第33卷 第21期 计 算 机 工 程 2007年11月
Vol.33 No.21 Computer Engineering November 2007
·人工智能及识别技术· 文章编号：1000—3428(2007)21—0192—02 文献标识码：A 中图分类号：TP18

混沌优化算法及其在组合优化问题中的应用

王丽侠
（浙江师范大学行知学院，金华 321004）

摘 要：混沌优化方法(COA)是针对数值优化问题提出的，在解决数值优化问题上具有一定的普遍性，能够很快地搜索到全局最优解，而利用 COA 解决组合优化问题存在一定的难度，该文提出了混沌优化算法解决组合优化问题的方法，该方法先产生组合优化问题的初始解，再利用混沌变量产生新解或对原解进行混沌扰动，产生新解，然后在解空间中进行最优搜索。将该方法应用到 2 个典型的组合优化问题(TSP 问题，0/1 背包问题)的求解中，仿真实验表明了该方法的有效性。
关键词：混沌；优化；0/1 背包问题；TSP

Chaos Optimization Algorithm and Its Application on Combinational Problem

WANG Li-xia
(Xingzhi College, Zhejiang Normal University, Jihua 321004)

【**Abstract**】Chaos optimization algorithm(COA) is put forward to solve value optimization problems, which can find the best solution efficiently. However, it is difficult for COA to solve combinational optimization problems. To solve the problem, this paper presents a method to solve combinational optimization problem based on COA. An initial solution is produced, and a new solution is produced by chaos variables or by disturbing initial solution based on chaos variables. Based on the method, the paper solves two typical combinational optimization problems(0/1 knapsack problem and TSP problem). And the result of simulation shows the validity of the algorithm.
【**Key words**】chaos; optimization; 0/1 knapsack problem; TSP

混沌是存在于非线性系统中的一种较为普遍的现象，它并不是一片混乱，而是有着内在结构的一类现象，具有遍历性、随机性、“规律性”等特点。混沌优化方法(chaos optimization algorithm, COA)是 1997 年由李斌提出[1]，其基本思路是将混沌变量线性映射到优化变量取值区间，然后利用混沌变量进行搜索。混沌的随机性和遍历性可避免搜索过程陷入局部极小，克服传统优化算法的不足。

由于混沌运动的一些优良性质，使得目前对COA的研究取得了很多成果，文献[2]提出了混合混沌优化算法，把混沌方法与共轭梯度法相结合，以避免混沌优化算法遍历所有状态的缺点，提高了搜索效率。文献[3]提出了区间划分的混沌优化方法，文献[4]提出了混沌神经网络智能集成算法优化策略[4]，文献[5]提出了并行计算的混沌优化方法。这些工作都说明混沌优化算法对连续变量的优化是有效的，其优化原理具有普遍性，能够更有效地寻找到全局最优解。

以上工作都是利用混沌优化方法来解决数值优化问题，而组合优化问题的解不是一个数值，不能直接利用上面的优化方法求解，本文在这些成果的基础上，提出了一个求解组合优化问题的混沌优化方法。

1 混沌优化求解组合优化问题的方法

COA 求解组合优化问题的基本思想是：首先研究组合优化问题解空间的特点，产生初始解，再利用混沌变量产生新的解或对初始解进行混沌扰动，求新解的适应值，得到目前最优解，经过多次迭代，求出全局最优值。

COA选择混沌变量，选择式(1)所示的Logisic映射[1]，

$$x_{n+1} = f(\mu, x_n) = \mu x_n(1-x_n) \tag{1}$$

其中，μ 是控制参量，当 $\mu=4$ 时，系统陷入混沌状态，其输出相当于一个[0,1]之间的随机数，且在[0,1]之间具有遍历性，其中的任一状态不会重复出现，这是混沌的基本特征。

利用混沌优化方法，求解组合优化问题的算法步骤如下：

(1)根据组合优化问题解的特点，产生初始解，并将解空间映射到一个线性区间。

(2)将混沌变量的变化范围分别映射到相应的优化变量的取值范围。如下式所示：

$$x'_{i,n+1} = c_i + d_i \cdot x_{i,n+1} \tag{2}$$

其中，$x_{i,n+1}$ 为混沌变量；c_i、d_i 为常数，即放大倍数；$x'_{i,n+1}$ 为用于优化的混沌变量。

(3)将混沌变量产生的值，反映射到组合优化的解空间，或对值进行混沌扰动，计算新解的适应值，并迭代。

令 $x_i(k) = x'_{i,n+1}(k)$，$x_i^* = x(0)$，$f^* = f(0)$ 代入优化问题，求适应值 $f(x)$

If $f_i(k) \le f^*$ //若$f_i(k)$更优
then $f^* = f_i(k)$，$x_i^* = x_i(k)$
else $f^* = f^*$
k=k+1;

(4)如果满足终止条件则终止搜索，输出最优值 f^*，以及其对应的最优解，反之返回上一步。

作者简介：王丽侠(1970－)，女，硕士、副教授，主研方向：智能计算
收稿日期：2006-11-10 **E-mail：**hanjm@zjnu.cn

2 混沌优化方法求解 0/1 背包问题

2.1 问题描述

0/1 背包问题是指有不同价值、不同重量的物品 n 件，求从这 n 件物品中选取一部分物品且对每一物品，要么选，要么不选，满足被选物品的总重量不超过背包指定的限制重量且达到被选物品的价值总和最大的问题。0/1 背包问题可形式化描述为：

设 W 为背包的容量，n 个物品的重量组成一向量 $(w_1,w_2,\cdots,w_n)$，其价值组成另一向量 $(v_1,v_2,\cdots,v_n)$, $W > 0$, $w_i > 0$, $v_i > 0$, $(1\le i\le n)$。要找出另一 n 元向量 $(x_1,x_2,\cdots,x_n)$, $x_i\{0,1\}$, $1\le i\le n$, 0 表示不选该物品，1 表示选中该物品。

由此，0/1 背包问题要求：

$$\mathrm{Max}\sum_{i=1}^{n} v_i x_i \tag{3}$$

且满足以下两个约束条件：

$$\sum_{i=1}^{n} W_i x_i \le W \quad x_i\in\{0,1\}\ 1\le i\le n \tag{4}$$

也就是说对 0/1 背包问题，可以通过作出变量 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的一个决策序列来得到它的解，而对变量 x_i 的决策就是决定它是取 0 值还是取 1 值。

0/1 背包问题可以演化为很多新的问题，如对于资源分配、投资决策、货物装运、预算控制、项目选择等问题，最近 0/1 背包问题也被应用到密码学和数论中。目前很多智能优化方法应用到求解该问题，比如模拟退火算法、遗传算法、蚁群算法、粒子群算法、DNA 算法、免疫量子算法等。

2.2 0/1 背包问题的 COA 算法

用混沌优化方法求解，首先研究其解空间，将解空间映射到一个线性区间，方法是：n 个物品的 0/1 背包问题的解对应于一个 n 个元素的一维 0/1 向量，而这个 0/1 向量的每一元素看作一个二进制数的一位的话，它又对应于一个 2 进制数，也就对应一个整数，这样 0/1 向量的解空间也就对应一个整数区间，这样就把原来在解空间搜索的组合优化问题转换为求解在一个整数区间搜索的数值优化问题。利用前面介绍的组合优化方法，就可求得其解。

2.3 仿真实验

下面以文献[6]中的数据为例，利用 matlab 仿真求解。

例 1 n=20, v=878, w={ 92,4,43,83,84,68,92,82,6,44,32,18, 56,83,25,96,70, 48,14, 58}, P= {44,46,90,72,91,40,75,35,8,54, 78,40,77,15,61,17,75,29,75,63}

运行回溯法可得到最优值为 1 024。运行本文的算法，90 次迭代后，可得最优值。其收敛性态如图 1 所示。

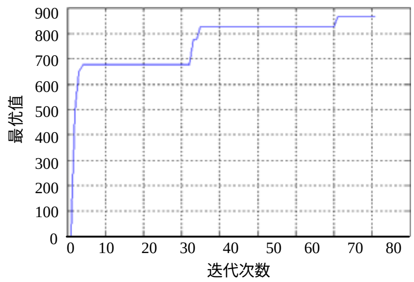

图 1 例 1 收敛性态

若用普通的随机搜索方法，迭代了 50 000 次，得到的解为 999，不是最优解，而且由于普通的随机法产生随机数的效率较低，因此运行速度比混沌优化方法低得多。

例 2 n=10, v=269, w={95,4,60,32,23,72,80,62,65,46}, P={55,10,47,5,4,50,8,61, 85, 87}。

运行回溯法可得到最优值 295。运行本文的算法，次迭代 500 次后，可得最优值 294。其收敛性态见图 2。

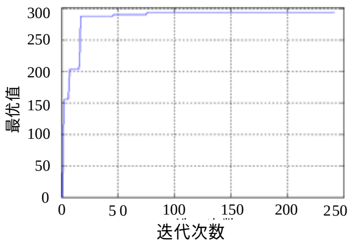

图 2 例 2 收敛性态

3 混沌优化方法求解 TSP 问题

3.1 TSP 问题描述

TSP 问题是一个比较经典的组合优化问题，也是一个典型的 NP 完全问题，用精确算法求其解时间复杂度太高，目前很多智能计算的方法被应用到这个问题的求解上，比如遗传算法、蚁群算法、粒子群算法、免疫算法等。

TSP 问题的解答形式是 n 个城市的一个排列。可采用如表 1 所示的方阵形式(以 n=5 为例)。在表 1 的方阵中，A, B, C, D, E 表示城市名称，1, 2, 3, 4, 5 表示路径顺序。为了保证每个城市只去一次，方阵每行只能有一个元素为 1，其余为 0。为了在某一时刻只能经过一个城市，方阵中每列也只能有一个元素为 1，其余为 0。为使每个城市必须经过一次，方阵中 1 的个数总和必须为 n。对于所给方阵，其相应的路径顺序为：C—A—E—B—D—C。

表 1 TSP 问题解答形式表

	1	2	3	4	5
A	0	1	0	0	0
B	0	0	0	1	0
C	1	0	0	0	0
D	0	0	0	0	1
E	0	0	1	0	0

3.2 TSP 问题的 COA 算法

利用 COA 求解 TSP 问题，首先将 TSP 问题的初始解初始化为一个单位矩阵。然后利用混沌变量产生新的行列值，将“交换”和“移位”两种操作对解矩阵进行变换，产生新解，计算适应值，最后从所有产生的解中寻找到全局最优解。修春波等人提出了一种 TSP 问题的混沌算法，本文对其进行改进，每次选择最优的 10 个解，进行处理，从而提高了收敛速度，算法见图 3。

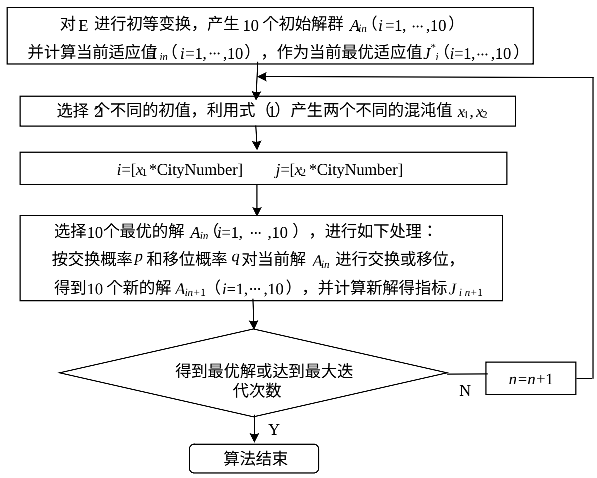

图 3 混沌优化方法求解 TSP 问题的算法

(下转第 196 页)