

粒状体直剪试验的数值模拟与微观考察

刘斯宏 徐永福

(名古屋工业大学 名古屋 466-8555 日本)

摘要 用离散单元法模拟了粒状体的直剪试验。基于数值模拟结果,提出了修正剪胀试样与剪切盒内壁间的摩擦对剪切强度影响的方法,估算了直剪试验试样的整体应变,并探讨了剪切面上宏观应力-应变与粒子的微观结构量之间的关系。

关键词 粒状体,离散单元法,直剪试验,微观结构

分类号 O 242.1, TU 411.7

文献标识码 A

文章编号 1000-6915(2001)03-0288-05

1 前言

在各种确定土体剪切强度的试验方法中,直剪试验是最普遍使用的一种试验方法。直剪试验的优点是原理简单、操作方便。另外,直剪试验中试样的变形处于平面应变状态,这与许多实际工程问题(如土堤等斜面稳定问题等)的变形状态比较接近。但是,直剪试验中也存在一些问题,主要是剪切盒内壁摩擦对测定的剪切强度的影响及试样的应变无法直接求得。由于剪切盒内壁摩擦的影响,直剪试验测得的剪切强度在土体剪胀的情况下,比土体实际的强度要高;而在土体剪缩的情况下,则比土体实际的强度要低^[1]。由于试样的应变无法确定,直剪试验仅作为一种强度试验,无法用来确定土体变形计算所需的一些参数,也无法与其他试验方法(如三轴压缩试验、单剪试验等)得到的应力-应变关系进行比较。

本文采用文[2]提出的离散单元法(Distinct Element Method)模拟一粒状体直剪试验,然后从微观上对剪切盒内壁摩擦影响问题进行研究,并根据数值模拟试验结果确定的剪切带宽度,提出直剪试验试样应变估算方法。另外,还对剪切面上宏观应力-应变与粒子的微观结构量之间的关系进行了研究。

2 粒状体直剪试验的数值模拟

2.1 离散单元法

离散单元法假定粒状体的粒子为刚性圆。图1

为2个刚性圆之间法线方向及切线方向的接触模型,其中 divider 表示粒子相互接触时才会受力,切线方向的 slider 表示粒子间的滑动符合库仑摩擦定律。在模拟直剪试验时,还需考虑荷载板及上、下剪切盒内壁与粒子间的接触。本文将荷载板及上、下剪切盒内壁成刚性线要素,刚性线要素与粒子间的接触模型假定完全与2个粒子间的接触模型相同。

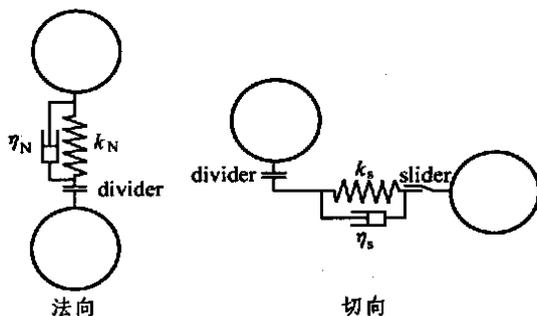


图1 2个刚性圆之间的接触模型

Fig. 1 Contact models of two rigid discs in DEM

离散单元法采用反复循环迭代计算。在任一时刻 t , 根据粒子的位移及运动速度从力-位移关系中求得粒子接触力增量, 然后将其叠加到原有的粒子接触力中, 得到一个新的粒子接触力。再根据牛顿第二定律求得对应于新的接触力的粒子运动加速度, 然后通过某一微小时段 Δt 内积分求得粒子新的运动速度及位移。该方法的详细介绍见文[3, 4]。在应用该方法时, Δt 的取值对解的收敛稳定影响较大, 文[2]建议:

2000年10月23日收到初稿, 2000年12月23日收到修改稿。

作者 刘斯宏 简介: 男, 1964年生, 博士, 原为水电部华东勘测设计研究院工程师, 现为日本名古屋工业大学研究员, 主要从事土体强度、变形与地基加固处理技术方面的研究工作。

$$t_c = 2 \sqrt{m/k} \quad (1)$$

式中: m 为粒子的质量, k 为粒子的弹性刚度系数。式(1)是根据单自由度体系的运动方程式得到的稳定条件。本文根据松冈和山本的经验, 采用 $t = t_c / 10^{[5]}$ 。

2.2 粒状体直剪试验的数值模拟模型材料参数

在进行 DEM 数值模拟之前, 先进行了铝棒堆积体的直剪试验, 如图 2 所示。铝棒堆积体由直径为 3 mm 和 5 mm 的 2 种铝棒以重量比 3:2 混合而成。铝棒长为 50 mm, 试样初始孔隙率为 0.23, 试样长为 20 cm, 高为 9 cm。试验中, 上剪切盒保持不动, 下剪切盒水平向右移动。上载垂直荷载为 49 kPa。DEM 数值模型用的初期粒子排列图如图 2 所示。计算条件尽可能与试验条件保持一致。

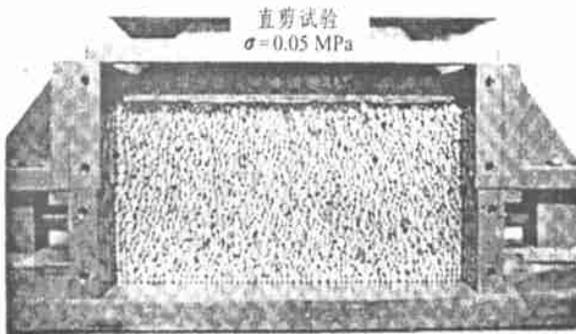


图 2 铝棒堆积体的直剪试验

Fig. 2 Direct box shear test on aluminum rod mass

数值模拟用的材料参数列于表 1, 表中法向弹性刚度系数 (k_N, k_N) 及切向弹性刚度系数 (k_s, k_s) 分别根据 2 个弹性圆柱及圆柱与板的接触理论公式^[6, 7] 计算而得。粘滞系数 c 则取单自由度振动体系的临界衰减系数 ($= 2 \sqrt{km}$)。粒子间的摩擦角 μ 根据铝棒间的摩擦试验结果而得。

2.3 粒状体直剪试验的数值模拟结果

图 3 为由离散单元法计算结果与试验结果比较。二者得到的应力比 τ/σ - 水平(剪切)位移 D - 垂直位移 h 关系基本吻合, 说明离散单元法的计算结果精度良好。图 4 为从剪切开始到水平位移 $D = 3.3$ mm 时的粒子位移矢量分布图。从图 4 中可以看出,

下剪切盒内的粒子大体上随下剪切盒一起移动, 而上剪切盒内的粒子水平向位移较小, 垂向有向上的位移, 表明试样发生了剪胀。

3 数值模拟结果的微观考察

3.1 剪切盒内壁摩擦对剪切强度影响的修正

由于剪切盒内壁摩擦的影响, 在试样发生剪胀的情况下, 直剪试验测得的剪切强度比实际的要高。图 5 为直剪试验试样的受力示意图^[8]。如果试验中直接测得的应力比表示为 $(\tau/\sigma)_a$, 则

$$\left(\frac{\tau}{\sigma}\right)_a = \frac{N_R - N_L}{N_U} \quad (2)$$

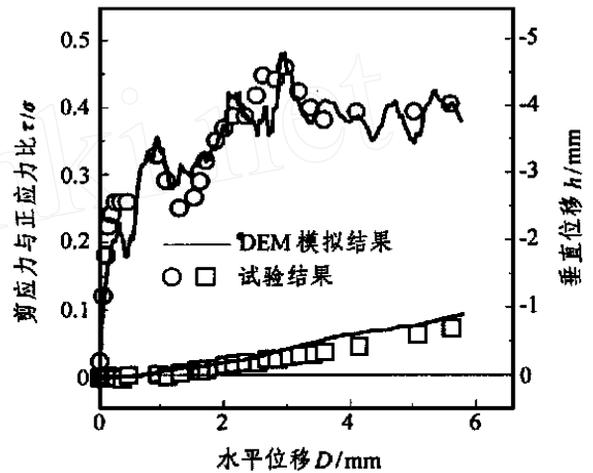


图 3 离散单元法计算结果与试验结果比较

Fig. 3 Comparison between DEM simulation results and experimental results

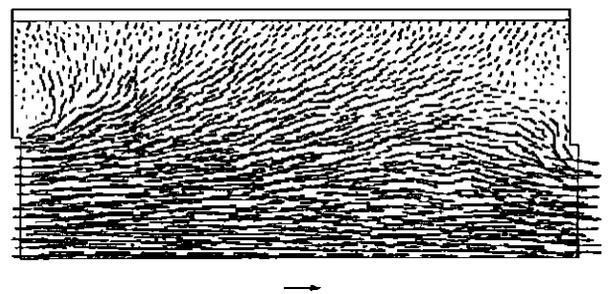


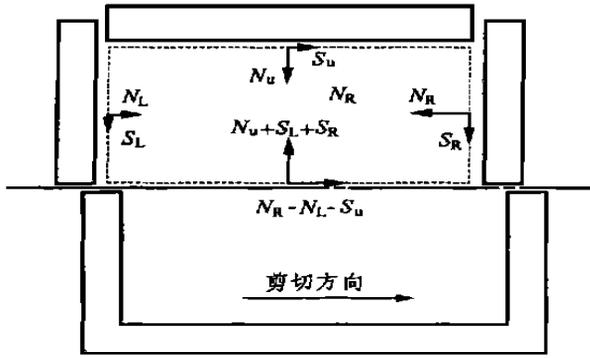
图 4 从剪切开始到水平位移 $D = 3.3$ mm 时的粒子位移矢量分布图

Fig. 4 Distribution of particle displacements up to $D = 3.3$ mm

表 1 离散单元法数值模拟用的材料参数

Table 1 Input parameters for numerical simulation by DEM

接触类型	法向刚度 k_N, k_N / $N \cdot m^{-1} \cdot m^{-1}$	切向刚度 k_s, k_s / $N \cdot m^{-1} \cdot m^{-1}$	法向阻尼 η_N, η_N / $N \cdot m^{-1} \cdot m^{-1}$	切向阻尼 η_s, η_s / $N \cdot m^{-1} \cdot m^{-1}$	摩擦角 μ, μ / $(^\circ)$	密度 / $kg \cdot m^{-3}$	步长 t / s
弹性圆柱	9.0×10^9	3.0×10^8	7.9×10^4	1.4×10^4	16	2 700	3×10^{-7}
圆柱与板	1.8×10^{10}	6.0×10^8	1.1×10^5	2.0×10^4	16		



N_u 为加于试样的垂直荷载; S_u 为加压板与试样间的摩擦力;
 N_L, N_R 分别为剪切盒左、右侧壁作用于试样的正向压力;
 S_L, S_R 分别为剪切盒左、右侧壁与试样间的摩擦力。

图5 试样剪胀时直剪试验试样的受力示意图

Fig.5 Forces acting on specimen of direct box shear test in positive dilatancy

在试样发生剪胀的情况下, 剪切面上真正的应力比 $(\tau/\sigma)_t$ 应为

$$\left(\frac{\tau}{\sigma}\right)_t = \frac{N_R - N_L - S_U}{N_U + S_L + S_R} = \frac{(\tau/\sigma)_a - S_U/N_U}{1 + (\tau/\sigma)_a(S_U + S_R)/(N_R - N_L)} \quad (3)$$

在加压板水平方向无约束的条件下, $S_U = 0$ 。考虑到剪切方向, 有 $S_L \ll S_R, N_L \ll N_R$ 。如果假定上剪切盒内壁与粒子间的摩擦(摩擦角为 μ) 完全发挥, 即假定 $S_R/N_R = \tan \mu$, 则式(3)可写成

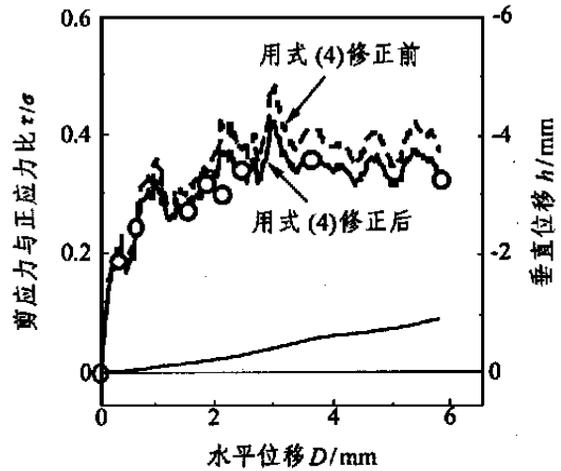
$$\left(\frac{\tau}{\sigma}\right)_t = \frac{(\tau/\sigma)_a}{1 + (\tau/\sigma)_a \tan \mu} \quad (4)$$

从式(4)可以看出, 在试样发生剪胀的情况下, 试验测得的应力比 $(\tau/\sigma)_a$ 比实际剪切面真正的应力比 $(\tau/\sigma)_t$ 要大。根据式(4), 对图3中DEM计算得到的应力比进行修正, 修正后的结果用粗实线表示于图6中。为验证修正后结果的合理性, 可将剪切面上所有的粒子接触点力分别沿剪切面与垂直于剪切面进行分解求和, 求得剪切面上的应力比, 其结果用圆圈(o)表示于图6中。从图6中可以看出, 从粒子接触点力求得的剪切面上的结果与用式(4)修正后的结果基本吻合, 表明式(4)的合理性。

3.2 直剪试验中试样的应变估算

直剪试验的缺点之一是试样的应变不能直接测得, 原因是剪切带的宽度 L 在试验中无法确定。如果知道剪切带的宽度 L , 则试样的整体剪应变 γ 及正应变 ϵ_N 可以近似地按下式求得

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= D/L \\ \epsilon_N &= h/L \end{aligned} \right\} \quad (5)$$



o 计算的粒子接触点力

图6 剪切盒内壁摩擦对剪切强度影响的修正

Fig.6 Modification of shear strength in direct box shear test

式中: D, h 分别为试样的水平(剪切)位移与垂直位移。

图7为根据数值模拟结果得到的对应于3个不同剪切阶段试样的水平位移平均值沿试样高度方向的分布图, 其中曲线 对应于图3粒子水平位移的平均值。从图7可看出, 试样高度为2.5 cm以下的粒子基本上随下剪切盒一起平行移动, 而试样高度为6.5~9 cm的粒子水平位移很小, 平均水平位移分布曲线在试样高度为2.5~6.5 cm处有一曲率大转折点, 说明该试样的剪切带大致的试样高度为2.5~6.5 cm, 剪切带的宽度 $L \approx 4$ cm。因为该试样的平均粒径 $D_{50} = 3.478$ mm, 所以 $L/D_{50} \approx 11.5$ 倍, 该比值与文[9]报道的 $L/D_{50} = 11 \sim 12$ 一致。

根据 $L = 4$ cm, 用式(5)将图3中的水平位移与垂直位移换算成相应的剪应变 γ 及正应变 ϵ_N 后的结果如图8的实线所示, 其中应力比为用式(4)修正后的 $(\tau/\sigma)_t$ 。为验证换算得到的应变的合理性, 用与图2所示直剪试验同样的试样(同样直径的铝棒堆积体, 同样的初始孔隙率)进行了单剪试验, 如图9所示。图8中同时也给出了对应于图9的单剪试验的结果。从图8看出, 直剪试验换算得到的应变与单剪试验实测的应变相当吻合, 说明对于直剪试验这种应变换算方法是可行的。另外, 从图8中还可以看出, 同样试样的直剪试验与单剪试验的剪切强度也基本相近。

3.3 剪切面上的宏观应力-应变变量与粒子微观结构量之间的关系

如图10所示, 以 f_i 表示粒子接触点力, σ_i 表示粒

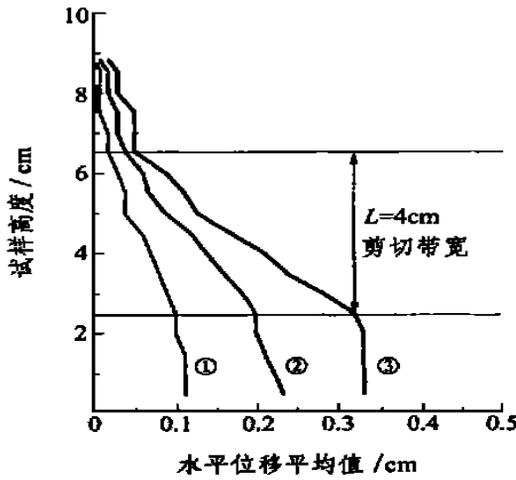
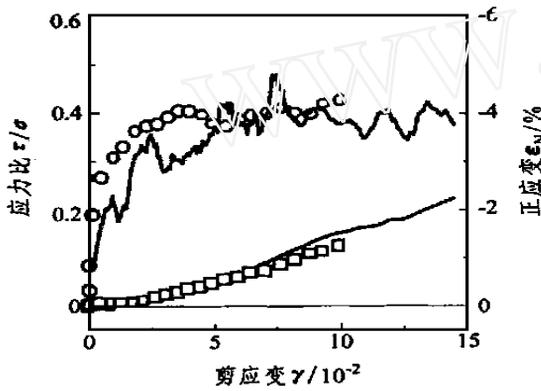


图 7 直剪试验试样的水平位移平均值沿试样高度方向的分布图

Fig. 7 Distribution of mean horizontal displacements along specimen height in direct box shear test



○, 对应于图 9 的单剪试验值
 ——— 直剪试验换算值

图 8 直剪试验换算应变与单剪试验实测应变的比较

Fig. 8 Comparison of transferred strains in direct box shear test with measured strains in simple shear test

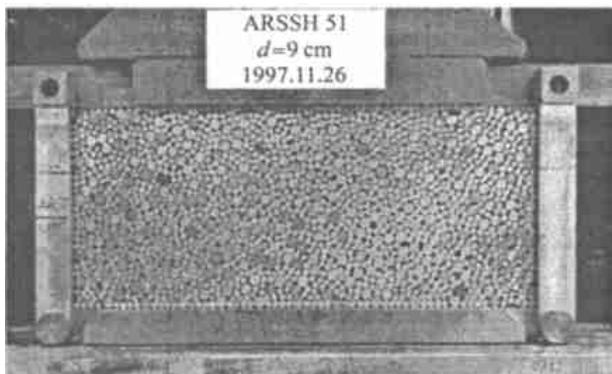


图 9 铝棒堆积体的单剪试验

Fig. 9 Simple shear test on aluminum rod mas

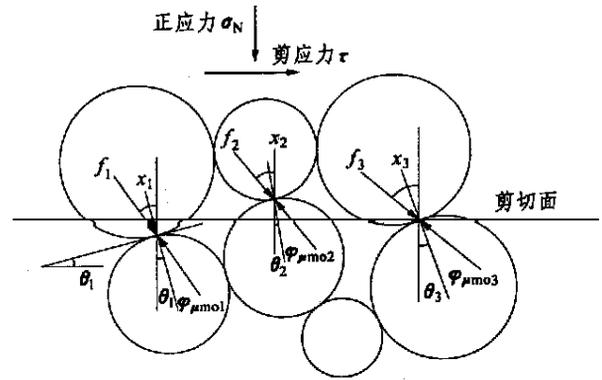


图 10 剪切面上粒子接触点力的平衡

Fig. 10 Equilibrium of interparticle contact forces on shearing plane

子接点角 (接触粒子的中心连线与剪切面法线的夹角), μ_{moi} 表示接触粒子间发挥的摩擦角。另外定义 $x_i = \theta_i + \mu_{moi}$, 简称为粒子接触点力倾角。根据剪切面上力的平衡条件, 可得

$$\frac{\sum_{i=1}^n f_i (\theta_i + \mu_{moi}) \sin(\theta_i + \mu_{moi})}{\sum_{i=1}^n f_i (\theta_i + \mu_{moi}) \cos(\theta_i + \mu_{moi})} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i(x_i) \sin x_i}{\sum_{i=1}^n f_i(x_i) \cos x_i} \quad (6)$$

式中: n 为剪切面上粒子的总数。如果用粒子接触点力的分布函数 $F(x)$ 近似地代替离散的 $f_i(x_i)$, 则式 (6) 可改写成

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} F(x) \sin x dx}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} F(x) \cos x dx} \cong \tan \bar{x} \quad (7)$$

$$\text{式中: } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} F(x) x dx}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} F(x) dx}$$

式 (7) 表明, 粒状体发挥的摩擦角 $\mu_{mo} = \tan^{-1}(\bar{x} / N)$, 它可近似地用剪切面上的粒子接触点力倾角对粒子接触点力的加权平均值 \bar{x} 来表示。

另外, 文 [10] 将剪切面上的垂直 / 剪切应变增量比 $-d_N / d$ 与剪切面上的平均粒子接触点角 \bar{x} 建立起以下关系:

$$-\frac{d_N}{d} = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} N(\theta) \sin \theta d\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} N(\theta) \cos \theta d\theta} \cong \tan \bar{x} \quad (8)$$

式中： $\bar{\tau} = \frac{\int_{-1/2}^{1/2} N(\theta) d\theta}{\int_{-1/2}^{1/2} N(\theta) d\theta}$ ， $N(\theta)$ 为粒子接触点角的分布函数。

图 11 给出其直剪试验数值模拟结果、剪切过程中剪切面上的宏观量 ($\tau/\sigma_N, -d_N/d$) 与粒子微观结果量 ($\bar{\alpha}, \bar{\theta}$) 的对应关系。从图 11 可以看出, 剪切面上 $\tan^{-1}(\tau/\sigma_N)$ 与 $\bar{\alpha}$, $\tan^{-1}(-d_N/d)$ 与 $\bar{\theta}$ 之间的关系都基本上位于一条 45° 的直线上。从而验证了式 (7), (8) 的合理性。

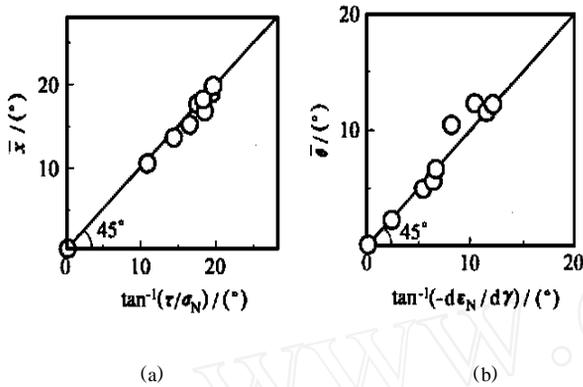


图 11 剪切面上的宏观量 ($\tau/\sigma_N, -d_N/d$) 与粒子微观结构量 ($\bar{\alpha}, \bar{\theta}$) 的对应关系

Fig. 11 Comparison of macro quantities ($\tau/\sigma_N, -d_N/d$) with micro structural quantities ($\bar{\alpha}, \bar{\theta}$) on shearing plane

4 结 语

(1) 离散单元法能有效地用于定量研究粒状体的微观力学性状, 离散单元法模拟粒状体的直剪试验结果与室内直剪剪切试验结果一致。

(2) 在直剪试验中, 由于剪胀材料与剪切盒内

壁的摩擦作用, 剪胀材料的试验强度比其自身的真实强度大。文中提出的对摩擦影响的修正结果与剪切面上粒子接触点力的分析结果一致, 从而验证了修正方法的可靠性。

(3) 直剪试验中剪切面上宏观应力比 τ/σ_N 与粒子接触点力倾角对粒子接触点力的加权平均值 $\bar{\alpha}$ 相对应, 而应变增量比 $-d_N/d$ 与平均粒子接触点角 $\bar{\theta}$ 相对应。

致谢 本文研究得到名古屋工业大学松冈元教授的大力帮助, 在此表示衷心的感谢!

参 考 文 献

- 1 高田直俊, 大岛昭彦, 坂本佳理. 一面せん断定圧試験における供試体層厚の影響 [A]. 见: 日本第 31 回地盤工学研究発表会论文集 [C]. Tokyo: [s. n.], 1996, 335: 669 ~ 670
- 2 Cundall P A, Strack O D L. A discrete numerical model for granular assemblies [J]. Geotechnique, 1979, 29(1): 47 ~ 65
- 3 魏 群. 散体单元法的基本原理数值方法及程序 [M]. 北京: 科学出版社, 1991
- 4 王泳嘉, 邢纪波. 离散单元法及其在岩土力学中的应用 [M]. 沈阳: 东北工学院出版社, 1991
- 5 松冈元, 山本修一. 个别要素法による粒状体のせん断機構の微視的考察 [J]. 日本土木学会論文集, 1994, 487(-26): 167 ~ 175
- 6 日本土木学会. 構造力学公式集 [M]. Tokyo: [s. n.], 1986, 417 ~ 419
- 7 船桥钾一, 内藤正. 接線力を受ける个体接触面の剛性について [J]. 潤滑, 1975, 20(11): 783 ~ 790
- 8 山本修一. 个别要素法による粒状体の力学挙動に関する基礎的研究 [博士学位論文] [D]. 名古屋: 名古屋工业大学, 1995
- 9 Muhlhaus H B, Vardoulakis I. The thickness of shear bands in granular materials [J]. Geotechnique, 1987, 37(3): 271 ~ 283
- 10 Matsuoka H. A microscopic study on shear mechanism of granular materials [J]. Soils and Foundation, 1974, 14(1): 29 ~ 43

NUMERICAL SIMULATION FOR A DIRECT BOX SHEAR TEST ON GRANULAR MATERIAL AND MICROSCOPIC CONSIDERATION

Liu Sihong, Xu Yongfu

(Nagoya Institute of Technology, Nagoya 466-8555 Japan)

Abstract A direct box shear test on granular material is successfully simulated by means of distinct element method. Based on the simulation results, a method is proposed to consider the effect of frictional resistances between the upper shear box and the sample on the measured shear strength when the sample is dilated during shearing. The overall strains in the sample are evaluated. The macro stress-strain relations on the shear plane are related to the micro structural quantities of particles comprising the sample.

Key words granular material, distinct element method, direct box shear test, microscopic structure