

基于混合条件平均方法的修正 PDA 算法性能预测

王宏强 秦玉亮 刘记红 黎湘

(国防科技大学空间电子信息技术研究所 长沙 410073)

摘要:针对高密度杂波环境中的跟踪问题,首先介绍了修正的PDA算法(MPDF),然后利用混合条件平均(HYCA)方法对其进行性能预测,得到了一系列性能指标的离线递推算法。仿真结果表明采用HYCA方法对MPDA算法进行“瞬态”性能预测的有效性,同时也证明了MPDA算法在跟踪精度方面优于原PDA算法。

关键词: 目标跟踪; MPDA 算法; HYCA 方法; 性能预测

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)03-0542-04

Modified PDA Algorithm Performance Prediction Based on Hybrid Conditional Averaging Approach

Wang Hong-qiang Qin Yu-liang Liu Ji-hong Li Xiang

(Institute of Space Electronic Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Taking into account target tracking in high-density clutter, first the modified PDA algorithm (MPDA) is presented, then its performance estimation is obtained by using Hybrid Conditional Averaging (HYCA) approach, which gives us a series of off-line recursive algorithms for performance measurement. Simulation results show that the modified algorithm performance prediction based on HYCA approach is effective, and MPDA's tracking precision is improved in contrast with PDA's.

Key words: Target tracking; MPDA algorithm; HYCA approach; Performance prediction

1 引言

如何对算法准确地进行性能分析和比较是目标跟踪领域研究的一个重要方面,尤其在杂波背景下,测量的诸多不确定性给这一工作带来相当大的难度。一般通用的方法是对定义的指标进行Monte Carlo仿真实验。这种方法虽然简单,但非常耗时,而且不便于对算法进行理论分析。近年来,越来越多的学者提出许多非仿真的方法来估计算法的性能^[1-6],其中对概率数据关联算法(PDAF)的性能估计研究已日趋成熟。

文献[7]针对PDA算法中的一个错误^[8],推导得到了修正的PDA(MPDA)算法,并应用全局平均方法对PDAF得到了Riccati方程,将其稳态解作为PDAF的性能估计。但基于Riccati方程的性能估计是比较“乐观”的,它不能刻画杂波环境下目标跟踪算法经常出现的滤波器发散这一现象,因而可能造成误导。

事实上,杂波环境中的目标跟踪系统涉及两种类型的不确定性:一是目标的运动状态及其量测的不确定性,它的取值是连续的;二是由于目标检测和虚假检测而导致的量测来源的不确定性,它的取值是离散的。从这一意义上讲,杂波环境中的目标跟踪系统是一个典型的统计混合系统

(stochastic hybrid system)^[3,8,9]。本文利用Li的HYCA方法^[5]来分析MPDA算法的性能。它只对不确定测量的位置求条件期望,在此基础上修改Riccati方程,得到的连续取值的估计误差方差阵是离散取值的候选回波个数的函数,以此作为衡量算法的性能参数,从而刻画算法的稳定性。

2 MPDA 算法

考虑以下目标运动和测量模型:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{F}(k)\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{G}(k)\mathbf{w}(k-1) \quad (1)$$

$$\mathbf{z}^t(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (2)$$

其中 \mathbf{x} 为目标状态矢量, \mathbf{z}^t 为观测矢量, \mathbf{w} , \mathbf{v} 分别为过程噪声和观测噪声,二者相互独立,且均为零均值高斯白噪声,方差分别为 \mathbf{Q} , \mathbf{R} ; \mathbf{F} , \mathbf{G} , \mathbf{H} 分别为状态转移矩阵、输入矩阵和观测矩阵,且均已知。

原PDA中,均认为 $\text{Var}_0(k|k-1) \triangleq \text{Var}_0(k|k) = \text{Var}(k|k-1)$, $\text{Var}_0(k|k-1)$ 为 k 时刻没有源于目标量测的条件下的状态预测方差。但文献[8]指出:对于应用跟踪门的目标跟踪算法,在关联区域内没有源于目标的量测的条件下,状态估计方差相对于状态预测方差应该是增加的,而不是一般认为的保持不变。参照文献[8]的方法,在PDA的理论框架下,文献[7]证明了这一结论,并求得在MPDA算法中状态估计同PDA,为

$$\hat{\mathbf{x}}(k/k) = \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + K(k)\nu(k) \quad (3)$$

状态估计误差方差的更新公式为

$$\begin{aligned}\text{Var}(k|k) &= \beta_0(k) [\text{Var}(k|k-1) + \alpha K(k) \mathbf{S}(k) K'(k)] \\ &\quad + (1 - \beta_0(k)) \text{Cov}(k|k) + \tilde{E}(k) \\ &= \text{Var}(k|k-1) - [1 - (\alpha + 1)\beta_0(k)] \\ &\quad \cdot K(k) \mathbf{S}(k) K'(k) + \tilde{E}(k)\end{aligned}\quad (4)$$

式(3), 式(4)中 $K(k)$ 为卡尔曼增益, $\mathbf{S}(k)$ 为新息 $\nu(k)$ 的协方差矩阵, 而

$$\alpha = \frac{P_D P_G (1 - c_T)}{1 - P_D P_G}, \quad c_T = \frac{\Gamma_{\gamma/2}(n/2 + 1)}{n/2 \cdot \Gamma_{\gamma/2}(n/2)} \quad (5)$$

$$\tilde{E}(k) = K(k) \left[\sum_{i=0}^{m_k} \beta_i(k) \nu_i(k) \nu_i'(k) - \nu(k) \nu'(k) \right] K'(k) \quad (6)$$

$$\nu(k) \triangleq \sum_{i=1}^{m_k} \nu_i(k) \beta_i(k) \quad (7)$$

其中 P_D 为目标的检测概率, P_G 为真量测落入关联区域的概率, $\Gamma_\alpha(x) = \int_0^\alpha e^{-t} t^{x-1} dt$ 为非完全 Gamma 函数, $\nu_i(k) = z_i(k) - H(k) \hat{x}(k|k-1)$ 为第 i 个量测的新息, $\beta_i(k)$ 为关联事件概率。

基于式(3), 式(4), 结合原 PDA 的其它公式, 即构成了 MPDA 算法。下面基于此修正算法, 利用 HYCA 方法, 对其进行性能预测离线递推公式的推导。

3 基于 HYCA 方法的性能预测

基于式(4), 文献 [5] 中的式(3.12)成为

$$\begin{aligned}\text{Var}(k|k, m_{k-1}, m_k) &= \text{Var}(k|k-1, m_{k-1}) \\ &\quad + \tilde{E}(k, m_{k-1}, m_k) - [1 - (\alpha + 1)\beta_0(k)] \\ &\quad \cdot K(k, m_{k-1}) \mathbf{S}(k, m_{k-1}) K'(k, m_{k-1})\end{aligned}\quad (8)$$

其中 $\text{Var}(k|k, m_{k-1}, m_k)$ 表示在 $k-1$, k 时刻有效观测个数为 m_{k-1} , m_k 条件下的状态估计方差, $\text{Var}(k|k-1, m_{k-1})$ 表示对 k 时刻的状态预测方差, $K(k, m_{k-1})$ 表示 $k-1$ 时刻的有效观测个数为 m_{k-1} 时的 Kalman 滤波器在 k 时刻的增益, 其它变量均有类似意义。

对式(8)中的 m_{k-1} 求均值, 有

$$\begin{aligned}\text{Var}_-(k|k, m_k) &\triangleq E[\text{Var}_-(k|k, m_{k-1}, m_k) | Z^{k-1}, m_k] \\ &= \sum_{m_{k-1}=0}^{\infty} \text{Var}_-(k|k, m_{k-1}, m_k) P_r(m_{k-1} | m_k)\end{aligned}\quad (9)$$

式中 $P_r(m_{k-1} | m_k)$ 为有效观测个数的后向转移概率, 而

$$\begin{aligned}\text{Var}_-(k|k, m_{k-1}, m_k) &\triangleq E^*[\text{Var}(k|k, m_{k-1}, m_k) | Z^{k-1}, m_{k-1}, m_k] \\ &= \text{Var}(k|k-1, m_{k-1}) \\ &\quad - [\Delta(k, m_{k-1}, m_k) + u_2(m_{k-1}, m_k)] \\ &\quad \cdot K(k, m_{k-1}) \mathbf{S}(k, m_{k-1}) K'(k, m_{k-1})\end{aligned}\quad (10)$$

式中 $E^*[\cdot]$ 表示在整个观测空间上的期望,

$$\begin{aligned}\Delta(k, m_{k-1}, m_k) &= 1 - (\alpha + 1)\bar{\beta}_0(k, m_{k-1}, m_k) \\ &\quad - u_1(m_{k-1}, m_k)\end{aligned}\quad (11)$$

其中 $u_2(m_{k-1}, m_k)$ 为多重积分, 可由 Monte Carlo 方法求其

数值,

$$\bar{\beta}_0(k, m_{k-1}, m_k) = \frac{(1 - P_D P_G) \lambda V(k, m_{k-1})}{(1 - P_D P_G) \lambda V(k, m_{k-1}) + P_D P_G m_k} \quad (12)$$

$$u_1(m_{k-1}, m_k) = \frac{P_D m_k}{(1 - P_D P_G) \lambda V(k, m_{k-1}) + P_D P_G m_k} \cdot A \quad (13)$$

式中 λ 为杂波密度, A 为常数。

下面分析 $\Delta(k, m_{k-1}, m_k)$ 的取值情况。将式(12), 式(13)代入式(11), 得

$$\begin{aligned}\Delta(k, m_{k-1}, m_k) &= 1 - \frac{(\alpha + 1) \cdot (1 - P_D P_G) \lambda V(k, m_{k-1}) + P_D m_k A}{(1 - P_D P_G) \lambda V(k, m_{k-1}) + P_D P_G m_k}\end{aligned}\quad (14)$$

式中关联区域体积 $V(k, m_{k-1}) = C_n \gamma^{n/2} |S(k, m_{k-1})|^{1/2}$,

$C_n = \frac{\pi^{n/2}}{\Gamma(n/2 + 1)}$ 为 n 维单位椭球体积。

当关联区域的大小 $g > 3$ 时 $A \approx 1$, $P_G \approx 1$ 。若取 $\alpha = 0$, 则有 $\Delta \approx 0$ 。这就是文献[10]在对原 PDA 算法进行预测。

对二维情况, 由 $c_T|_{n=2} = 1 - \frac{\gamma/2 e^{-\gamma/2}}{1 - e^{-\gamma/2}}$, 其中 $\gamma = g^2$ 为关联门限, 得 $\alpha = \frac{P_D}{(1 - P_D P_G)} \cdot \frac{\gamma}{2} e^{-\gamma/2}$, 于是

$$\begin{aligned}\Delta(k, m_{k-1}, m_k) &= \frac{-P_D \frac{\gamma}{2} e^{-\gamma/2} \lambda V(k, m_{k-1}) + P_D m_k (P_G - A)}{(1 - P_D P_G) \lambda V(k, m_{k-1}) + P_D P_G m_k}\end{aligned}\quad (15)$$

根据以上近似, 若取 $P_D = 1$, 则

$$\Delta(k, m_{k-1}, m_k) \approx \frac{-\frac{\gamma}{2} e^{-\gamma/2} \lambda V(k, m_{k-1})}{e^{-\gamma/2} \lambda V(k, m_{k-1}) + m_k} \quad (16)$$

当 $m_k = 0$ 时 $\Delta \approx -\gamma/2$, 显然这一数值是不能忽略的。当 $m_k \neq 0$ 时, 由于 m_k 与 $\lambda V(k, m_{k-1})$ 的值相当, 且 $e^{-\gamma/2}$ 较小, 故 $\Delta(k, m_{k-1}, m_k)$ 将较小。因此, $\Delta(k, m_{k-1}, m_k)$ 的影响将主要集中在 $m_k = 0$ 处。

基于以上的推导和分析, 结合文献[5]中的相关结论, 得到对修正的 PDA 算法的性能预测递推流程如图 1 所示。

由图 1 的递推流程得到的是状态估计误差的方差, 它是对航迹精度的一种度量, 这是对所有跟踪算法都适用的性能指标。而对于杂波环境中的目标跟踪, 一定波门内的有效回波个数太多时, 跟踪算法可能出现发散, 导致目标发生丢失现象。基于此, 可以将超过某一门限 M 的有效回波的个数作为衡量航迹丢失的准则。

定义 k 时刻航迹丢失的概率为

$$P_{ll}(k) \triangleq 1 - \sum_{m_k=0}^{M-1} P_r^*(m_k) \quad (17)$$

式中 $P_r^*(m_0) \triangleq P_r(m_0)$ 。

$$P_r^*(m_k) \triangleq \frac{\sum_{m_{k-1}=0}^{M-1} P_r(m_k | m_{k-1}) P_r^*(m_{k-1})}{\sum_{m_{k-1}=0}^{M-1} P_r^*(m_{k-1})} \quad (18)$$

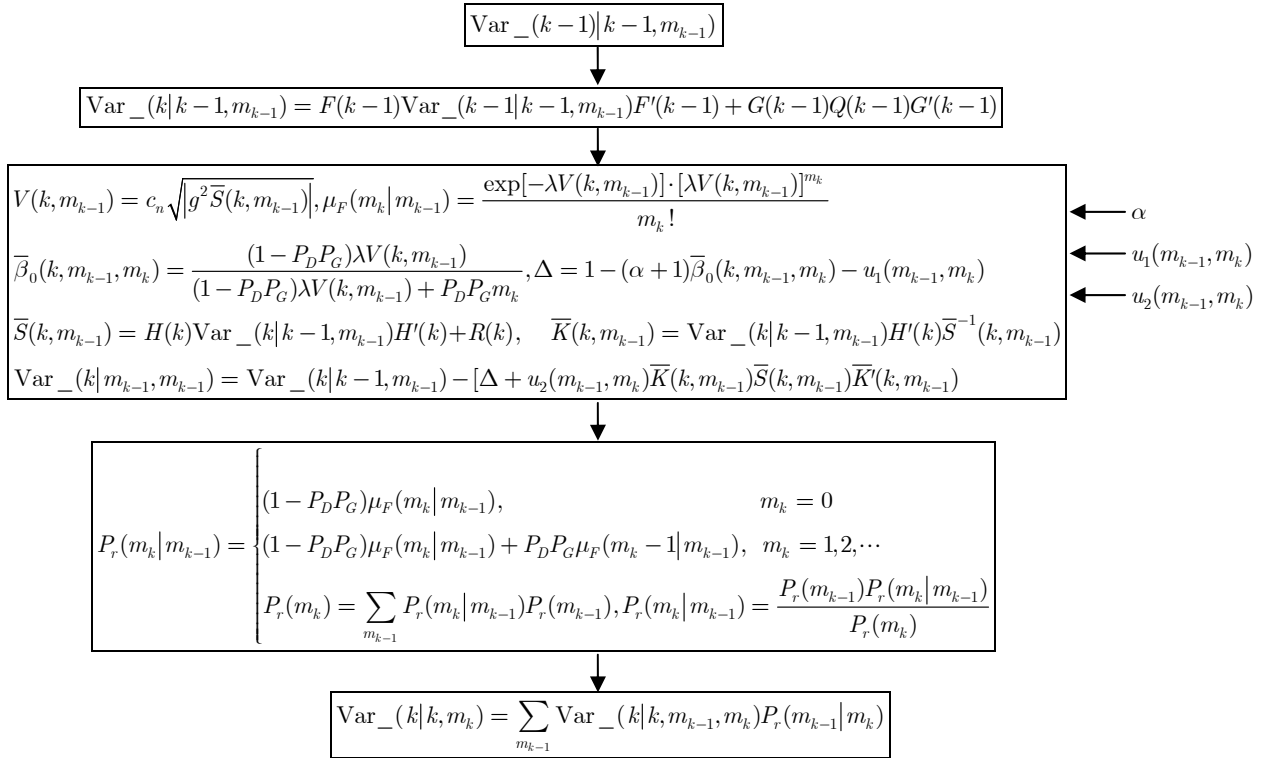


图1 修正 PDA 算法状态估计方差的递推预测

为了表征航迹寿命(track lifetime), 定义到 k 时刻累积的航迹丢失概率为

$$P_{TL}(k) = 1 - \prod_{i=1}^k \left(\sum_{m_i=0}^{M-1} P_r^*(m_i) \right) \quad (19)$$

这些度量指标的计算均可在图1的递推流程中一并得到。

4 仿真结果及分析

采用文献[5]中的正规系统模型^[11], 即

$$x^*(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x^*(k) + \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1/2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} w^*(k) \quad (20)$$

$$z^*(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x^*(k) + v^*(k) \quad (21)$$

$$Q^* = \text{cov}[w^*(k)] = \begin{bmatrix} q^* & 0 \\ 0 & q^* \end{bmatrix}, \quad R^* = \text{cov}[v^*(k)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

其中 $q^* = qT^2/r$ 为机动指数^[12], $q^* = 0.15$ 。目标初始状态 $x^*(0) = [0 \ 15 \ 0 \ 15]^T$, 杂波从 $k = 10$ 开始加入, $P_D = 1$, 仿真中 $\Delta(k, m_{k-1}, m_k)$ 的计算均不作近似处理。

类似于文献[5], 定义离线预测的平均标准差为

$$e_1(k) \triangleq \sum_{m_k=0}^N e_p(k, m_k) P_r(m_k) \quad (23)$$

其中 $e_p(k, m_k) \triangleq \sqrt{p_{11}(k, m_k) + p_{33}(k, m_k)}$, $p_{11}(k, m_k)$, $p_{33}(k, m_k)$ 为 $\text{Var}_-(k | k, m_k)$ 中的位置分量。 N 为截断求和上限, 仿真中取 $N = 14$, 当 $m_k > 14$ 时求和中的项可忽略。

定义在线滤波得到的标准差为

$$e_0(k) \triangleq \sqrt{p_{11}(k) + p_{33}(k)} \quad (24)$$

$p_{11}(k)$, $p_{33}(k)$ 为在线 Kalman 滤波中 $\text{Var}(k | k)$ 中的位置分量。

定义状态估计的实际标准差为

$$e(k) \triangleq \sqrt{[x_1(k) - \hat{x}_1(k | k)]^2 + [x_3(k) - \hat{x}_3(k | k)]^2} \quad (25)$$

式中 $x_1(k)$, $x_3(k)$ 为状态矢量中位置分量。

累积的航迹丢失概率如式(19)中定义。

$e(k)$, $e_0(k)$ 以及实际的 $P_{TL}(k)$ 值均由 1000 次 Monte Carlo 实验得到。结果如图 2~图 3 所示。图中, 曲线的标记中下标 1 代表 MPDAF, 2 代表原 PDAF。参数 λ^* 为杂波密度, g^2 为关联门限, M 为有效回波个数门限值。

由预测的 $e_1(k)$ 曲线可以看出, PDA 的 RMS 低于 MPDA, 这似乎与从 $e(k)$ 得出的结论(MPDA 的跟踪精度优于 PDA)相悖, 但从 $e_1(k)$ 与 $e_0(k)$ 的匹配程度可以看出, MPDA 的预测 $e_1(k)$ 更加准确, 验证了 MPDA 的 $e_0(k)$ 能够较好地刻画 $e(k)$ 的变化这一结论。

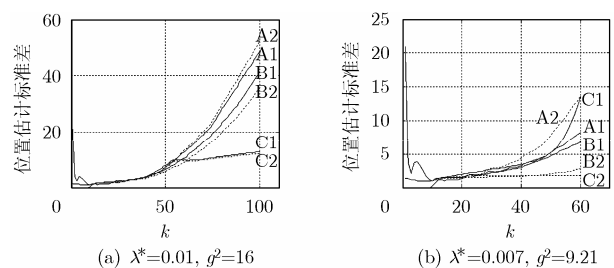


图2 位置估计标准差(A: $e(k)$, B: $e_0(k)$, C: $e_1(k)$)

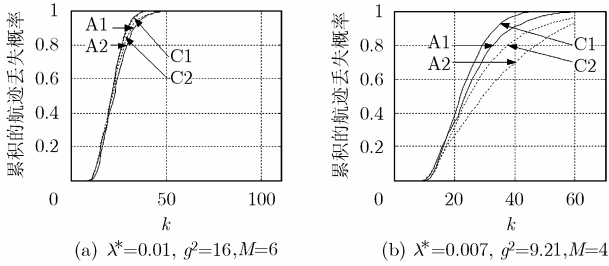


图3 累积的航迹丢失概率(A: 实际 $P_{TL}(k)$, C: 预测 $P_{TL}(k)$)

对于累积的航迹丢失概率的预测也有以上类似的结论。

图4所示为 $g^2 = 16$ 时 $e_p(k, m_k)$ 的一组曲线。相比于原PDAF, MPDAF在 $m_k = 0$ 时有较高的值,而在其它值处差别不大,验证了前面对 $\Delta(k, m_{k-1}, m_k)$ 取值的理论分析结果。

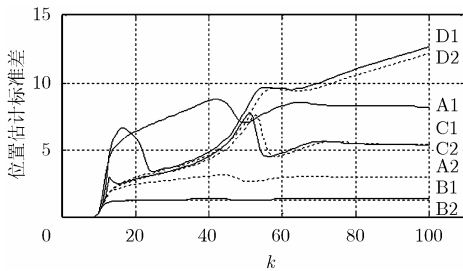


图4 有效量测个数对位置估计误差的影响(A: $m_k = 0$, B: $m_k = 1$, C: $m_k = 10$, D: $m_k = 14$)

仿真结果表明,根据基于HYCA得到的MPDA算法性能预测公式所绘出的跟踪性能曲线,与基于仿真方法得到的性能曲线能够较好地匹配,因此,采用HYCA方法对MPDA算法进行离线“瞬态”性能预测是有效的。

5 结束语

本文利用Li的HYCA方法^[5],对MPDA算法性能估计的离线算法进行推导,得到了MPDA算法的状态估计性能、算法的稳定性、目标航迹寿命等一系列性能指标,并通过仿真实验验证了采用HYCA方法对MPDA算法进行“瞬态”性能预测的有效性。

近年来对于跟踪算法的非仿真性能分析越来越受到广大学者的重视,同时检测与跟踪性能的联合优化已经成为对空间监视系统研究的一个热点。文献[4]将近似Riccati方程的稳态解作为PDAF的性能估计,并首次将跟踪性能指标反馈到检测系统中,由TOC(跟踪器工作特性)和ROC(接收机工作特性)曲线决定最优检测门限。文献[5,6]的递推算法不仅能够得到滤波器稳定时的性能估计,而且能够刻画滤波器的瞬间发散情况。上述后者相对于前者,其可靠性虽然大有提高,但由于原PDA算法的不可靠性,使得在某些情况下,其结果与实际值有较大的偏离。文献[7]给出了基于Riccati方程的MPDAF稳态性能估计,但无法刻画滤波器的瞬间发散情况。

本文得到的基于HYCA方法的MPDA算法性能估计的重要意义在于,使上述对于滤波稳态和瞬态的性能预测更加

准确,从而将使基于其上的检测-跟踪系统的联合优化结果更加可靠。

参考文献

- [1] Singer R A and Sea R G. New results in optimizing surveillance system tracking and data correlation performance in dense multitarget environments [J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1973, AC-18(6): 571-582.
- [2] Mori S, Chang K C, Chong C Y, and Dunn K P. Prediction of track purity and tack accuracy in dense target environments [J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1995, 40(5): 953-959.
- [3] Li X R and Bar-Shalom Y. Performance prediction of the interacting multiple model algorithm[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1993, 29(3): 755-771.
- [4] Fortmann T E, Bar-Shalom Y, Scheffe M, and Gelfand S. Detection thresholds for tracking in clutter: A connection between estimation and signal processing[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1985, AC-30(3): 221-229.
- [5] Li X R and Bar-Shalom Y. Stability evaluation and track life of the PDAF for tracking in clutter[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1991, 36(5): 588-602.
- [6] Li X R and Bar-Shalom Y. Detection threshold selection for tracking performance optimization[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1994, 30(3): 742-749.
- [7] 王宏强. 目标融合跟踪技术及性能预测研究[D]. [博士学位文], 长沙: 国防科技大学, 2002.
- [8] Li X R. Tracking in clutter with strongest neighbor measurements-Part I: Theoretical analysis[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1998, 43(11): 1560-1578.
- [9] Li X R and Bar-Shalom Y. Theoretical analysis and performance prediction of tracking in clutter with strongest neighbor[C]. *Proceedings of the 34th Conference on Decision & Control*. New Orleans, LA-December. 1995, Vol 3: 2758-2763.
- [10] Bar-Shalom Y and Tse E. Tracking in a cluttered environment with probabilistic data association[J]. *Automatica*, 1975, 11(9): 451-460.
- [11] Li X R. Canonical transform for tracking with kinematic models [J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1997, 33(4): 1212-1223.
- [12] Kalata P R. The tracking index: A generalized parameter for $\alpha - \beta$ and $\alpha - \beta - \gamma$ target trackers [J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1984, 20(2): 174-182.

王宏强: 男, 1970年生, 博士, 副教授, 主要研究方向为多传感器数据融合、目标跟踪等。
 秦玉亮: 男, 1980年生, 博士生, 研究方向为精确制导、信号处理、数据融合等。
 刘记红: 女, 1983年生, 硕士生, 研究方向为自动目标识别、数据融合等。
 黎湘: 男, 1967年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为自动目标识别、精确制导等。