

基于突变理论的边坡安全稳定性综合评价

赵志峰, 徐卫亚

(河海大学 岩土工程研究所, 江苏 南京 210098)

摘要: 由于边坡问题的复杂性, 有必要对边坡的安全稳定进行综合评价。在边坡的综合评价中, 评价体系的建立和评价因素权重的确定十分重要。为充分考虑边坡的现场情况, 基于长期的监测资料, 建立边坡安全稳定的综合评价体系。针对评价因素权重确定中的困难, 把突变理论运用到边坡的综合评价中, 利用突变理论在多准则评价决策中的优点, 避免人为确定权重的主观性。具体实施步骤是首先对多层评价目标进行分解, 在将底层评价指标进行标准量化后, 运用不同突变模型的归一公式进行计算, 从而计算出边坡安全总突变级数值, 实现对边坡安全的综合评判。通过工程实例的计算表明, 该评价方法是合理、可行的, 为边坡稳定的综合评价提供新的思路。

关键词: 边坡工程; 突变理论; 边坡安全; 综合评价

中图分类号: P 642.22

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2007)增 1 - 2707 - 06

COMPREHENSIVE ASSESSMENT OF SLOPE SAFETY AND STABILITY BASED ON CATASTROPHE THEORY

ZHAO Zhifeng, XU Weiya

(*Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 210098, China*)

Abstract: Due to the complexity of slope project, the comprehensive assessment is necessary to the slope safety and stability. In the comprehensive assessment, the establishment of assessment system and the determination of weight are both very important and difficult. In order to consider the field situation of slope, the comprehensive assessment is established based on the long-time monitoring data. Aiming at the difficulty of defining weight value, the catastrophe theory is used in the comprehensive assessment, and the specialty of catastrophe theory in the multi-rule assessment is utilized to avoid the subjectivity of artificial weight. The concrete steps of practice is to analyze the multi-layer assessment object first. After standard quantizing of bottom assessment index, the ultimate catastrophe function is obtained through quantitative computing by the normalization formula of different catastrophe models, and thus the comprehensive assessment of slope safety is realized. The engineering example indicates that the new assessment method is reasonable and feasible, and it provides a new idea for slope assessment.

Key words: slope engineering; catastrophe theory; slope safety; comprehensive assessment

1 引言

边坡工程的稳定性评判是一个十分复杂而又重

要的系统问题, 包含的因素很多, 涉及到很多不确定性问题。目前研究较多的方法集中于使用模糊数学对边坡进行安全稳定分析和模糊综合评判^[1, 2]。这些方法从不同的角度对边坡稳定进行了研究。但

收稿日期: 2006 - 02 - 22; **修回日期:** 2006 - 04 - 30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50539110)

作者简介: 赵志峰(1978 -), 男, 2000 年毕业于武汉水利电力大学(宜昌), 现为博士研究生, 主要从事岩石力学与工程方面的研究工作。E-mail: zzf_hhu@hhu.edu.cn

合理的确定参数的隶属函数以及综合评判体系中各层指标权重的选择十分困难，且主观性较强。

突变理论是用拓扑学、奇点理论为数学工具，对不连续现象做定性研究的一个数学分支，可以解决传统方法无法解决的未知问题，因而在物理、化学、生物以及社会科学等多种学科中得到了广泛的应用^[3, 4]。顾冲时等^[5]利用突变模型分析大坝和岩基的稳定状况；龙辉等^[6]针对降雨触发滑坡，运用突变理论分析其失稳的力学机制；何金平和李珍照^[7]运用突变理论进行大坝安全综合分析与评判。本文利用突变理论在多目标决策上的优点，将突变理论同综合评价结合起来，对边坡稳定评判这类复杂问题，建立基于长期监测资料的多层评价体系，然后根据归一公式进行量化递归运算，最后得到边坡稳定的总突变函数值。这种方法的优点在于对边坡的安全评价是基于长时间的多项目、多测点的现场实测资料做出的，具有较强的可靠性和真实性；评价体系中各目标重要性的确定量化是根据各目标在归一公式本身中的内在作用机制决定的，因而相对减少了主观性，使分析、决策或评判更趋于实际。

2 突变理论的基本原理

突变数学是近 20 a 来法国数学家雷内·托姆(Rene Thom)创立的一门研究灾变现象的一门新兴数学，它建立于拓扑动力学、微积分、奇点理论及结构稳定性等数学理论之上，专门研究不连续变化、灾变现象^[8]。其特点是，根据一个系统的势函数把它的临界点分类，研究各类临界点附近非连续变化之特征，从而归纳出若干个初等突变模型。

对于突变模型的势函数 $f(x)$ ，通过对 $f(x)$ 求一阶导数，并令 $f'(x) = 0$ ，可得到它的平衡曲面；平衡曲面的奇点集可以通过对 $f(x)$ 求二阶导数， $f''(x) = 0$ 求得。由方程 $f'(x) = 0$ 和 $f''(x) = 0$ 消去状态变量，可以得到只包含控制变量的分解形式的分歧方程。当控制变量的关系满足分歧方程时，系统就将发生突变，从而可以看出诸控制变量对灾变所起的作用。但是直接依赖分歧方程还不能进行评价决策，要将各突变模型的分歧方程推导引申，得出归一公式。目的是把各目标的控制变量和状态变量的取值范围限制在 0~1，从而和传统的效用函数、模糊隶属函数取值一致，将突变数学同模糊数学结

合起来。利用归一公式就可以对矛盾关系进行演算，它是多目标评价决策的基本运算公式。

雷内·托姆归纳出 7 个初等突变模型，其中较常用的尖点突变模型、燕尾突变模型、蝴蝶突变模型，设 x 为状态变量， a, b, c, d 为控制变量，其归一公式如下所示。

尖点突变模型归一公式为： $x_a = a^{1/2}, x_b = b^{1/3}$ 。

燕尾突变模型归一公式为： $x_a = a^{1/2}, x_b = b^{1/3}, x_c = c^{1/4}$ 。

蝴蝶突变模型归一公式为： $x_a = a^{1/2}, x_b = b^{1/3}, x_c = c^{1/4}, x_d = d^{1/5}$ 。

3 种模型的示意图如图 1 所示，其中，图 1(a)为尖点突变模型系统，图 1(b)为燕尾突变模型系统，图 1(c)为蝴蝶突变模型系统。写在前面的是主要控制变量，后面的是次要控制变量。在确定控制变量的个数后就可以采用相应的突变模型，然后根据不同模型的归一公式计算出上层状态变量的突变函数值。

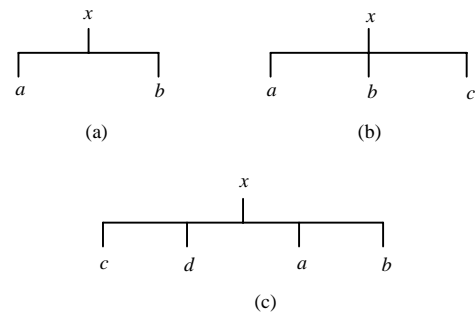


图 1 3 种突变模型的示意图 Fig.1 Plot of three catastrophe models

3 基于监测的边坡安全评价体系

选取的研究对象是高速公路的重点岩石高边坡，边坡长 120 m、高 39.5 m。分 3 级开挖，第 1 级边坡坡比为 1:0.5，高 15 m；第 2 级边坡坡比为 1:0.75，高 10 m；第 3 级边坡坡比为 1:1。边坡主要岩层有残坡积土、全风化花岗岩、和弱风化石英砂岩，地下水位埋藏较深。由于工程的重要性，在该边坡上布置了多项目、多测点的监测体系，以全面了解边坡在施工及运行中安全性态的变化情况，如图 2 所示。

由图 2 可知，该边坡上布置的仪器大致分 3 类：变形监测，包括外观位移和内部位移观测(全站仪、测斜仪、单点和多点位移计)；应力监测(锚杆应力

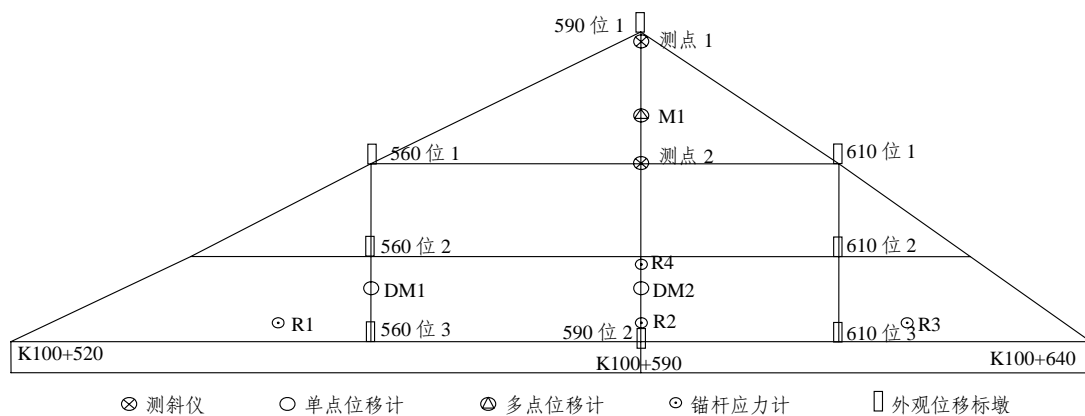


图 2 边坡监测仪器布置图

Fig.2 Diagram of monitoring apparatus position in slope

计); 地下水观测(渗压计, 渗压计不单独钻孔, 故其位置在图上未标出)。每种物理量的监测又在多个测点上进行。这种多项目、多测点的监测可以较全面地反映边坡在不同时期的安全稳定性态, 可以及时对边坡的发展趋势进行分析反馈。因此, 根据系统分析理论和处理综合评判问题的思路, 结合监测系统的布置情况, 建立了边坡安全性态评价的综合体系, 如图 3 所示。

内观又由测斜孔、单点位移计、多点位移计 3 个第 3 层评价元素构成。每种监测仪器(项目)往下还有第 4 层评价因素, 即具体到每个测点, 图中只列出了测斜仪的两个测点, 限于篇幅, 别的仪器测点没有一一列出。

由于边坡的稳定控制主要是控制变形, 监测也主要以变形监测为主, 所以对第 1 层评价指标采用燕尾突变模型, 变形是主要控制变量, 应力其次, 地下水的观测时间最短, 所以影响程度最小。边坡的变形观测又分内观和外观, 内部观测能反映岩体中的深层结构面的演变情况, 而岩石边坡中的不利结构面常常是引起边坡破坏的主要内在因素^[9], 因此是主要控制变量; 外观主要是通过全站仪在外观位移标墩上测量边坡的外表的变化情况, 是次要控制变量, 因此对此层采用尖点突变模型。内观又由 3 种监测项目(测斜、单点位移计、多点位移计)组成, 所以对此层元素采用燕尾突变模型; 综合考虑到仪器位置及观测的时间长短、数据量的大小, 将测斜作为主要控制变量, 多点位移计其次。同理, 由于测斜仪评价层只有两个测点, 所以采用尖点突变模型。各评价层元素的相对重要性用归一公式中的 a, b, c 表示, 如图 3 所示。

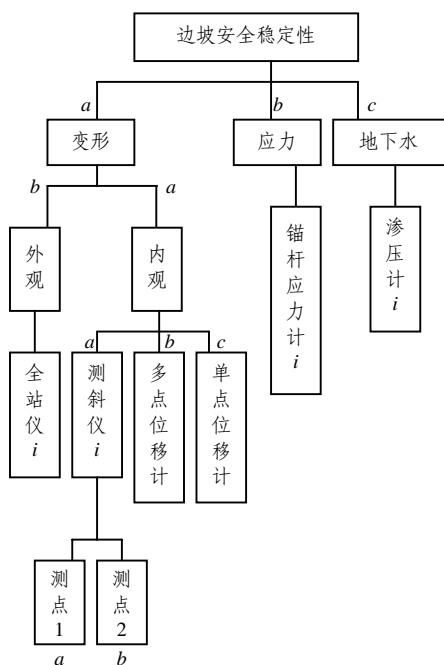


图 3 边坡安全综合评价体系

Fig.3 Comprehensive assessment system of slope safety

可以看出评价体系的总目标是边坡的安全稳定状态, 第 1 层评价元素有 3 个: 变形、应力和地下水。变形由外观和内观这 2 个第 2 层评价元素构成,

4 运用突变理论对边坡进行综合分析 与评判

4.1 分析思路

在建立了基于监测的边坡安全综合评价体系和明确了各层使用何种突变模型后, 接下来要确定底层评价指标的安全数值(即将原始监测信息标准

化), 然后利用归一公式计算出上层指标的突变函数值, 如此向上递归计算从而得到边坡安全稳定的总的突变值。

4.2 底层监测信息的标准化

设定边坡最危险时的状态为 0, 最安全时为 1。为了进行综合分析, 要将底层指标(控制变量)进行标准化处理, 得到其安全数值。

通常底层指标既有定量指标, 也有定性指标, 两者的规格化的处理方法不同。由于本评价体系是完全基于现场监测的基础建立的, 因此都是定量指标, 只需按照一定的控制标准进行转化都可以将其转化到 0~1 范围内的越大越好型无量纲指标值。

由于监测数据中的物理量意义不同, 所以原始数据的处理方法也不尽相同, 总的思路是根据物理量的变化速率和变化量来综合进行正常度的判别和转化。以测斜仪的监测数据为例, 测斜孔每隔 0.5 m 布置一个测点, 一个孔内通常布置有几十个测点。从监测数据的位移变化量分布曲线上可以找出滑动面的位置, 然后把滑动面所在测点的数据作为典型测点, 选取出来分析其速率、位移随时间的变化情况, 然后量化到 0~1 区间内评分。

根据长期的监测数据以及工程经验, 可以将测点的变化速率划分为几个区间, 变化速率标准化建议区间见表 1^[10]。

表 1 变化速率标准化建议区间^[10]

Table 1 Suggested interval of variation speed normalization^[10]

标准化 0~1 取值区间	指标界线值区间	标准化值区间	评语级别
[1.00, 0.75]	[0, x_1]	[q_1 , q_2]	正常
[0.75, 0.50]	[x_1 , x_2]	[q_2 , q_3]	基本正常
[0.50, 0.00]	[x_2 , x_3]	[q_3 , q_4]	异常

设测点的变化速率为 v_t , 标准化后的数值为 μ_t 。当 v_t 的数值位于不同的区间时, 分别有如下的标准化公式:

$$\mu_t = \begin{cases} q_1 - \frac{v_t}{x_1}(q_1 - q_2) & (v_t \in [0, x_1)) \\ q_2 - \frac{v_t - x_1}{x_2 - x_1}(q_2 - q_3) & (v_t \in [x_1, x_2)) \\ q_3 - \frac{v_t - x_2}{x_3 - x_2}(q_3 - q_4) & (v_t \in [x_2, x_3)) \end{cases}$$

当对表 1 中的区间的界线值 x_1, x_2, x_3 取不同

的值时, 可以得到不同仪器原始速率 v_t 的标准化后的不同数值。在此, 针对测斜仪的监测数据, 取 $x_1 = 0.5 \text{ mm/d}$, $x_2 = 1 \text{ mm/d}$, $x_3 = 2 \text{ mm/d}$ 。例如测点 1 在 2004 年的位移速率 $v_t = 0.84 \text{ mm/d}$, 用上面的标准化公式, $\mu_t = 0.75 - (0.84 - 0.50)(0.75 - 0.50)/0.50 = 0.58$ 。同法可算出其余仪器在 0~1 内的指标值。

根据底层指标的标准化数值, 按归一公式可以算出各控制变量的相应中间值, 即突变级数值。然后逐级向上计算, 可得到边坡安全的总突变级数值。

4.3 互补原则和非互补原则在评价中的使用

利用突变理论进行多目标综合分析评价决策时, 要考虑两种原则, 即“非互补”评价决策和“互补”评价决策。若一个系统的诸控制变量(如 a, b, c, d)之间不可互相替代, 即不可相互弥补其不足, 因而按归一公式求得系统状态变量 x 的值时, 要从诸控制变量相对应的突变级数值(x_a, x_b, x_c, x_d)中选取一个最小的作为系统的 x 值, 即“大中取小”的“非互补”原则。若一个系统的诸控制变量之间存在相互关联作用, 则应取控制变量对应的突变级数的平均值来作为系统的 x 值, 即“互补”原则^[11]。在本评价体系中, 出于安全评价的考虑, 对不同监测项目采用大中取小的“非互补”原则, 取几个变量中突变级数的最小值; 而对同一监测项目的不同测点, 由于其存在明显的关联影响, 运用“互补”原则取几个变量突变级数的平均值。如测斜仪有两个测点(测点 1, 2), 分别位于坡顶和二级平台且布置于一条纵轴线上(见图 2), 二者存在明显的关联作用, 因此采用“互补”原则求突变级数值。

由于在整个综合评判过程中, 诸控制变量的底层指标和突变级数值均转化为[0, 1]区间内的越大越优型, 所以最终的总突变级数值也越大越优。通过分析不同时期的监测数据, 可以得出不同时期的总突变级数值, 从而分析边坡安全状态的变化情况。若突变值随时间的推移而增大或基本稳定, 说明该边坡的安全状态向好的方向发展; 若突变值随时间的推移而明显减小, 则应引起注意。

4.4 实例计算

基于以上思路, 按照图 2 所示的评价体系, 根据突变理论综合分析的步骤, 对高速公路重点岩石高边坡进行了安全评判。

首先对底层指标进行评分, 方法如前文所述, 然后按归一公式分别计算各指标的突变级数值, 其中 2004 年度的变形指标的计算结果见表 2 所示。

表 2 变形指标计算结果(2004 年)
Table 2 Computation results of deforming index(2004)

项目	突变级数值	评分	上层变量指标	指标代号	上层变量指标值	上层变量突变级数值	
测斜仪	0.76	0.58		X_{A_1}			
内观	多点位移计	0.80	0.52	X_A	X_{A_2}	0.76	0.87
	单点位移计	0.98	0.92		X_{A_3}		
	590 断面	0.85	0.73		X_{B_1}		
外观	610 断面	0.65	0.28	X_B	X_{B_2}	0.80	0.93
	560 断面	0.91	0.70		X_{B_3}		

表 2 中内观的 3 类监测项目(测斜、多点、单点), 代号分别为 A_1 , A_2 , A_3 , 采用非互补型蝴蝶突变模型; 外观指标下分 3 个子指标(断面 560, 610, 560), 代号分别为 B_1 , B_2 , B_3 , 采用互补型蝴蝶突变模型。

求出内观、外观指标值后, 采用尖点突变模型计算变形评判指标的总突变函数值, 计算步骤如下:

$$X_{A_1} = 0.58^{1/2} = 0.76$$

$$X_{A_2} = 0.52^{1/3} = 0.80$$

$$X_{A_3} = 0.92^{1/4} = 0.98$$

$$X_{\text{内观}} = \min\{X_{A_1}, X_{A_2}, X_{A_3}\} = 0.76$$

$$X_{B_1} = 0.73^{1/2} = 0.85$$

$$X_{B_2} = 0.28^{1/3} = 0.65$$

$$X_{B_3} = 0.70^{1/4} = 0.91$$

$$X_{\text{外观}} = \text{average}\{X_{A_1}, X_{A_2}, X_{A_3}\} = 0.80$$

$$X_A = X_{\text{内观}}^{1/2} = 0.76^{1/2} = 0.87$$

$$X_B = X_{\text{外观}}^{1/2} = 0.80^{1/3} = 0.93$$

$$X_{\text{变形}} = \min\{X_A, X_B\} = \min\{0.87, 0.93\} = 0.87$$

同理可求出应力和地下水 2004 年度的突变函数值: $X_{\text{应力}} = 0.90$, $X_{\text{地下水}} = 0.94$ 。采用非互补型蝴蝶突变模型可得到边坡的总突变函数值为 0.87。

同理根据 2005 年度的监测资料, 可以求出边坡的总突变值为 0.89。从 2 a 的突变值可以看出边坡的总突变值均较大, 且基本稳定, 有小幅增大。说明边坡的安全状态基本正常, 且有向好的方向发展的趋势。随着监测的继续, 可以计算出更多时间的突变值, 可以对边坡的状态进行长期的评价。

5 结 论

(1) 边坡的安全稳定评判是一个非常重要而复杂的系统问题, 需要从系统分析的角度加以考虑。本文从边坡的长期现场监测资料出发, 建立了边坡安全的综合评价体系, 旨在全面、客观地评价边坡的安全稳定状态。这种方法基于现场资料, 具有直观、便捷、意义明确的特点, 为边坡安全综合评价提供了一种思路。

(2) 基于突变数学理论引出的多准则评价决策方法, 减少了目前评价方法中由于权重确定带来的主观性。对于边坡安全这类复杂抽象的目标, 进行多层指标分解, 再用归一公式进行综合量化计算, 最后可求出总的突变级数。将不同时期的边坡的总突变值进行比较分析, 可以得出边坡的安全的动态发展趋势, 且计算简便易行。

(3) 利用突变理论对边坡稳定性进行综合评判是一种新的尝试, 在某些方面还存在着一些技术问题。如底层指标原始监测信息的标准化问题, 不同监测项目、不同测点间相互关系的重要性确定问题, “互补”与“非互补”原则的使用问题, 最终得到的边坡的突变值与边坡的安全状态如何对应的问题, 需要进行更深入的研究。

参考文献(References):

- [1] 徐卫亚, 蒋中明, 石安池. 基于模糊集理论的边坡稳定性分析[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(4): 409 - 413. (XU Weiya, JIANG Zhongming, SHI Anchi. Slope stability analysis using fuzzy sets theory[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, 25(4):

- 409 - 413.(in Chinese))
- [2] 洪海春, 徐卫亚, 叶明亮. 基于模糊综合评判的边坡稳定性分析[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2005, 33(5): 557 - 562.(HONG Haichun, XU Weiya, YE Mingliang. Slope stability analysis based on fuzzy comprehensive assessment[J]. Journal of Hohai University (Natural Science), 2005, 33(5): 557 - 562.(in Chinese))
- [3] AERTS D, CZACHOR M, GABORA L, et al. Quantum morphogenesis: a variation on Thom's catastrophe theory[J]. Physical Review E, 2003, 67(5): 1 - 13.
- [4] BRITO L, FIOLHAIS M, PAIXAO J. Cylinder on an incline as a fold catastrophe system[J]. European Journal of Physics, 2003, 24(2): 115 - 123.
- [5] 顾冲时, 吴中如, 徐志英. 用突变理论分析大坝及岩基稳定性的探讨[J]. 水利学报, 1998, (9): 48 - 51.(GU Chongshi, WU Zhongru, XU Zhiying. Investigation on application of sudden change theory to the analysis of stability of dam and foundation[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1998, (9): 48 - 51.(in Chinese))
- [6] 龙 辉, 秦四清, 万志清. 降雨触发滑坡的尖点突变模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(4): 502 - 508.(LONG Hui, QIN Siqing, WAN Zhiqing. Catastrophe analysis of rainfall-induced landslides[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(4): 502 - 508.(in Chinese))
- [7] 何金平, 李珍照. 基于突变理论的大坝安全动态模糊综合分析 with 评判[J]. 系统工程, 1997, 15(5): 39 - 43.(HE Jinping, LI Zhenzhao. The method of fuzzy comprehensive dynamic analyzing and evaluating dam safety based on catastrophe theory[J]. Systems Engineering, 1997, 15(5): 39 - 43.(in Chinese))
- [8] 都兴富. 突变理论在经济领域的应用(下册)[M]. 成都: 电子科技大学出版社, 1994.(DOU Xingfu. The application of catastrophe theory in economic field(Vol.II)[M]. Chengdu: University of Electric Science and Technology of China, 1994.(in Chinese))
- [9] 二滩水电开发有限责任公司. 岩土工程安全监测手册[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1999.(Ertan Hydropower Development Company, Ltd.. Safety monitoring manual in geotechnical engineering[M]. Beijing: China Water Power Press, 1999.(in Chinese))
- [10] 侯玉成. 土石坝健康诊断理论与方法研究[硕士学位论文][D]. 南京: 河海大学, 2005.(HOU Yucheng. Study on the theory and method of health diagnose for earth-rockfill dam[M. S. Thesis][D]. Nanjing: Hohai University, 2005.(in Chinese))
- [11] 吴中如, 朱伯芳. 三峡水工建筑物安全监控与反馈设计[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1999.(WU Zhongru, ZHU Bofang. Safety monitoring and feedback design of hydraulic structure in Three George Project[M]. Beijing: China Water Power Press, 1999.(in Chinese))