり、4つの自己交差面が存在する。本研究で開発された手法により、これが自己交差のない四角形メッシュに変換され、最終的に4945節点・3856要素の六面体メッシュが生成された(Fig.22(b))。また、Fig.22(c)に、このモデルを用いて前面(Face:A)に-y方向の引張り荷重 σ を与え、奥面(Face:B)に対称条件を与えた場合の有限要素解析例(σ_y/σ の分布)



(a)Surface Mesh (b)New Method (c) Conventional
Fig.20 Comparison of the Generated Mesh between the Conventional Whisker-weaving Method and the Improved Method

5.2 改良ウィスカーウィービング法による要素配置

Fig.19に改良ウィスカーウィービング法により、3次元空間上への要素配置を行った例を示す。本論文で提案する手法により、ウィービングプロセス中に適切な形状の要素配置が可能となったことがわかる。また Fig.20に、同じ表面四角形メッシュ (Fig.20 (a)) に対して、本研究で開発した改良手法と従来の方法 12) によるメッシュ生成結果を示す(Fig.20(b)(c))。改良手法により、有限要素解析に用いることのできないダブルット要素 (Fig.23(b)参照)の生成を防ぐとともに、生成される六面体要素数(Hex)も少なくメッシュ生成時間(Windows Xeon3.2GHz)が短縮されたことが確認された。このように貫通穴の無い凸形状に対しては、本研究で開発した六

示す。このように、本提案メッシュ生成手法により、解析に用いることが可能なメッシュ生成が行える。

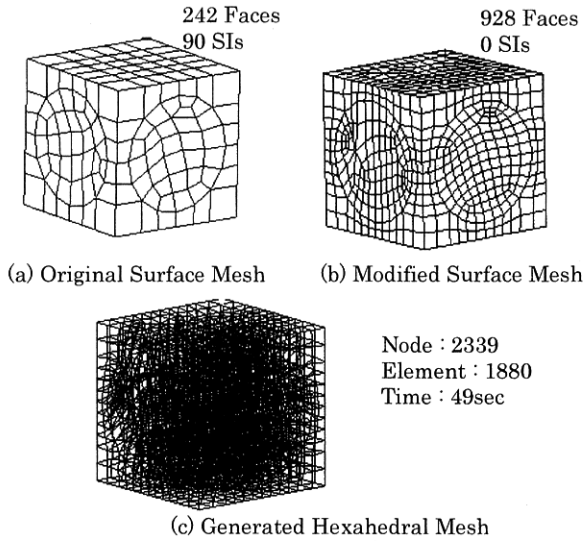


Fig.21 Mesh Generation for Cube Model

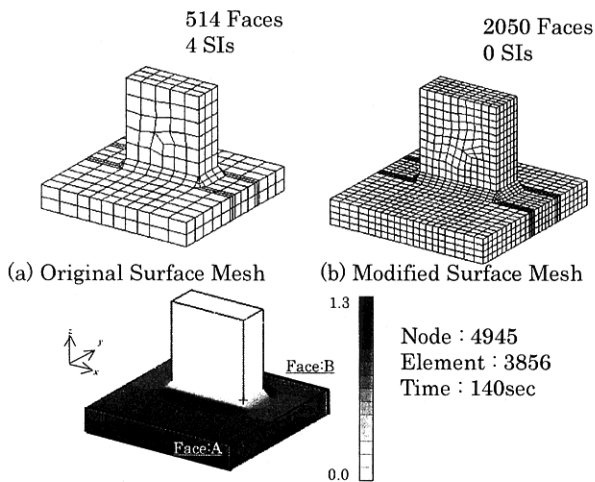


Fig.22 Mesh Generation for Welded Plate Model

7. 結 言

本研究の成果を以下に記す。

- (1) 本研究では、物体表面の四角形メッシュを入力データとして、内部に六面体を配置していく完全自動の六面体メッシュ生成手順の提案を行った。また、提案した手法により生成したメッシュや解析例を示し、本手法の有効性を示した。
- (2) 表面四角形メッシュに自己交差があると適切な六面体メッシュを生成することは困難であるため、表面四角形メッシュより自己交差を除去する手法を開発した。具体的には、四角形面の消去、テンプレートの挿入、及び自己交差位置の移動手法の組み合わせからなる方法を提案した。また、規則的な表面四角形メ

ッシュを配置した場所には、ユーザーが制約四角形面を与えることができたようにした。提案した手法により、質の良い自己交差の無い表面四角形メッシュが得られると考えられる。

- (3) 自己交差の無い表面四角形メッシュから、物体内を六面体で満たす改良ウィスカーウィービング法の開発を行った。従来の手法と異なりウィービングプロセス中に、3次元実空間における要素・節点配置を行うことにより、より質の良い六面体生成が可能となった。また、従来のウィスカーウィービング法では、有限要素法に不適なナイフ要素が生成されたが、本手法によりそれを避けることができた。

以上のような成果が得られたが、本研究で提案する手法を実用化するためには、現在以下のような課題がある。

- (1) 提案した方法により、概ね凸で一樣な表面メッシュが与えられた場合には、質の良い六面体メッシュ生成が行えることが確認できた。しかしながら、凹凸がある形状やき裂を有する問題等に対しては、有限要素解析に不適な要素が生成されることがあることがわかった。Fig.23(a)に、凹形状の物体に対してメッシュを生成した例を示す。本研究で開発した手法により、六面体メッシュは生成できたものの、立体内部に非常に形の悪い要素（例えば Fig.23(b)のような要素とその組み合わせ等）が生成された。このような状況は、従来用いられてきたラプリアンスムージング法²⁵⁻²⁷⁾等のポストプロセスだけでは改善できないことがわかった。今後、最適化スムージング法²⁸⁻³⁰⁾や局所的な要素や節点の生成・消去を行うことで要素形状を改善する手法の開発が必要である。

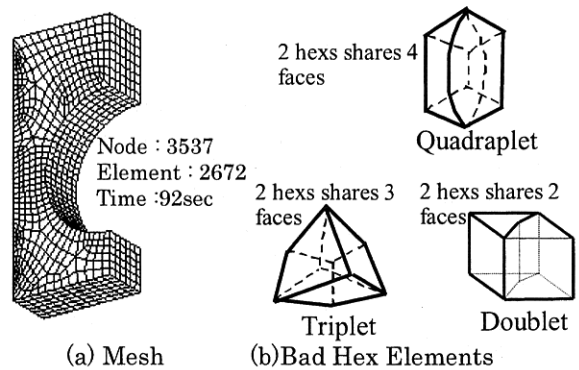


Fig.23 Mesh Generation for Concave Model

- (2) 本研究では、入力データとして物体表面の四角形メッシュを与える必要がある。今後は、任意のCADモデルに対して、適切に表面四角形メッシュが生成できるような、CAEシステムの開発が望まれる。また、貫通穴を有する問題に対しては、立体を穴の無い複数のサブ領域に自動分割する機能の導入が必要である。

謝 辞

本研究を行う際に、大倉革氏、鈴木大介氏（ともに研究当時横浜国立大学大学院生）の協力を得た。ここに謝意を表す。また、本研究は科学研究費補助金（基盤研究(A)17206086）の支援を受けたことを記し、謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) M.S. Shephard, and M.K. Georges, Automatic Three-Dimensional Mesh Generation by the Finite Octree Technique. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol.32, No.4, 1991, pp.709-749.
- 2) S.H. Lo, Volume Discretization Into Tetrahedra-II. 3D Triangulation by Advancing Front Approach, *Comput. Struct.*, 39-5, 1991, pp.501-511.
- 3) L. Kettunen and K. Forsman, Tetrahedral Mesh Generation in Convex Primitives, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 38, 1995, pp.99-117.
- 4) W.A. Cook and W.R. Oakes, Mapping Methods for Generating Three-dimensional Meshes, *Computers in Mechanical Engineering*, August 1982, pp.67-72.
- 5) K. Miyoshi and T.D. Blacker, Hexahedral Mesh Generation Using Multi-Axis Cooper Algorithm, *Proc. 9th Int. Meshing Roundtable*, 2000.
- 6) T.D. Blacker, The Cooper Tool, *Proc. 5th Int. Meshing Roundtable*, 1996, pp.13-29.
- 7) M. Lai, S. Benzley and D. White, Automated Hexahedral Mesh Generation by Generalized Multiple Source to Multiple Target Sweeping, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol.49, 2000, pp. 261-275.
- 8) T.S. Li, R.M. McKeag and C.G. Armstrong, Hexahedral Meshing Using Midpoint Subdivision and Integer Programming, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.124, 1995, pp. 171-193.
- 9) R.A. Schneiders, Grid-Based Algorithm for the Generation of Hexahedral Element Meshes, *Engineering With Computers*. Vol.12, 1996, pp.168-177.
- 10) S.A. Canann, Plastering and Optismoothing: New Approaches to Automated 3D Hexahedral Mesh Generation and Mesh Smoothing, Ph.D. Dissertation, Brigham Young Univ., Provo, UT, 1991.
- 11) T.J. Tautges, T.D. Blacker and S.A. Mitchell, The Whisker Weaving Algorithm: a Connectivity-based Method for Constructing All-hexahedral Finite Element Meshes, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol.39, 1996, pp.3327-3349.
- 12) 川村恭己, 鈴木大介, ウィスカー・ウィービング・アルゴリズムを用いた3次元六面体自動要素分割法, *計算工学講演会論文集*, Vol.6, 2002, pp35-38.
- 13) Y. Kawamura M.S. Islam and Y. Sumi, 3-D Automesh Generation for Finite Element Analysis Using Whisker Weaving Algorithm with Nodal Placement Technique, *日本造船学会講演論文集*, Vol.3, May 2004, pp.143-144.
- 14) 川村恭己, 大倉 革, 角 洋一, ウィスカーウィービングアルゴリズムに基づく六面体自動メッシュ生成法と要素形状の改善手法について, *計算工学講演会論文集*, Vol.7, 2002, pp.419-422.
- 15) S.A. Mitchell, A Characterization of the Quadrilateral Meshes of a Surface Which Admit a Compatible Hexahedral Mesh of the Enclosed Volume, *Proc. 13th Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science*, 1996, pp.465-476.
- 16) 程文杰, 篠田淳一, 萩原一郎, 六面体自動生成の原理と双対輪体の自己交差解消方法の提案, *シミュレーション*, 23(3), 2004, pp.238-246.
- 17) 例えば, 鳥谷浩志, 千代倉弘明編著, 3次元 CADの基礎と応用, 共立出版, 1991.
- 18) J.Z. Zhu, O.C. Zienkiewicz, E. Hinton and J.A. Wu, A New Approach to the Development of Automatic Quadrilateral Mesh Generation, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 32, 1991, pp.849-866.
- 19) T.D. Blacker, Paving: A New Approach to Automated Quadrilateral Mesh Generation, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 32, 1991, pp.811-847.
- 20) Y. Kawamura, Y. Mu and Y. Sumi, Development of an Automatic Quadrilateral Mesh Generator for the Simulation of Curved Crack Growth, *日本計算工学会論文集*, Vol.2, 1999, pp.1-6.
- 21) N.T. Folwell and S.A. Mitchell, Reliable Whisker Weaving via Curve Contraction, *Engineering with Computers*, 15, 1999, pp.292-302.
- 22) N.A. Calvo and S.R. Idelsohn, All-hexahedral Element Meshing: Automatic Elimination of Self-intersecting Dual lines, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 55(12), 2002, pp.1439-1449.
- 23) S.H. Lo and C.K. Lee, On Using Meshes of Mixed Element Types in Adaptive Finite Element Analysis, *Finite Elements in Analysis and Design*, 11, 1992, pp.307-336.
- 24) M.M. Hannemann, Hexahedral Mesh Generation by Successive Dual Cycle Elimination, *Proc. 7th Int. Meshing Roundtable*, Sandia National Laboratories, USA, 1998, pp.365-378.
- 25) L.R. Herrmann, Laplacian-isoparametric grid generation scheme, *Journal of Engineering Mechanics*, EM5, October 1976, pp.749-755.
- 26) D.A. Field, Laplacian Smoothing and Delauney triangulations, 4, 1988, pp.709-712.
- 27) P. Hansbo, Generalized Laplacian Smoothing of Unstructured Grids, *Communications in Numerical Methods in Engineering*, Vol. 11, 1995, pp.455-464.
- 28) L.A. Freitag: On Combining Laplacian and Optimization-based Mesh Smoothing Techniques, *Trends in Unstructural Mesh Generation*, AMD-Vol.220, ASME 1997, pp.37-43.
- 29) S.A. Canann, R.T. Joseph and L.S. Matthew, An Approach to Combined Laplacian and Optimization-Based Smoothing for Triangular, Quadrilateral, and Quad-Dominant Meshes, *7th Int. Meshing Roundtable*, Sandia National Labs, October 1998, pp.479-494.
- 30) 川村恭己, 角洋一, 毛利雅志, メッシュ生成における要素形状の改善手法に関する考察, *計算工学講演会論文集*, Vol.8, 2003, pp.833-836.