

李信富, 李小凡. 分形插值地震数据重建方法研究. 地球物理学报, 2008, **51**(4): 1196~1201

Li X F, Li X F. Seismic data reconstruction with fractal interpolation. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2008, **51**(4): 1196~1201

分形插值地震数据重建方法研究

李信富^{1,2,3}, 李小凡¹

1 中国科学院地质与地球物理研究所, 岩石圈演化国家重点实验室, 北京 100029

2 地下信息探测技术与仪器教育部重点实验室(中国地质大学, 北京), 北京 100083

3 中国地质大学地球物理与信息技术学院, 北京 100083

摘 要 对分形插值方法作了较详细的探讨, 给出了分形插值函数的显式表达方式, 同时给出了垂直比例因子的局部显式表达式, 旨在提高地震道插值重建的精度及突出局部信息, 并从单道地震图的角度分析其在地震道插值重建中的应用效果. 利用该方法对理论模型和济阳拗陷实际地震台站资料进行了重建处理, 结果表明, 分形插值重建的地震道是原始地震道的良好近似, 缺失道的振幅和相位都得到了很好的恢复. 该法克服了随机分形插值方法必须进行多步迭代的弱点, 提高了计算效率. 通过对单道地震图插值重建结果的分析, 说明了本文分形插值方法具有较高的精度和较高的效率, 有深入研究的潜力. 本文提出的显式分形插值方法既能够突出地震道数据的局部信息, 又较好地保持了地震道数据的总体变化趋势.

关键词 迭代函数系统, 仿射变换, 显式分形插值, 垂直比例因子, 地震数据重建

文章编号 0001-5733(2008)04-1196-06

中图分类号 P631

收稿日期 2007-11-16, 2008-04-22 收修定稿

Seismic data reconstruction with fractal interpolation

LI Xin-Fu^{1,2,3}, LI Xiao-Fan¹

1 *State Key Laboratory of Lithospheric Evolution, Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China*

2 *Key Laboratory of Geo-detection (China University of Geosciences, Beijing), Ministry of Education, Beijing 100083, China*

3 *School of Geophysics and Information Technology, China University of Geosciences, Beijing 100083, China*

Abstract In order to improve the accuracy of the reconstructed seismic data, this paper makes a detailed investigation into the fractal interpolation method on the basis of the former work, and analyzes theoretically a special kind of fractal interpolation function. The explicit presentation of the fractal interpolation function is applied and the locally explicit expression for the vertical scaling factors has been put forward. At the same time the interpolating accuracy has been investigated from the point of accordingly seismic traces. The influence of the vertical scaling factors to the precision of the fractal interpolation has been investigated. The numerical experiments demonstrate that the interpolating residual is in proportion to the exponent function with increasing vertical scaling factors. This explicit fractal interpolation method avoids the iteration that is inevitable in traditional interpolation method, and then it improves the computational efficiency. By analyzing the theoretical seismograms and the reconstructed seismograms and the differences between them, the numerical results demonstrate that the fractal

基金项目 地下信息探测技术与仪器教育部重点实验室(中国地质大学, 北京)开放课题(GDL0709)、国家自然科学基金重大项目(40437018)与国家重点基础研究发展计划(2007CB209603)联合资助.

作者简介 李信富, 男, 1976年生, 博士, 主要从事天然地震层析成像、分形插值方法和复杂介质中地震波传播的数值模拟方面的教学和科研工作. E-mail: xinfulee@163.com

interpolation method put forward here has high accuracy and efficiency, the most node error is no more than 3% with respect to the numerical computation. The method not only makes the local information obvious but also preserves the overall characteristics well of the data investigated.

Keywords Iterated Function Systems (IFS), Affine transform, Explicit fractal interpolation, Vertical scaling factors, Seismic data reconstruction

1 引言

20 世纪 70 年代 Mandelbrot^[1]首次提出分形的概念,而分形概念的提出正是从自然界的无规则方面提出来的,因此用分形来研究自然界形态就成为可能.1986 年 Barnsley^[2]首先提出分形插值的概念,这给出了拟合数据的一种新思想,在地震学研究和地震数据处理中显示了新的应用前景.在文献[3]中可以见到分形的随机生成方法的研究.但是,用随机方法生成的分形通常不能满足实际研究工作的需要.在实际工作中,往往已知研究对象的部分信息,需要通过这些部分信息和特征,拟合出研究对象的局部形态,从而对研究对象的局部细节进行研究,这就需要用到分形插值的理论和方法.由于各种原因,地震学的数据往往出现道缺失或数据异常的现象,如何根据有用信息来恢复缺失的信息一直是困扰勘探地震工作者的一个问题.前人曾提出了多种数据重建方法^[4~10],但这些方法存在很多缺陷,有的需要对同相轴进行静校正,有的需要在频率域进行,有的计算量太大,耗费计算资源严重等,然而分形插值方法给出了一种更高精度和更高效率的解决方案.在文献[11~13]中可以看到分形插值的具体实现及其应用的研究.但在此类研究中,通常用随机方法生成的分形,由于垂直比例因子为一常数,对局部信息不甚敏感,因而插值精度颇受局限,局部信息损失较大.

本文从一个新的角度给出了分形插值函数的显式表达并给出了垂直比例因子的显式表达形式,旨在提高地震道插值重建的精度及突出局部信息,并从单道地震图的角度分析其在地震道插值重建中的应用效果.同时定性研究了垂直比例因子的变化对分形插值精度的影响.理论模型和实际资料都表明了本文方法的有效性.

2 分形插值的理论基础

我们称具有如下形式的点集为数据集:

$$\{(x_i, F_i) \in R^2 : i = 0, 1, 2, \dots, N\}, \quad (1)$$

其中 $x_0 < \dots < x_N$; 相应于此数据集的插值函数是一个满足插值条件的连续函数 $f: [x_0, x_N] \rightarrow R$. 点 $(x_i, F_i) \in R^2$ 叫做插值点, 函数 f 插值于这些数据.

R^2 上迭代函数系统的吸引子通常是分形, 从而我们可以构造一个 R^2 上的迭代函数系统, 使其吸引子恰为插值于给定数据集 $\{(x_i, F_i) : i = 0, 1, \dots, N\}$ 的连续函数 $f: [x_0, x_N] \rightarrow R$ 的图像.

分形理论主要用来描述复杂事物在几何方面的整体与局部或不同尺度下的自相似性. 实际上在人类的生活空间内, 人们可以很容易地观察到事物的整体形象或大尺度下的几何特征, 但对于局部的或更小尺度下的几何特征的了解是较为困难的. 然而, 借助于分形的独特性质, 就可以通过一定的数学手段找到其局部特征或更精细结构. 分形插值地震数据重建正是应用了这一性质.

本文提出的显式分形插值是基于迭代函数系统 (Iterative Function Systems, IFS) 理论而实现的. 迭代函数系统的构造方法如下^[14]:

给定闭区间 $\Omega = [x_0, x_N] \subset R$, 令 $a \leq x_0 < x_1 < \dots < x_N \leq b$ 是 Ω 的一个划分, 其中 $N \geq 2$. 令 y_1, y_2, \dots, y_N 是任意一组实数, 数据集 $\{(x_n, y_n) \in \Omega \times R, n = 0, 1, 2, \dots, N\}$.

记 $\Omega_n = [x_{n-1}, x_n]$, $K = \Omega \times [a, b]$, $(-\infty < a < b < \infty)$, 令 $L_n: \Omega \rightarrow \Omega_n$ 是一个压缩同胚, 满足条件:

$$L_n(x_0) = x_{n-1}, L_n(x_N) = x_n, \quad (2)$$

并且对某个 $0 < l_n < 1$, 有

$$|L_n(c_1) - L_n(c_2)| \leq l_n |c_1 - c_2|, c_1, c_2 \in \Omega \quad (3)$$

连续函数 $F_n: K \rightarrow [a, b]$, $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ 满足条件

$$F_n(x_0, y_0) = y_{n-1}, F_n(x_N, y_N) = y_n, \quad (4)$$

并且对某个 $0 < q_n < 1$, 有

$$|F_n(c, c_1) - F_n(c, c_2)| \leq q_n |c_1 - c_2|, \\ c \in \Omega; c_1, c_2 \in [a, b], \quad (5)$$

定义映射 $\omega_n: K \rightarrow K$ 为

$$\omega_n \begin{pmatrix} x \\ f(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_n(x) \\ F_n(x, y) \end{pmatrix}, n \in \{1, 2, \dots, N\}, \quad (6)$$

则 $\{K; \omega_n, n = 1, 2, \dots, N\}$ 构成一个迭代函数系统.

若存在 Ω 上的连续函数 f , 使得 f 的图像 $G =$

$\text{Graph}(f) = \{(x, f(x)) | x \in \Omega\}$ 是迭代函数系统 $\{K; \omega_n, n=1, 2, \dots, N\}$ 的不变集, 即 $G = \bigcup_{n=1}^N \omega_n(G)$, 并且有 $f(x_n) = y_n, n=1, 2, \dots, N$. 我们称这样的函数 f 是对应于 $\{K; \omega_n, n=1, 2, \dots, N\}$ 的分形插值函数 (Fractal Interpolation Function, 简称 FIF).

一般情况下, 我们取 $L_n(x)$ 和 $F_n(x, y)$ 为线性函数, 此时映射 (6) 式可取为仿射变换的形式:

$$\omega_n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n & 0 \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_n \\ f_n \end{pmatrix} \quad n = 1, 2, \dots, N. \tag{7}$$

此时有 $L_n(x) = a_n x + e_n, F_n(x, y) = c_n x + d_n y + f_n$. 根据 (3) 式和 (5) 式可知 $|a_n| < 1, |d_n| < 1$, 从而变换 (7) 式是一个压缩变换. 系数 a_n, c_n, e_n 和 f_n 由 $\omega_n(x_0, y_0) = (x_{n-1}, y_{n-1})$ 和 $\omega_n(x_N, y_N) = (x_n, y_n)$ 确定. $|d_n| < 1$ 是自由变量, 称为垂直比例因子. 此时由迭代函数系统所确定的分形插值函数, 我们称之为自仿射分形插值函数.

根据端点条件可以得到如下的方程组:

$$\begin{cases} a_n x_0 + e_n = x_{n-1} \\ a_n x_N + e_n = x_n \\ c_n x_0 + d_n y_0 + f_n = y_{n-1} \\ c_n x_N + d_n y_N + f_n = y_n \end{cases} \quad (n = 1, 2, \dots, N), \tag{8}$$

由 (8) 式可以得到

$$\begin{cases} a_n = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_N - x_0} \\ c_n = \frac{y_n - y_{n-1} - d_n(y_N - y_0)}{x_N - x_0} \\ e_n = \frac{x_N x_{n-1} - x_0 x_n}{x_N - x_0} \\ f_n = \frac{x_N y_{n-1} - x_0 y_n - d_n(y_0 x_N - x_0 y_N)}{x_N - x_0} \end{cases} \quad (n = 1, 2, \dots, N). \tag{9}$$

为了考察垂直比例因子对实验函数局部的细节和待插值对象整体特征的影响, 我们按照下面的方法选取垂直比例因子的表达式, 并研究其对插值结果整体特征的影响.

$$d_n = \frac{y_n - y_{n-1}}{\epsilon \sqrt{(y_{\max} - y_{\min})^2 + (y_n - y_{n-1})^2}}, \tag{10}$$

其中, y_{\max}, y_{\min} 是以待插值点为中心前后各扩展 n_0 个点得到的区间中的最大和最小值. 即, 如果待插值点编号为 ip , 则有 $y_{\min}, y_{\max} \in [ip - n_0, ip + n_0], \epsilon = 1.0 + \text{random}(\delta), \text{random}(\delta)$ 是计算机内部的随机函数, 它用于产生一个 0 到 1 之间的随机数. 由 $y_n,$

y_{n-1} 体现局部信息, y_{\max}, y_{\min} 体现全局信息, 而随机数的产生保证了分形本身的性质.

3 分形插值的数值检验

对于如下形式的仿射变换

$$\begin{aligned} \omega_n \begin{pmatrix} x \\ f(x) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} a_n & 0 \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ f(x) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_n \\ f_n \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a_n x + e_n \\ c_n x + d_n f(x) + f_n \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a_n x + e_n \\ f(a_n x + e_n) \end{pmatrix}, x \in [x_{n-1}, x_n], \end{aligned} \tag{11}$$

根据分形插值成立的条件, 将 (11) 式展开得到

$$f(x) = c_n x + d_n f(x) + f_n,$$

即

$$f(x) = \frac{c_n x + f_n}{1 - d_n}, \tag{12}$$

系数 c_n 和 f_n 的值由 $\omega_n(x_0, y_0) = (x_{n-1}, y_{n-1})$ 和 $\omega_n(x_N, y_N) = (x_n, y_n)$ 确定.

为了检验我们提出的显式分形插值方法的有效性, 我们对一个横向非均匀模型的合成共炮集记录进行了插值处理. 图 1 是模型几何结构示意图, 表 1 是相应的物理参数. 我们比较了原始地震图与插值重建道的地震图之间的精度.

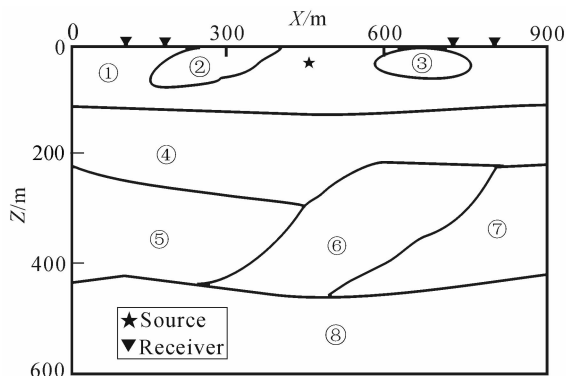


图 1 检验模型的几何结构

Fig. 1 The geometry structure of the testing model

图 2 中实线表示理论地震图, 虚线表示分形插值重建的地震图, 点划线表示理论地震图与分形插值重建地震图之间的残差. 地震道重建中的误差主要来源于相位突变点的误差, 因此对误差的考查也主要从相位突变点来考查. 为了从数值上定量说明重建误差, 我们利用公式 $u_{\text{Error}} = u_{\text{theo}} - u_{\text{inter}}$ 定量计算

表 1 检验模型的物性参数

Table 1 The parameters of the testing model

介质编号	C_{11}	C_{13}	C_{33}	C_{55}	$\alpha_0 / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$\beta / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	ϵ	δ	$\rho / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$
①	1.8816	0.6528	1.8816	0.6144	2800	1600	0.00	0.00	2400
②	2.3489	0.7869	2.0605	0.6670	2900	1650	0.07	0.03	2450
③	2.3880	0.8282	2.1321	0.6833	2950	1670	0.06	0.03	2450
④	3.1233	0.9643	2.4025	0.8100	3100	1800	0.15	0.08	2500
⑤	4.0064	1.2295	2.8617	0.9499	3350	1930	0.20	0.10	2550
⑥	3.8322	1.3202	2.7770	0.9400	3300	1920	0.19	0.17	2550
⑦	3.5625	1.1691	2.8730	0.9734	3350	1950	0.12	0.09	2560
⑧	3.3696	1.0764	3.3696	1.1466	3600	2100	0.00	0.00	2660

注: $\alpha_0, \beta, \epsilon, \delta$ 是根据 C_{ij} 得到的 Thomsen 参数, ρ 为密度. C_{ij} 的量级为 10^{10} Pa.

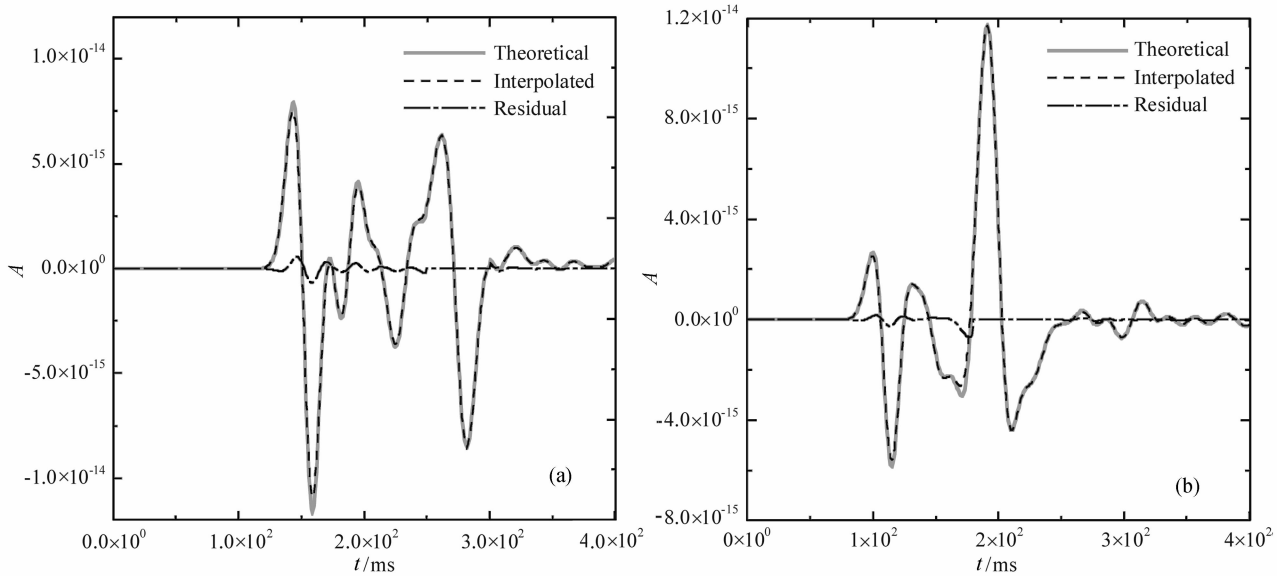


图 2 分形插值重建的地震图

(a) (b) 为不同的偏移距情况.

Fig. 2 Seismograms reconstructed by fractal interpolation methods

(a) (b) represent different offsets.

了每一道的重建误差,误差曲线如图 2 所示.从误差曲线可以看出,个别时间节点误差稍微有点大,绝大多数节点误差非常小.从计算结果可以看到,分形插值重建的地震图与理论地震图之间的节点误差非常小.从而说明我们提出的方法具有精度上的优越性.

4 实际资料试验

为了检验本文方法对实际资料的应用效果,我们尝试将该方法应用于济阳拗陷实际地震资料.对地震剖面和相应的地震道进行了重建处理.

济阳拗陷是一个中新生代富集油气的沉积拗陷^[15].它是渤海湾盆地区域的 6 个主要次级盆地之

一,位于渤海湾盆地区的东南部,渤海湾盆地区是新生代发育的华北板块的扩张构造结果.资料显示^[16],渤海湾盆地形成于早新生代板块扩张和晚新生代热沉降之后.济阳拗陷南临鲁西隆起,北邻埕宁断裂和黄华拗陷^[17].鲁西隆起是前寒武纪的结晶基底,同时也是渤海湾盆地区的南边界.第三纪地层形成了渤海湾盆地主要的储集岩,在各种老的未断裂地层基础上不整合地沉积,被第四纪沉积物整合或不整合地覆盖着.该地区的岩性主要是陆生碎屑岩.

作为中国科学院地质与地球物理研究所实施的华北地区地球内部结构研究计划(NCISP)的一部分,在 2000 年 11 月和 2001 年 7 月之间,在渤海湾西部平行渤海湾盆地布设了 65 台宽频带流动地震

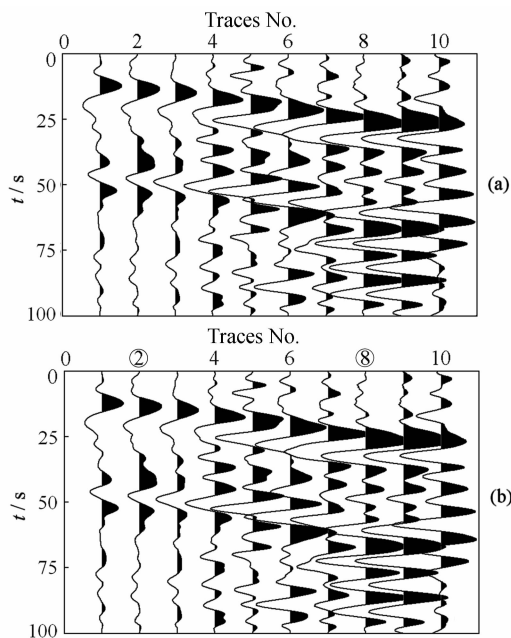


图3 原始地震剖面(a)与分形插值重建地震剖面(b)的比较

(b)中第②与⑧是分形插值重建的地震道

Fig. 3 Comparison of original section (a) and reconstructed section (b)

Trace ② and ⑧ in (b) are traces reconstructed by explicit fractal interpolation method

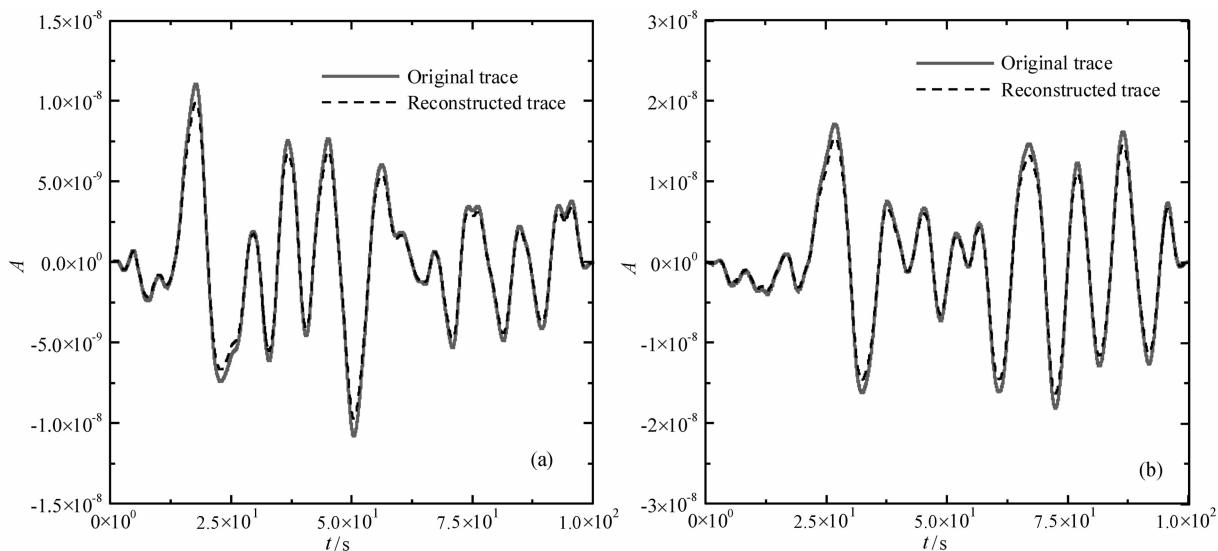


图4 第2道(a)与第8道(b)理论地震图与分形插值重建地震图的比较

Fig. 4 Comparison of original seismograms and reconstructed seismograms for trace two (a) and trace eight (b)

保留了数据整体的分布信息,又突出了数据的局部信息.

5 讨论和结论

(1)分形插值克服了传统的插值方法不能反映

台,本次研究所需的济阳拗陷区的数据就是此次观测积累的高质量数据的一部分,数据的采样率是 0.025 s ,记录长度是 100 s .

图3是原始地震剖面与分形插值重建地震剖面的比较.比较图3a与图3b可以发现,尽管有一些小小的振幅误差,但从整体上来说波形匹配的非常好.缺失地震道的波形得到很好的估计,显式分形插值重建道的地震剖面是原始地震剖面的很好近似.为了考察每一道分形插值重建地震道的细节,我们绘制了理论地震图与分形插值重建地震图的比较图.图4是第2道和第8道的理论地震图及分形插值重建的地震图.从图4中可以看出,尽管有一些小小的振幅误差,但从整体上来说波形匹配的非常好.缺失地震道的波形得到很好的估计,显式分形插值重建道的振幅和相位是原始地震图的很好近似.

从上述实际资料插值重建结果可以看出,本文提出的分形插值方法可以很好地重建地震道.虽然垂直比例因子的变化很剧烈,但是拟合精度仍然非常高,说明垂直比例因子的局部变化并不显著影响拟合数据曲线的整体形态,而是使得曲线的局部信息更加突出.也就是说,我们提出的显式表达方法既

两相邻已知点之间的局部特性的局限性.本文克服了传统分形插值方法不能够得到各个插值点上具体函数值的缺点,可以得到每个插值点上具体的函数值,使得进行误差分析和优劣性评价切实可行.

(2)本文发展的显式分形插值方法,由于在每一个局部的小区间上进行计算,克服了传统分形插值

方法必须进行多步迭代的弱点,可以一步计算到位,提高了计算效率。

(3)由于对垂直比例因子采用了局部变化的策略,克服了传统插值方法中整个计算过程采用同一垂直比例因子的缺陷,并给出了垂直比例因子的显式表达式,使得我们的方法在整体上对理论地震图的重建精度优于传统方法。模型数值实验和实际资料计算都表明我们发展的显式分形插值方法既能够突出数据的局部信息,又很好地保持了原始数据的总体变化趋势。

(4)本文研究结果所影响的范围为所有与精确插值有关的研究领域,只要是该领域的研究工作,本方法都具有参考和借鉴意义。

(5)本文的研究实际上是分形插值理论在地震学领域的应用的一个新的尝试,分形插值算子或者说表达式的给出,可以为后续的研究(分形插值函数高阶导数的研究及利用分形插值函数构造高精度的插值求导算子,从而处理变系数偏微分波动方程中的微分运算,进而得到其全波解)打下良好的基础。同时,本文的结果对地震资料处理及偏移成像或相关领域的研究有较大的促进作用,利用分形插值方法可以使得偏移的孔径增大,提高成像的分辨率;同时对非线性(如分形和混沌)科学研究领域的研究工作有促进作用。

参考文献(References)

[1] Mandelbort B B. How long is the coastline of Britain? Statistical self-similarity and Fractal Dimension. *Science*, **155**:636~638

[2] Barsley M F. Fractal functions and interpolation. *Constructive Approximation*, 1986,(2):303~329

[3] 胡瑞安,胡纪阳,徐树公. 分形的计算机图像及其应用. 北京:中国铁道出版社,1995. 61~85

Hu R A, Hu J T, Xu S G. Computer Graphics and Applications of Fractal(in Chinese). Beijing: China Railway Press. 1995. 61~85

[4] Larner K, Gibson B, Rothman D. Trace interpolation and the design of seismic surveys. *Geophysics*, 1981, **46**: 407~415

[5] Kabir M M N, Verschuur D J. Restoration of missing offsets by parabolic Radon Transformation. *Geophys. Prosp.*, 1995, **43**:347~368

[6] Spitz S. Seismic trace interpolation in $F-X$ domain.

Geophysics, 1991, **56**:785~794

[7] Porsani M J. Seismic trace interpolation using half-step prediction filters. *Geophysics*, 1999, **64**:1461~1467

[8] Wang Y. Seismic trace interpolation in the $f-x-y$ domain. *Geophysical Prospecting*, 2003, **51**: 75~87

[9] 刘喜武,刘洪,刘彬. 反假频非均匀地震数据重建方法研究. 地球物理学报, 2004, **47**(2): 299~305

Liu X W, Liu H, Liu B. A study on reconstruction of de-aliased uneven seismic data. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2004, **47**(2):299~305

[10] 孟小红,刘国峰,周建军. 大间距地震数据重建方法研究. 地球物理学进展, 2006, **21**(3): 687~691

Meng X H, Liu G F, Zhou J J. The study of reconstruction of large gap seismic data. *Progress in Geophysics* (in Chinese), 2006, **21**(3): 687~691

[11] Craig M, Wittenbrink. IFS Fractal Interpolation for 2D and 3D Visualization. Proceedings of the 6th IEEE Visualization Conference (VISUALIZATION '95), 1995. 77~84

[12] 范玉红,栾元重,王永等. 分形插值与传统插值方法相结合的研究. 测绘科学, 2005, **30**(2):76~77,80

Fan Y H, Luan Y C, Wang Y, et al. The method study of combination of fractal interpolation and linear interpolation. *Science of Surveying and Mapping* (in Chinese), 2005, **30**(2):76~77, 80

[13] 杨杰. 分形插值及其分形维数研究. 武汉工业学院学报, 2006, **25**(1):9~11

Yang J. Study on Fractal interpolated and its fractal dimension. *Journal of Wuhan Polytechnic University* (in Chinese), 2006, **25**(1):9~11

[14] 沙震,阮火军编著. 分形与拟合. 杭州:浙江大学出版社, 2005. 123~130

Sha Z, Ruan H J. Fractal and Fitting (in Chinese). Hangzhou: Zhejiang University Press, 2005. 123~130

[15] 刘兴材,杨申龢. 济阳复合油气区勘探理论与方法. 中国油气, 1995, **2**:20~22

Liu X C, Yang S B. Exploration theory and method in Jiyang composite oil and gas area. *China Oil and Gas* (in Chinese), 1995, **2**: 20~22

[16] Allen M B, Macdonald DIM, Zhao X, et al. Early Cenozoic two-phase extension and late Cenozoic thermal subsidence and inversion of the Bohai Basin. *Northern China, Mar. Pet. Geol.*, 1997, **14**: 951~972

[17] 陆克政,漆家福. 渤海湾新生代含油气盆地构造模式. 北京:地质出版社,1997

Lu K Z, Qi J F. Tectonic Model of Cenozoic Petroliferous Basin Bohai Bay Province (in Chinese). Beijing: Geological Publishing House, 1997