

非完备策略的演化少数者博弈模型研究

杨 城, 孙世新

(电子科技大学计算机科学与工程学院, 成都 610054)

摘要: 提出了一种基于非完备策略的演化少数者博弈模型, 它在演化的同时允许参与者的策略包含部分随机位, 并且规定当主规则随机选择时, 由次规则顶替指导。对比分析和数值模拟表明, 新模型由于在策略结构上采用“缺席的等级制度”, 其性能相对于普通演化 MG 模型有显著提升, 能够以更小的记忆步长和更稳定的策略组成, 进化到一个近乎理想的协作状态。

关键词: 少数者博弈; 演化模型; 自组织系统; 缺席的等级制度

Study of Evolutionary Minority Game Model with Incomplete Strategies

YANG Cheng, SUN Shixin

(Department of Computer Science and Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054)

【Abstract】 This paper proposes a new model of evolutionary incomplete minority game (EIMG), which features a default hierarchy of rules with evolution. It introduces random bits into strategies of agents and is capable of applying the secondary rule in the absence of the primary one. Analysis of the numerical experiment results indicates that, in comparison with the evolutionary minority game (EMG) model, the EIMG model can greatly improve the overall performance and evolve to an approximate ideal status very soon with less memory steps and more stable combination of strategies.

【Key words】 Minority game (MG); Evolutionary model; Self-organized system; Default hierarchy

少数者博弈(Minority Game)是一个研究在有限资源下复杂性竞争系统的博弈模型, 它源于经济学家W.B.Arthur提出的“El Farol酒吧问题”, 并由D.Challet和Y.C.Zhang^[1,2]以博弈论的形式提出。尽管模型规则相当简单, 但它抓住了金融市场这一类系统的基本特征, 是研究经济个体之间既相互竞争又相互协作的复杂行为的有效工具。

自1997年D.Challet提出基本的少数者博弈模型BMG, 众多学者在策略结构、报酬函数和进化算法等诸多方面进行了广泛深入的研究, 先后提出了许多改进的MG模型, 包括N.F.Johnson等人引入进化变异后的演化MG模型^[3,4], R.Savit等人基于不同记忆步长的混合MG模型^[5], F.K.Chow等人基于多方选择的扩展MG模型^[6], S.Moelbert等人允许局部信息交流的Local MG模型^[7]等。其中以演化模型EMG的表现最为优异, 由于采用动态自适应的机制, 其性能相对基本模型BMG有几倍的提升。

本文提出一种全新的基于非完备策略的演化少数者博弈模型——EIMG(Evolutionary Incomplete MG), 它增加了原有模型的灵活度, 在演化的同时允许策略包含部分随机位。通过对该模型的结构分析和数值模拟, 可以看到EIMG对系统各方面的性能都有显著提升, 其社群的协作性明显优于前面提到的基本模型和各种改进模型。

1 非完备策略的演化 MG 模型

基本的MG模型假设有N(奇数)个参与者(Agent), 每一轮所有Agent根据其策略集和以往博弈的胜负记录, 独立地做出选择, 加入A方或B方, 其中人数少的一方获胜。简单地说, BMG模型由3个基本部分构成: (1)公共历史信息, 记录前M

次博弈的胜负情况, 由全体Agent共享; (2)操作策略, 每个Agent拥有一组规则, 指示其如何选择判断; (3)反馈系统, 给每一轮获胜的Agent和规则奖励虚分^[8]。

演化的MG模型则是在前3条的基础上再增加1条: (4)演化系统, 周期性地更换落后个体的操作策略。

本文提出的新模型的第1部分同EMG基本一致, 第3部分仅有微小改变——EIMG规定策略不仅判断失误时要扣除1个虚分, 随机选择时也要扣除0.5的虚分。新模型的变化主要集中在第2部分, EIMG采用了一种更加贴近现实的策略结构: 部分随机。

现实生活中人们对事物的判断和预测更多情况下属于反应加随机, 纯粹的反应型或者纯粹的随机型都是不常见的; 另一方面, 在任何条件下都有效的规则几乎不存在, 实际的判断(预测)结果往往是多条规则的综合。鉴于这种现象, EIMG没有采用基本模型中大而全的规则形式, 而是在每条规则中以小概率 p 加入随机选择位“*”。例如记忆步长 $M=3$, 规则“11*10110”中“*”表示当前3轮的获胜方依次为“011”时, 该规则随机选择一方加入。同时EIMG还规定, 当最强规则选择“*”时, 由次规则的对应位顶替指导; 只有在Agent的所有规则同时指示“*”时, 参与者才随机选择一方加入。

在第4部分EIMG也采取了一些特殊的演化方式。例如, 进化标准不是Agent的累计得分, 而是最近一个进化周期内

作者简介: 杨 城(1977-), 男, 博士生, 主研方向: 复杂系统的算法研究和经济仿真; 孙世新, 教授、博导

收稿日期: 2006-07-24 **E-mail:** mr.yangcheng@163.com

个体的得分情况；进化时个体策略不是全部更新，而是仅更新低于平均强度 $avgStrength$ 的部分，并把新策略的初始强度设置为 $avgStrength$ ，目的是保证演化过程的平稳推进，减少进化周期期间的波动。

设 Agent 总数为 N ，单局的博弈情况为

$$\partial(t) = \sum_{i=1}^N \theta_i(t) \quad (1)$$

其中 $\theta_i(t) \in \{-1,1\}$ ，代表 Agent(i) 在第 t 轮中选择加入的方向。

系统整体性能的衡量公式如下：

$$D(\partial)/N = \frac{1}{NT} \cdot \sum_{t=k+1}^{k+T} \partial^2(t) \quad (2)$$

$$absD(\partial) = \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=k+1}^{k+T} |\partial(t)| \quad (3)$$

其中，式(2)表示偏差人数的归一化方差，式(3)表示单局博弈的平均偏差人数。显然 $\partial(t)$ 的最小绝对值为 1，因此理想状态下 $D(\partial)/N$ 最优为 $1/N$ ， $absD(\partial)$ 最优为 1。

2 模型分析

为了简化问题，在后面的分析和实验中，个体策略集的大小固定为 $s=2$ 。

通过与 EMG 的对比分析，发现新模型在策略结构上存在一个特殊的机制：缺席的等级制度(Default Hierarchy)，使得 EIMG 在个体策略的有效组合和动态进化方面具有明显优势的关键性因素。

2.1 缺席的等级制度

EIMG规定，在最强规则缺席的情况下(即选择“*”时)，由次规则顶替指导。也就是说，规则之间不再是有效或者无效这种简单的交替关系，而是主规则与次规则、常规与例外(Default rule/Exception Rule)这样的层次关系。这在心理学上被称为“缺席的等级制度”，是人类所有知识的基本组织结构方式^[9,10]。因此，机选概率 p 的实质是规则的平均缺席程度， $1-p$ 对应规则的平均适用程度。例如两条规则：“如果有鳍，生活在水中，那么它是鱼”，“如果它同时用肺呼吸空气，而且很大，那么它是鲸”。大体上说，在常规情况下第 1 条规则发挥作用，而一旦发生意外(缺席)，第 2 条规则(或其他规则)就会取代第 1 条，对意外的情况做出补充校正，进而提升个体策略集的综合判断能力。

定义 两条策略 S_1 、 S_2 ，假设非随机位的平均得分率 S_2 高于 S_1 ，若对应于 S_2 的所有随机位， S_1 的相应位为 0/1，且得分率都大于 50%，则称 S_1 是 S_2 的有效候补策略，它们构成一个有效策略组，记为 $s_1 \rightarrow s_2$ 。

设 $P(s(i) = '*') = p$ ， $i = 1, 2, \dots, 2^M$ ，则单一随机位的有效候补率为 $(1-p)/2$ ，于是个体具有有效策略组的平均概率为

$$\bar{P}(s_1 \rightarrow s_2) = \left(\frac{1-p}{2}\right)^{2^M \cdot p} \quad (4)$$

在式(4)中，有效策略组的平均概率与 M 、 p 分别负相关。例如， $M=3$ ， $p=12.5\%$ 时， $\bar{P}(s_1 \rightarrow s_2) = 0.4375$ ； $M=5$ ， $p=15\%$ 时， $\bar{P}(s_1 \rightarrow s_2) = 0.0165$ 。

值得注意的是，这里计算的仅仅是 $s_1 \rightarrow s_2$ 完全有效候补时的情况，除此之外，还有大量部分有效候补的情况，同样能够有效提高系统性能。至于 EIMG 中 s_1/s_2 主次关系的判断，类似 EMG 中对最强规则的选择，是通过系统的自组织实现的。

2.2 进化优势

与基本 MG 仅仅依靠自适应的作用在固定策略空间中调整相比，演化 MG 能够动态调整解空间中的策略，整体性能显著提升。

在宏观面上，进化的结果表现为合作加强，各个自利的个体在持续的博弈过程中达成默契，逐渐由个体理性进化到整体理性，最终导致社会利益和个体利益的双重优化。即亚当斯密所谓的“主观为自己，客观为大家”。

从数学的角度看，系统的性能与组合解空间的大小有关，进化能够动态增大解空间，淘汰不适宜的策略，提供更多的有效组合，从而获得更优的整体性能。

具体到 EIMG 模型，由于采用“缺席的等级制度”，与 EMG 的完备策略相比，拥有较少确定性的新规则能够更加灵活地适应环境调整，使得 EIMG 中主规则非随机位的平均得分率高于 EMG。

假设某时刻 Agent(i) 属于落后个体，被列为进化的对象，不妨设 S_1 为主规则， S_2 为次规则。由于 EIMG 规定进化时保留个体的最强规则，因此 Agent(i) 仅 S_2 被替换。大多数情况下，新规则只需要在 S_1 的“*”位上是“有效位”，即平均得分率大于 50%，个体的性能就会提高。这样的机率显然高于完备策略模式下进化出更优的主规则的机率——后者需要在总共 2^M 位上平均胜出 S_1 。

因此，EIMG 进化到稳定状态的质量和速度都远远优于 EMG。图 1 是两种模型的演化情况对比，实验结果完全印证了前面的分析。图 1(a) 为 EMG，图 1(b) 为 EIMG。其中 $N=101$ ， $M=3$ ， $S=2$ ， $T=2000$ ， $R=10\%$ ，图 1(b) 中机选概率 $p=12.5\%$ 。

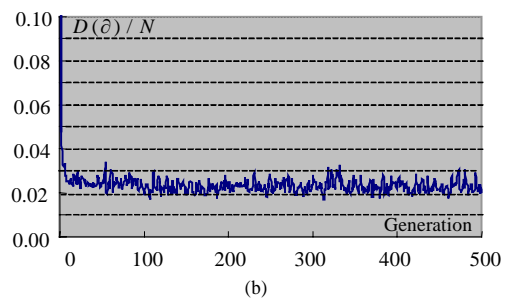
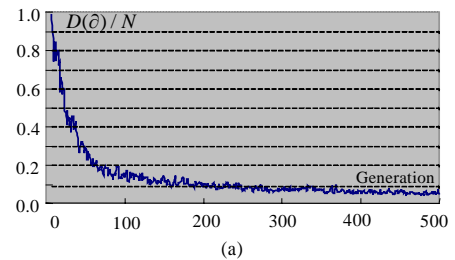


图 1 $D(\partial)/N$ 与 Generation 的关系图

3 实验模拟

本文设计了两组实验来验证 EIMG 模型的性能。

实验数据采集：每次实验 EIMG 演化 1000 代，演化周期 $T=5000$ 期，演化比例 $R=10\%$ ，待系统基本稳定之后，抽取最后 50 代的数据，然后计算平均值。所有数据(点)是 8 次独立实验的平均值。

第 1 组实验是 EIMG 与 EMG 的性能对比实验。表 1 列举了在不同 N 值下两种演化模型的表现。其中深色为 EMG，对应着该模型的最佳表现；浅色为 EIMG，其机选概率 p 固

定为 12.5%。Change 表示个体最强策略的平均变换频率(%)。

表 1 EIMG 与 EMG 的性能对比表

N	101	101	201	201	401	401	801	801
M	4	3	5	3	6	3	7	3
Change	18.1	9.1	12.8	5.2	9.0	2.88	6.6	1.57
$D(\hat{\sigma})/N$	0.056	0.025	0.058	0.013	0.057	0.007	0.058	0.004
$absD(\hat{\sigma})$	1.92	1.32	2.73	1.37	3.84	1.42	5.45	1.46

如表 1 所示,第 1 指标 $D(\hat{\sigma})/N$,EMG 的最优值基本稳定在 0.057,它需要 M 随 N 对应增长,以维持自组织系统策略空间的比例($2^M/N$)^[2,4];而在 EIMG 中, $D(\hat{\sigma})/N$ 值不仅明显偏低,而且还随着 N 的增长 $D(\hat{\sigma})/N$ 成倍减少,记忆步长一直固定在 M=3——一个符合实际的值。例如 El Farol 酒吧问题中,人们最多根据前 3 次的拥挤情况判断这次是否应该前往酒吧。第 2 指标 $absD(\hat{\sigma})$ 也有类似的情况:EMG 的平均偏差人数随 N 的增长迅速上升,而 EIMG 的值始终维持在一个很低的水平,只是略微上扬。此外,新模型的 Change 值大幅下降,并随着 N 值增长继续降低,这说明 EIMG 的表现更加稳定。

以 EIMG 模型 N=101 时的数据为例, $D(\hat{\sigma})/N=0.025$, $absD(\hat{\sigma})=1.32$,它近似于 6 次博弈中 5 次(51/50),1 次(52/49)。这样的性能已经相当接近理想状态。

总之,第 1 组实验的结果表明新模型的各项性能全面超过 EMG,并且 N 值越大,EIMG 越稳定,性能越优。

第 2 组实验是考察 EIMG 中的关键参数——机选概率 p 对系统性能的影响,图 2 显示了进化前后 $D(\hat{\sigma})/N$ 与 p 的关系。

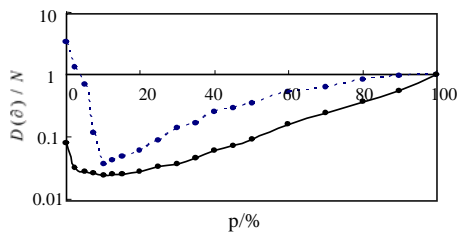


图 2 $D(\hat{\sigma})/N$ 与 p 的关系

其中,实线表示 EIMG,虚线表示不带进化的 Incomplete MG,(N=101,M=3,S=2),水平实线表示 RCG 对应的 $D(\hat{\sigma})/N$ 值。p 对模型的影响相当大,当 p=0 时,EIMG 就变成 EMG;当 p=100% 时,EIMG 又退化成 RCG(Random Choice Game),纯随机模型。随着 p 的逐渐增加,两条曲线都是先下降后上升,最终趋近于随机选择。显然,进化后模型的整体性能有显著提升,而且 EIMG 的曲线要平稳得多,尤其在 $p < 25\%$ 的区间, $D(\hat{\sigma})/N$ 值仅有微小变化,都非常接近曲线的最低点。这说

明演化模型对 p 的适应范围要大得多,只要允许微小的随机性,系统性能就会明显改善。

实验中还发现,随着进化的延续,EIMG 的个体机选率 RamP(即个体的所有策略在某个策略位上同时指示“*”的概率,将这样的策略组合称为“非完备策略组”)迅速下降,远低于不带进化状态下的均值 p^2 。到后期,RamP 还在继续减小,但速度越来越慢。这说明拥有非完备策略组的个体表现不如能够完全确定选择的个体(注意,后者的单策略仍然是非完备的),系统有稳定到使所有 Agent 都具有完备策略组的趋势。

4 结论

综上所述,本文介绍的 EIMG 模型,是一种性能更优、更加拟和真实世界的少数者博弈演化模型。它通过对个体策略结构的调整,建立了一种“缺席的等级制度”,使得新模型能够以更小的记忆步长和更稳定的策略组成,更快更优地进化到一个近乎理想的协作状态。

参考文献

- Challet D, Zhang Y C. Emergence of Cooperation and Organization in an Evolutionary Game[J]. Physica A, 1997, 246(3): 407-418.
- Challet D, Zhang Y C. On the Minority Game: Analytical and Numerical Studies[J]. Physica A, 1998, 256(3): 514-532.
- Johnson N F, Hui P M. Self-organized Segregation within an Evolving Population[J]. Phys. Rev. Lett., 1999, 82(16): 3360-3362.
- Li Yi, Riolo R, Savit R. Evolution in Minority Games I: Games with a Fixed Strategy Spaces[J]. Physica A, 2000, 276(1): 234-264.
- Li Yi, Riolo R, Savit R. Evolution in Minority Games II: Games with Variable Strategy Spaces[J]. Physica A, 2000, 276(1): 265-283.
- Chow F K, Chau H F. Multiple Choice Minority Game[J]. Physica A, 2003, 319(1-4): 601-615
- Moelbert S, Rios P D L. The Local Minority Game[J]. Physica A, 2002, 303(1): 217-225.
- Caridi I, Ceva H. The Minority Game with Interactions[J]. Physica A, 2004, 339(3): 574-582.
- Waldrop M M. Complexity: The Emerging Science at the Edge of Order and Chaos[M]. New York: SDX Joint Publishing Co., 1995.
- Smith R E, Goldberg D E. Reinforcement Learning with Classifier Systems: Adaptive Default Hierarchy Formation[J]. Applied Artificial Intelligence, 1992, 6(1): 79-102.

(上接第 25 页)

- Weeks S. Understanding Trust Management Systems[C]//Proc. of IEEE Symposium on Security and Privacy, Oakland. 2001.
- Jøsang A. A Logic for Uncertain Probabilities[J]. Fuzziness and Knowledge-based Systems, 2001, 9(3).
- Smith T, Ramakrishnan L. Joint Policy Management and Auditing in Virtual Organizations[C]//Proc. of the 4th International Workshop on Grid Computing. 2003.

- Nita-Rotaru C, Li N. A Framework for Role-based Access Control in Group Communication Systems[C]//Proc. of Conjunction with the 17th International Conference on Parallel and Distributed Computing Systems, San Francisco. 2004.
- Hwang K. The GridSec and Netshield Architecture for Securing Grid and Distributed Computing[Z]. USC Internet and Grid Computing Lab. 2003-05.