

# 合成信息系统与子信息系统的属性特征

邵明文<sup>1,2</sup>, 龙卫江<sup>3</sup>

(1. 清华大学自动化系, 北京 100084; 2. 江西财经大学信息管理学院, 南昌 330013; 3. 华南理工大学计算机科学与工程学院, 广州 510640)

**摘要:** 数据库的合成和分解在实际应用中是一个很重要的问题, 它所对应的数学模型就是信息系统的合成与分解, 该文给出了对象合成信息系统、属性合成信息系统、对象子信息系统及属性子信息系统的定义, 讨论了合成信息系统、子信息系统与原信息系统等属性特征之间的关系。

**关键词:** 信息系统; 粗糙集; 属性约简; 不必要属性; 必要属性

## Attribute Character of Combined Information Systems and Sub-information Systems

SHAO Ming-wen<sup>1,2</sup>, LONG Wei-jiang<sup>3</sup>

(1. Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084; 2. Faculty of Information Technology, Jiangxi University of Finance & Economics, Nanchang 330013; 3. School of Computer Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640)

**【Abstract】** The composition and decomposition of the data base is an important problem in practice application, and its mathematic model is the composition and decomposition of the information systems. By giving definition of object composed information systems, attribute composed information systems, sub-object information systems and sub-attribute information systems, this paper discusses the attribute character relationships between the combined information systems and the original information systems, sub-information systems and the original information systems, respectively.

**【Key words】** information systems; rough set; attribute reduction; dispensable attributes; indispensable attributes

粗糙集(rough set, RS)理论是由波兰数学家Pawlak<sup>[1]</sup>于1982年提出的分析数据的数学理论。该理论是经典集合论的又一推广形式, 其主要思想就是在保持分类能力不变的前提下, 通过知识约简, 导出问题的决策或分类规则。由于粗糙集理论能够分析处理不精确、不协调和不完备信息, 因此作为一种具有极大潜力和有效的知识获取工具受到了人工智能工作者的广泛关注。目前, 粗糙集理论已被成功地应用在机器学习与知识发现、数据挖掘、决策支持与分析、过程控制、模式识别等计算机领域<sup>[2-5]</sup>。

属性约简是粗糙集理论的核心内容之一<sup>[5-9]</sup>。对一个信息系统来说, 知识库中的属性并不同等重要, 其中某些属性是冗余的, 称为不必要属性; 而有些属性是必需的, 称为必要属性。所谓知识约简就是在知识库分类能力不变的条件下, 删除其中不重要或不相关的属性。特别是当信息系统中的数据是随机采集时, 其冗余性更为普遍。因此, 对信息系统的属性特征的研究具有重要的理论与实际意义。文献<sup>[10]</sup>讨论了合成信息系统和子信息系统中的上、下近似算子与原信息系统中的上、下近似算子之间的关系。

### 1 对象信息系统

**定义1** 称 $(U, A, F)$ 为一个信息系统, 或者数据库系统。其中 $U$ 为有限对象集, 即 $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ,  $U$ 中的每个 $x_i (i \leq n)$ 称为一个对象。而 $A$ 为属性集, 即 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ ,  $A$ 中的每个 $a_j (j \leq m)$ , 称为一个属性,  $F$ 为 $U$ 和 $A$ 的关系集。即 $F = \{f_j: U \rightarrow V_j; j \leq m\}$ 。其中 $V_j$ 为属性 $a_j$ 的有限值域。

设 $(U, A, F)$ 是一个信息系统, 对任一属性子集 $B \subseteq A$ , 定义 $U$ 上的二元关系 $R_B$ 如下:

$$R_B = \{(x, y) \in U \times U \mid \forall a \in B, f_a(x) = f_a(y)\}$$

则 $R_B$ 是 $U$ 上的一个等价关系。如果 $(x, y) \in R_B$ , 称 $x$ 与 $y$ 关于属性集 $B$ 是不可区分的。这样, 每一个属性子集 $B \subseteq A$ 决定了 $U$ 的一个划分, 用 $U/R_B$ 来表示。 $U/R_B$ 中的元素 $[x]_B$ 称为 $x$ 关于 $R_B$ 的等价类或信息粒度, 即 $[x]_B = \{y \mid (x, y) \in R_B\}$ 。易知 $[x]_B$ 中的元素之间关于 $B$ 都是不可区分的。

设 $(U, A, F)$ 是一个信息系统,  $B \subseteq A, b \in B$ , 若 $R_B = R_{B-\{b\}}$ , 则称 $b$ 在 $B$ 中是不必要的; 否则称为是必要的。如果对每一个 $b \in B$ 均在 $B$ 中是必要的, 则称 $B$ 是独立的, 否则称 $B$ 是依赖的。显然, 一个独立属性集的任一子集也是独立的。

属性子集 $B \subseteq A$ 称为信息系统 $(U, A, F)$ 的协调集, 若 $R_B = R_A$ ; 属性子集 $B \subseteq A$ 称为信息系统 $(U, A, F)$ 的属性约简, 或简称为 $A$ 的约简, 如果 $B$ 是独立的, 那么 $R_B = R_A$ 。

**引理<sup>[11]</sup>** 设 $(U, A, F)$ 是一个信息系统,  $a \in A$ , 则 $a$ 是 $A$ 的不必要属性当且仅当 $R_{A-\{a\}} \subseteq R_{\{a\}}$ 。

$A$ 的约简的全体记为 $red(A)$ 。 $A$ 的所有约简的交集称为 $A$ 的核, 记作 $core(A)$ 。

**定义2** 设 $(U_1, A, F_1)$ 和 $(U_2, A, F_2)$ 为两个信息系统, 这里 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ 。称 $(U_1 \cup U_2, A, F_1 \cup F_2)$ 为 $(U_1, A, F_1)$ 和 $(U_2, A, F_2)$ 的对象合成信息系统, 其中:

$$F_1 = \{f_i^1: U_1 \rightarrow V_i^1; i \leq m\}, F_2 = \{f_i^2: U_2 \rightarrow V_i^2; i \leq m\},$$

**基金项目:** 国家“973”计划基金资助项目(2002CB312200)

**作者简介:** 邵明文(1974-), 男, 博士、副教授, 主研方向: 粗糙集, 形式概念分析, 代数系统; 龙卫江, 博士

**收稿日期:** 2006-09-20 **E-mail:** shaomingwen@mail.tsinghua.edu.cn

$$F_1 \cup F_2 = \{f_l^1 \cup f_l^2; U_1 \cup U_2 \rightarrow V_l^1 \cup V_l^2; l \leq m\},$$

$$(f_l^1 \cup f_l^2)(x) = \begin{cases} f_l^1(x) (x \in U_1) \\ f_l^2(x) (x \in U_2) \end{cases}.$$

在对象合成信息系统中，总是把对象集  $U_1$  与  $U_2$  中的对象看作是不同的，即： $U_1 \cap U_2 = \emptyset$ 。

当对象集变化时，记  $R_B^U$  表示对象集  $U$  上关于属性集  $B$  的等价关系，记  $[x]_B^U$  表示对象  $x$  关于  $R_B^U$  的等价类。当对象集不变化时仍用  $R_B$  表示对象集上关于属性集  $B$  的等价关系。

**例1** 表1~表3给出了两个信息系统和它们的对象合成信息系统。

**表1 信息系统  $(U_1, A, F_1)$**

$U_1$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
$x_1$	2	1	3
$x_2$	3	2	1
$x_3$	2	1	3
$x_4$	1	1	4
$x_5$	1	1	2

**表2 信息系统  $(U_2, A, F_2)$**

$U_2$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
$x_6$	4	1	4
$x_7$	5	2	3
$x_8$	2	2	3
$x_9$	1	2	1

**表3 对象合成信息系统  $(U_1 \cup U_2, A, F_1 \cup F_2)$**

$U_1 \cup U_2$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
$x_1$	2	1	3
$x_2$	3	2	1
$x_3$	2	1	3
$x_4$	1	1	4
$x_5$	1	1	2
$x_6$	1	1	4
$x_7$	1	2	3
$x_8$	1	2	3
$x_9$	3	2	1

**定理1** 设  $(U_1 \cup U_2, A, F_1 \cup F_2)$  为信息系统  $(U_1, A, F_1)$  和  $(U_2, A, F_2)$  的对象合成信息系统， $B \subseteq A$ 。若  $B$  是  $(U_1, A, F_1)$  和  $(U_2, A, F_2)$  的协调集，则  $B$  分别是  $(U_1, A, F_1)$  和  $(U_2, A, F_2)$  的协调集。

**证明** 对  $\forall (x, y) \in R_B^{U_1}$ ，若  $R_B^{U_1} \subseteq R_B^{U_1 \cup U_2}$ ，则  $(x, y) \in R_B^{U_1 \cup U_2}$ 。若  $B$  是  $(U_1 \cup U_2, A, F_1 \cup F_2)$  的一个约简，则  $R_B^{U_1 \cup U_2} = R_A^{U_1 \cup U_2}$ ，即  $(x, y) \in R_A^{U_1 \cup U_2}$ 。所以， $(x, y) \in R_A^{U_1}$ ， $R_B^{U_1} \subseteq R_A^{U_1}$ 。另一方面， $R_A^{U_1} \subseteq R_B^{U_1}$ ，因此， $R_A^{U_1} = R_B^{U_1}$ ，即  $B$  是  $(U_1, A, F_1)$  的协调集。同理可证， $B$  是  $(U_2, A, F_2)$  的协调集。

**定理2** 设  $(U_1 \cup U_2, A, F_1 \cup F_2)$  为信息系统  $(U_1, A, F_1)$  和  $(U_2, A, F_2)$  的对象合成信息系统， $a \in A$ 。若  $a$  是  $(U_1 \cup U_2, A, F_1 \cup F_2)$  的不必要属性，则  $a$  分别是  $(U_1, A, F_1)$  和  $(U_2, A, F_2)$  的不必要属性。

**证明** 注意到  $a$  是  $(U_1 \cup U_2, A, F_1 \cup F_2)$  的不必要属性，当且仅当  $R_{A-\{a\}}^{U_1 \cup U_2} \subseteq R_{\{a\}}^{U_1 \cup U_2}$ 。若  $R_{A-\{a\}}^{U_1} \subseteq R_{A-\{a\}}^{U_1 \cup U_2}$ ，则  $R_{A-\{a\}}^{U_1} \subseteq R_{\{a\}}^{U_1 \cup U_2}$ 。所以， $R_{A-\{a\}}^{U_1} \subseteq R_{\{a\}}^{U_1}$ ， $a$  是  $(U_1, A, F_1)$  的不必要属性。同理可证， $a$  是  $(U_2, A, F_2)$  的不必要属性。

**定理3** 设  $(U_1 \cup U_2, A, F_1 \cup F_2)$  为信息系统  $(U_1, A, F_1)$  和  $(U_2, A, F_2)$  的对象合成信息系统，则  $(U_1, A, F_1)$  和  $(U_2, A, F_2)$  的必要属性一定是  $(U_1 \cup U_2, A, F_1 \cup F_2)$  的必要属性。

**证明** 设  $a \in A$  是  $(U_1, A, F_1)$  的必要属性，则  $R_{A-\{a\}}^{U_1} \not\subseteq R_{\{a\}}^{U_1}$ ，即  $\exists x, y \in U_1$ ，满足  $(x, y) \in R_{A-\{a\}}^{U_1}$ ， $(x, y) \notin R_{\{a\}}^{U_1}$ 。因为  $(x, y) \in R_{A-\{a\}}^{U_1 \cup U_2}$ ， $(x, y) \notin R_{\{a\}}^{U_1 \cup U_2}$ ，所以  $a$  是  $(U_1 \cup U_2, A, F_1 \cup F_2)$  的必要属性。同理可证， $(U_2, A, F_2)$  的必要属性是  $(U_1 \cup U_2, A, F_1 \cup F_2)$  的必要属性。

**例2** 在例1中，容易验证  $\{a_1, a_3\}$  是  $(U_1 \cup U_2, A, F_1 \cup F_2)$  的约简，则由定理1知  $\{a_1, a_3\}$  分别是  $(U_1, A, F_1)$  和  $(U_2, A, F_2)$  的协调集；容易验证  $a_2$  是  $(U_1 \cup U_2, A, F_1 \cup F_2)$  的不必要属性，则由定理2知  $a_2$  分别是  $(U_1, A, F_1)$  和  $(U_2, A, F_2)$  的不必要属性；容易验证， $a_3$  是  $(U_1, A, F_1)$  的必要属性，则由定理3知  $a_3$  是  $(U_1 \cup U_2, A, F_1 \cup F_2)$  的必要属性。

**定义3** 设  $(U, A, F_1)$  和  $(U, B, F_2)$  为信息系统，其中  $U$  为有限对象集， $A, B$  为互不相同属性集，称  $(U, A \cup B, F_1 \cup F_2)$  为属性合成信息系统，其中：

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}, B = \{a_1^*, a_2^*, \dots, a_h^*\},$$

$$A \cup B = \{a_1, a_2, \dots, a_m, a_1^*, a_2^*, \dots, a_h^*\},$$

$$F_1 \text{ 是 } U \text{ 和 } A \text{ 的关系集, } F_1 = \{f_k^1 : k \leq m\},$$

$$F_2 \text{ 是 } U \text{ 和 } B \text{ 的关系集, } F_2 = \{f_k^2 : k \leq h\},$$

$$F_1 \cup F_2 = \{f_l : l \leq m+h\}, f_l = \begin{cases} f_l^1 : l \leq m \\ f_l^2 : l > m \end{cases}.$$

**例3** 表4，表5给出了两个信息系统  $(U, A, F_1)$  和  $(U, B, F_2)$ ，表6是它们的属性合成信息系统。

**表4 信息系统  $(U, A, F_1)$**

$U$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
$x_1$	1	2	1
$x_2$	2	3	0
$x_3$	1	2	1
$x_4$	2	3	0
$x_5$	1	3	1
$x_6$	1	3	1
$x_7$	2	1	1
$x_8$	2	1	1

**表5 信息系统  $(U, B, F_2)$**

$U$	$b_1$	$b_2$
$x_1$	2	1
$x_2$	1	2
$x_3$	2	1
$x_4$	1	2
$x_5$	1	2
$x_6$	2	3
$x_7$	2	3
$x_8$	2	3

**表6 信息系统  $(U, A \cup B, F_1 \cup F_2)$**

$U$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_1$	$b_2$
$x_1$	1	2	1	2	1
$x_2$	2	3	0	1	2
$x_3$	1	2	1	2	1
$x_4$	2	3	0	1	2
$x_5$	1	3	1	1	2
$x_6$	1	3	1	2	3
$x_7$	2	1	1	2	3
$x_8$	2	1	1	2	3

**定理4** 设  $(U, A \cup B, F_1 \cup F_2)$  为信息系统  $(U, A, F_1)$  和  $(U, B, F_2)$  的属性合成信息系统， $A_1 \subseteq A, B_1 \subseteq B$ 。若  $A_1$  是  $(U, A, F_1)$  的一个约简， $B_2$  是  $(U, B, F_2)$  的一个约简，则  $A_1 \cup B_1$  是  $(U, A \cup B, F_1 \cup F_2)$  的协调集。

**证明**  $\forall (x, y) \in R_{A_1 \cup B_1}$ ，若  $R_{A_1 \cup B_1} = R_{A_1} \cap R_{B_1}$ ，则  $(x, y) \in R_{A_1} \cap R_{B_1}$ 。若  $R_{A_1} \cap R_{B_1} = R_A \cap R_B = R_{A \cup B}$ ，则  $(x, y) \in R_{A \cup B}$ ，即  $R_{A_1 \cup B_1} \subseteq R_{A \cup B}$ 。显然  $R_{A \cup B} \subseteq R_{A_1 \cup B_1}$  显然成立。因此， $R_{A \cup B} = R_{A_1 \cup B_1}$ ，即  $A_1 \cup B_1$  是  $(U, A \cup B, F_1 \cup F_2)$  的协调集。

**定理5** 设  $(U, A \cup B, F_1 \cup F_2)$  为信息系统  $(U, A, F_1)$  和  $(U, B, F_2)$  的属性合成信息系统，则  $(U, A, F_1)$  和  $(U, B, F_2)$  的不必要属性一定是  $(U, A \cup B, F_1 \cup F_2)$  的不必要属性。

**证明** 设  $a \in A$  是  $(U, A, F_1)$  的不必要属性，则  $R_{A-\{a\}} \subseteq R_{\{a\}}$ 。若  $R_{A \cup B-\{a\}} \subseteq R_{A-\{a\}}$ ，则  $R_{A \cup B-\{a\}} \subseteq R_{\{a\}}$ 。因此  $a$  是

$(U, A \cup B, F_1 \cup F_2)$  的不必要属性。同理可证  $(U, B, F_2)$  的不必要属性是  $(U, A \cup B, F_1 \cup F_2)$  的不必要属性。

**定理 6** 设  $(U, A \cup B, F_1 \cup F_2)$  为信息系统  $(U, A, F_1)$  和  $(U, B, F_2)$  的属性合成信息系统,  $a \in A \cup B$ 。若  $a$  是  $(U, A \cup B, F_1 \cup F_2)$  的必要属性, 不妨设  $a \in A$ , 则  $a$  是  $(U, A, F_1)$  的必要属性。

**证明** 如  $a$  是  $(U, A \cup B, F_1 \cup F_2)$  的必要属性, 则  $R_{A \cup B - \{a\}} \not\subseteq R_{\{a\}}$ , 即  $\exists (x, y) \in R_{A \cup B - \{a\}}, (x, y) \notin R_{\{a\}}$ 。因为  $R_{A \cup B - \{a\}} \subseteq R_{A - \{a\}}, (x, y) \in R_{A - \{a\}}$ , 所以,  $R_{A - \{a\}} \not\subseteq R_{\{a\}}$ 。因此,  $a$  是  $(U, A, F_1)$  的必要属性。

**例 4** 在例 2 中, 容易验证  $\{a_1, a_2\}$  是  $(U, A, F_1)$  的一个约简,  $\{b_2\}$  是  $(U, B, F_2)$  的一个约简, 则由定理 4 知  $\{a_1, a_2, b_2\}$  是  $(U, A \cup B, F_1 \cup F_2)$  的协调集; 容易验证  $a_3$  是  $(U, A, F_1)$  的不必要属性,  $b_1$  是  $(U, B, F_2)$  的不必要属性, 则由定理 5 知  $a_3$  和  $b_1$  都是  $(U, A \cup B, F_1 \cup F_2)$  的不必要属性; 容易验证  $a_1, a_2$  和  $b_2$  是  $(U, A \cup B, F_1 \cup F_2)$  的必要属性, 由于  $a_1, a_2 \in A, b_2 \in B$ , 则由定理 5 知:  $a_1$  和  $a_2$  是  $(U, A, F_1)$  的必要属性,  $b_2$  是  $(U, B, F_2)$  的必要属性。

## 2 子信息系统

**定义 4** 设  $(U, A, F)$  为信息系统, 称信息系统  $(U_1, A, F_1)$  为  $(U, A, F)$  的子对象信息系统, 如  $U_1 \subseteq U, F_1 = \{f_l^1: U_1 \rightarrow V_l; l \leq m\}$  且当  $x \in U_1$  时, 对任意  $f_l \in F$ , 有  $f_l^1(x) = f_l^1(x)$  ( $l \leq m$ )。

**例 5** 在例 1 中,  $(U_1, A, F_1)$  和  $(U_2, A, F_2)$  都可看作是  $(U_1 \cup U_2, A, F_1 \cup F_2)$  的子对象信息系统。

**定理 7** 设  $(U_1, A, F_1)$  为  $(U, A, F)$  的子对象信息系统,  $B \subseteq A$ 。若  $B$  是  $(U, A, F)$  的一个约简, 则  $B$  是  $(U_1, A, F_1)$  的一个协调集。

**证明** 对  $\forall (x, y) \in R_B^{U_1}$ , 显然  $(x, y) \in U_1$ 。由于  $R_B^{U_1} \subseteq R_B^U$ , 则  $(x, y) \in R_B^U = R_A^U$ ,  $(x, y) \in R_A^{U_1}$ , 因此  $R_B^{U_1} \subseteq R_A^{U_1}$ , 即  $R_B^{U_1} = R_A^{U_1}$ 。所以,  $B$  是  $(U_1, A, F_1)$  的一个协调集。

**定理 8** 设  $(U_1, A, F_1)$  为  $(U, A, F)$  的子对象信息系统,  $a \in A$ 。若  $a$  是  $(U, A, F)$  的不必要属性, 则  $a$  是  $(U_1, A, F_1)$  的不必要属性。

**证明** 若  $a$  是  $(U, A, F)$  的不必要属性, 则  $R_{A - \{a\}}^U \subseteq R_{\{a\}}^U$ 。对  $\forall (x, y) \in R_{A - \{a\}}^{U_1}$ , 若  $R_{A - \{a\}}^{U_1} \subseteq R_{A - \{a\}}^U$ , 则  $(x, y) \in R_{A - \{a\}}^U$ 。所以,  $(x, y) \in R_{\{a\}}^U$ 。如  $x, y \in U_1$ , 则  $(x, y) \in R_{\{a\}}^{U_1}$ 。因此,  $R_{A - \{a\}}^{U_1} \subseteq R_{\{a\}}^{U_1}$ , 即  $a$  是  $(U_1, A, F_1)$  的不必要属性。

**定理 9** 设  $(U_1, A, F_1)$  为  $(U, A, F)$  的子对象信息系统,  $a \in A$ 。若  $a$  是  $(U_1, A, F_1)$  的必要属性, 则  $a$  是  $(U, A, F)$  的必要属性。

**证明** 若  $a$  是  $(U_1, A, F_1)$  的必要属性, 则  $R_{A - \{a\}}^{U_1} \not\subseteq R_{\{a\}}^{U_1}$ , 故  $\exists (x, y) \in R_{A - \{a\}}^{U_1}$ , 但  $(x, y) \notin R_{\{a\}}^{U_1}$ , 即  $f_b^1(x) = f_b^1(y)$  ( $\forall b \in A - \{a\}$ ),  $f_a^1(x) \neq f_a^1(y)$ 。如  $f^1$  和  $f$  在  $U_1$  上函数值相同, 则  $f_b(x) = f_b(y)$  ( $\forall b \in A - \{a\}$ ),  $f_a(x) \neq f_a(y)$ 。即  $(x, y) \in R_{A - \{a\}}^U$ ,  $(x, y) \notin R_{\{a\}}^U$ 。因此,  $R_{A - \{a\}}^U \not\subseteq R_{\{a\}}^U$ ,  $a$  是  $(U, A, F)$  的必要属性。

**定义 5** 设  $(U, A, F)$  为信息系统, 称  $(U, B, F_1)$  为  $(U, A, F)$  的子属性信息系统, 若  $B \subseteq A, F_1 \subseteq F$ , 其中,  $B = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ ;  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k, \dots, a_m\}$ ;  $F$  是  $U$  和  $A$  的关系集;  $F = \{f_l: l \leq m\}$ ;  $F_1$  是  $U$  和  $B$  的关系集,  $F_1 = \{f_l: l \leq k\}$  ( $k \leq m$ )。

**例 6** 在例 3 中,  $(U, A, F_1)$  和  $(U, B, F_2)$  都是  $(U, A \cup B, F_1 \cup F_2)$  子属性信息系统。

**定理 10** 设  $(U, B, F_1)$  为  $(U, A, F)$  的子属性信息系统,  $C \subseteq A$  是  $(U, A, F)$  的一个约简。若  $C \subseteq B$ , 则  $C$  是  $(U, B, F_1)$  的

一个协调集。

**证明** 若  $C \subseteq B \subseteq A$ , 则  $R_A \subseteq R_B \subseteq R_C$ 。因为  $C$  是  $(U, A, F)$  的一个约简, 所以  $R_A = R_C$ 。因此,  $R_C \subseteq R_B \subseteq R_C$ , 即  $R_B = R_C$ 。所以  $C$  是  $(U, B, F_1)$  的一个协调集。

**定理 11** 设  $(U, B, F_1)$  为  $(U, A, F)$  的子属性信息系统,  $a \in A$  是  $(U, A, F)$  的必要属性。若  $a \in B$ , 则  $a$  是  $(U, B, F_1)$  的必要属性。

**证明** 如  $a$  是  $(U, A, F)$  的必要属性, 则  $R_{A - \{a\}} \not\subseteq R_{\{a\}}$ 。故  $\exists (x, y) \in R_{A - \{a\}}$ , 但  $(x, y) \notin R_{\{a\}}$ , 即  $f_b(x) = f_b(y)$  ( $\forall b \in A - \{a\}$ ),  $f_a(x) \neq f_a(y)$ 。若  $B \subseteq A$ , 则  $f_b(x) = f_b(y)$  ( $\forall b \in B - \{a\}$ ),  $f_a(x) \neq f_a(y)$ , 即  $(x, y) \in R_{B - \{a\}}$ ,  $(x, y) \notin R_{\{a\}}$ 。因此,  $R_{B - \{a\}} \not\subseteq R_{\{a\}}$ ,  $a$  是  $(U, B, F_1)$  的必要属性。

**定理 12** 设  $(U, B, F_1)$  为  $(U, A, F)$  的子属性信息系统,  $a \in B$ 。若  $a$  是  $(U, B, F_1)$  的不必要属性, 则  $a$  是  $(U, A, F)$  的不必要属性。

**证明** 因为  $a$  是  $(U, B, F_1)$  的不必要属性, 所以  $R_{B - \{a\}} \subseteq R_{\{a\}}$ 。若  $R_{A - \{a\}} \subseteq R_{B - \{a\}}$ , 则  $R_{A - \{a\}} \subseteq R_{\{a\}}$ 。因此,  $a$  是  $(U, A, F)$  的不必要属性。

## 3 结语

数据库的合成和分解是一个在实际应用中经常碰到的问题, 它所对应的数学模型就是信息系统的合成与分解, 研究合成信息系统和子信息系统与原来信息系统的关系具有重要的现实意义, 即利用已知的信息和知识来分析合成和分解以后所对应数据库的信息和知识。

本文给出了对象合成信息系统、属性合成信息系统、对象子信息系统及属性子信息系统的定义, 分别讨论了对象合成信息系统的属性特征、属性合成信息系统的属性特征、对象子信息系统的属性特征和属性子信息系统的属性特征与原信息系统的属性特征之间的关系。

## 参考文献

- 1 Pawlak Z. Rough Sets[J]. International Journal of Computer and Information Science, 1982, 11(5): 341-356.
- 2 Pawlak Z, Slowinski R. Rough Set Approach to Multiattribute Decision Analysis, Invited Review[J]. European Journal of Operational Research, 1994, 72(3): 443-459.
- 3 Kryszkiewicz. Rules in Incomplete Information Systems[J]. Information Sciences, 1999, 113(3/4): 271-292.
- 4 Hong Tzung-Pei, Tseng Li-Huei, Wang Shyue-Liang. Learning Rules from Incomplete Training Examples by Rough Sets[J]. Expert Systems with Applications, 2002, 22(4): 285-293.
- 5 常梨云, 王国胤, 吴渝. 一种基于 Rough Set 理论的属性约简及规则提取方法[J]. 软件学报, 1999, 10(11): 1206-1211.
- 6 苗夺谦, 胡桂荣. 知识约简的一种启发式算法[J]. 计算机研究与发展, 1999, 36(16): 681-684.
- 7 王国胤. 决策表核属性的计算方法[J]. 计算机学报, 2003, 26(5): 611-615.
- 8 张文修, 米据生, 吴伟志. 不协调目标信息系统的知识约简[J]. 计算机学报, 2003, 26(1): 12-18.
- 9 Marzena K. Comparative Study of Alternative Types of Knowledge Reduction in Inconsistent Systems[J]. International J. of Intelligent Systems, 2001, 16(1): 105-120.
- 10 邵明文, 张文修, 米据生. 合成信息系统与子信息系统[J]. 计算机科学, 2004, 31(3): 137-140.
- 11 张文修, 吴伟志, 梁吉业, 等. 粗糙集理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2001.