

卫星阵馈反射面多波束天线赋形波束的性能分析¹

张亦希 傅君眉 汪文秉

(西安交通大学微波工程与光通信研究所 西安 710049)

摘要 该文主要对赋形波束的性能与波束宽度和波束间隔间的关系进行了一般性的研究。首先提出 4 个能够描述赋形波束性能好坏的性能指标,然后给出波束赋形问题的数学模型,这个模型建立了赋形波束的性能指标与波束宽度和波束间隔间的关系,接着应用泛函分析理论推导了波束赋形问题的一般解,同时通过对这个一般解的讨论,从信号与系统的角度阐明了波束赋形的机理。最后通过一个实际的例子分析了波束赋形的两个参数波束宽度和波束间隔与性能指标之间的变化关系,并提出了选择最佳波束宽度和波束间隔的简易方法。

关键词 卫星通信,多波束天线,波束赋形

中图分类号 TN822

1 引言

阵馈反射面多波束天线是卫星多波束天线的一种形式。它一般由一个反射面天线(也可以是微波透镜)、一个馈元阵以及一个波束成形网络组成^[1]。馈元阵放在反射面天线(或微波透镜)的焦平面上,产生的波经过反射面的反射(或透镜的聚焦作用)会在远场区形成一组相互独立的、均匀分布的点波束。波束成形网络通过调节各馈元的激励系数,来对这些固定的点波束进行加权组合叠加,从而形成一个只覆盖服务区域的赋形波束。过去对卫星阵馈反射面多波束天线波束赋形的研究,主要集中在赋形算法上,并且已经提出了不少实用有效的波束赋形算法,如:最小 p 乘法^[2]、最小最大法^[3]、LCMV 方法^[4]、SVD 法^[5]等。本文主要对这种多波束天线赋形波束的性能与波束宽度和波束间隔间的关系进行了一般性研究。首先提出了 4 个用以描述赋形波束性能的性能指标,给出了波束赋形问题的数学模型,这个模型建立了赋形波束的性能指标与波束宽度和波束间隔间的关系。然后应用泛函分析理论推导了波束赋形问题的一般解,并通过对这个一般解的讨论,从信号与系统的角度阐明了波束赋形机理。最后通过一个实际的例子分析了波束赋形的两个参数波束宽度和波束间隔与性能指标之间的变化关系。这一关系使我们能够根据对赋形波束的性能要求来选择合理的波束宽度和波束间隔,从而进一步选择合理的天线结构参数,如:反射面的直径、焦距以及馈元口径的直径等等。

2 卫星阵馈反射面多波束天线波束赋形问题的数学模型

2.1 卫星阵馈反射面多波束天线的数学描述

假设当第 n 个馈元的激励系数为 1,其它馈元的激励系数全部为零时,天线产生的远区辐射场为 $f_n(\theta, \phi)$,则当 N 个馈元的激励系数分别为 $W_n(n = 1, 2, \dots, N)$ 时,天线产生的总远区辐射场 $f(\theta, \phi)$ 为

$$f(\theta, \phi) = \sum_{n=1}^N W_n \cdot f_n(\theta, \phi) \quad (1)$$

其中 θ, ϕ 分别为观察点的方位角和俯仰角。 $f_n(\theta, \phi)$ 在天线的几何结构已知的条件下,可用物理光学法或几何绕射理论等来确定^[6]。

¹ 2001-12-11 收到, 2002-05-27 改回

国防基金资助项目 (99JS63.4.1 JW0804)

2.2 赋形波束的性能指标

赋形波束的性能指标是衡量波束赋形效果好坏的标准, 主要有: 赋形误差、服务区域内最小增益、旁瓣电平、主旁瓣间过渡区域的宽度等。

(1) 赋形误差 E , 主要用来评估波束赋形的总体效果, 定义为天线的实际远区场与期望远区场之间误差, 可用数学公式表示为

$$E = \| |e(\theta, \phi)| \| \quad (2)$$

$$e(\theta, \phi) = f_D(\theta, \phi) - f(\theta, \phi) \quad (3)$$

其中 $f_D(\theta, \phi)$ 为赋形波束的期望远区场; $|\cdot|$ 表示矢量的模值; $\|\cdot\|$ 表示函数的范数。

(2) 服务区域内最小增益 G_{\min} , 用来描述服务区域内天线增益的起伏程度, 是指天线在服务区域内相对于最大增益的最小增益, 可表示为

$$G_{\min} = \left(\min_{(\theta, \phi) \in \text{服务区域}} |f(\theta, \phi)|^2 \right) / \left(\max_{(\theta, \phi) \in \text{服务区域}} |f(\theta, \phi)|^2 \right) \quad (4)$$

(3) 主旁瓣间过渡区域的宽度 W_t , 主要与旁瓣电平一起用来描述赋形波束的隔离性, 定义为主瓣区域与旁瓣区域间的最大间隔, 可表示为

$$W_t = \max_{(\theta, \phi) \in \text{主瓣边界}} \left(\min_{(\alpha, \beta) \in \text{旁瓣边界}} \sqrt{(\theta - \alpha)^2 + (\phi - \beta)^2} \right) \quad (5)$$

(4) 旁瓣电平 L_s , 定义为旁瓣区域内增益的最大值, 表示为

$$L_s = \max_{(\theta, \phi) \in \text{旁瓣区域}} |f(\theta, \phi)|^2 \quad (6)$$

2.3 波束赋形算法的数学描述

卫星阵馈反射面多波束天线的波束赋形算法, 就要在赋形波束的期望远区场已知的情况下, 根据其性能指标的要求来选择一组最佳激励系数 \mathbf{W}_{opt} , 使天线的实际远区场满足以上性能指标的要求。大多数波束赋形问题都只要求使赋形误差最小, 此时波束赋形算法可以表示为

$$\min_{\mathbf{W}} E \quad (7)$$

3 波束赋形算法的一般解及其讨论

3.1 波束赋形算法的一般解

为了便于一般性分析, 我们假设各个点波束的极化方向相同且形状相似, 即满足

$$f_n(\theta, \phi) = f_0(\theta - \theta_n, \phi - \phi_n) \quad (8)$$

其中 $f_0(\theta, \phi)$ 为波束中心在原点处点波束的远区场; θ_n, ϕ_n 分别为第 n 个点波束中心的方位角和俯仰角坐标。由 (3) 式则有

$$f_D(\theta, \phi) = \sum_{n=1}^N W_n \cdot f_n(\theta, \phi) + e(\theta, \phi) \quad (9)$$

由 (2) 式和 (9) 式可见, 使 E 最小实际上就是要在由函数序列 $f_n(\theta, \phi)$ 所张成的空间中, 求 $f_D(\theta, \phi)$ 的最佳逼近函数。对于可以化为内积的范数 (对于不可化为内积的范数可以证明会有类似以下的结论), 根据泛函分析理论, 要使 $\|e(\theta, \phi)\|$ 最小, $e(\theta, \phi)$ 应与这个张成空间正交, 即满足

$$\langle e(\theta, \phi), f_n(\theta, \phi) \rangle = 0, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

其中 $\langle \cdot \rangle$ 表示由 (2) 式中的范数导出的内积运算。由于两相邻点波束的 $f_n(\theta, \phi)$ 间的内积值较大, 而不相邻点波束 $f_n(\theta, \phi)$ 间的内积值则几乎为零, 故有下式:

$$\langle f_n(\theta, \phi), f_m(\theta, \phi) \rangle = \begin{cases} C_0, & m = n \\ C_1, & \sqrt{(\theta_m - \theta_n)^2 + (\phi_m - \phi_n)^2} = \Delta\theta_s \\ 0, & \sqrt{(\theta_m - \theta_n)^2 + (\phi_m - \phi_n)^2} > \Delta\theta_s \end{cases} \quad (11)$$

其中 $\Delta\theta_s$ 为两相邻点波束中心的间隔; C_0, C_1 为常数且满足 $C_0 > |C_1| \geq 0$ 。对 (9) 式两边与 $f_m(\theta, \phi)$ 作内积, 同时考虑到 (10) 式和 (11) 式则有

$$\bar{f}_D(\theta_m, \phi_m) = \sum_{n=1}^N W_n \cdot C_{mn}, \quad m = 1, 2, \dots, N \quad (12)$$

$$\bar{f}_D(\theta_m, \phi_m) = \langle f_D(\theta, \phi), f_m(\theta, \phi) \rangle \quad (13)$$

其中 C_{mn} 为 $f_n(\theta, \phi)$ 与 $f_m(\theta, \phi)$ 的内积值, 等于 C_0, C_1 或 0。 (12) 式是一个 N 元一次方程组, 它的解就是所要求的最佳激励系数 W_{opt} 。

$$\begin{bmatrix} W_{\text{opt}1} \\ W_{\text{opt}2} \\ \vdots \\ W_{\text{opt}N} \end{bmatrix} = C_{mn}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \bar{f}_D(\theta_1, \phi_1) \\ \bar{f}_D(\theta_2, \phi_2) \\ \vdots \\ \bar{f}_D(\theta_N, \phi_N) \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中 C_{mn} 为由各个 C_{mn} 组成的矩阵。

3.2 波束赋形算法一般解的讨论

对于 $\bar{f}_D(\theta_m, \phi_m)$, 若内积定义为

$$\langle f_D(\theta, \phi), f_m(\theta, \phi) \rangle = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} f_D(\theta, \phi) f_m(\theta, \phi) d\theta d\phi \quad (15)$$

同时考虑到 $f_0(\theta, \phi)$ 关于原点对称, 即

$$f_0(\theta, \phi) = f_0(-\theta, -\phi) \quad (16)$$

则有

$$\begin{aligned} \bar{f}_D(\theta_m, \phi_m) &= \int_0^\pi \int_0^{2\pi} f_D(\theta, \phi) f_0(\theta - \theta_m, \phi - \phi_m) d\theta d\phi \\ &= \int_0^\pi \int_0^{2\pi} f_D(\theta, \phi) f_0(\theta_m - \theta, \phi_m - \phi) d\theta d\phi = f_D(\theta_m, \phi_m) ** f_0(\theta_m, \phi_m) \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $**$ 表示二维函数卷积。由 (17) 式可见 $\bar{f}_D(\theta_m, \phi_m)$ 就等于 $f_D(\theta, \phi)$ 经过一个单位冲激响应为 $f_0(\theta, \phi)$ 的带限低通滤波器后在第 m 个点波束中心 (θ_m, ϕ_m) 处的采样值。对于其他形式的内积, 可以证明这个低通滤波器的单位冲激响应近似等于 $f_0(\theta, \phi)$ 。

再考虑 W_{opt} , 重写 (14) 式可得

$$W_{\text{opt}m} = \frac{\bar{f}_D(\theta_m, \phi_m)}{C_0} - \frac{C_1 W_{\text{opt}n_1}}{C_0} - \frac{C_1 W_{\text{opt}n_2}}{C_0} - \frac{C_1 W_{\text{opt}n_3}}{C_0} - \frac{C_1 W_{\text{opt}n_4}}{C_0} - \frac{C_1 W_{\text{opt}n_5}}{C_0} - \frac{C_1 W_{\text{opt}n_6}}{C_0} \quad (18)$$

其中 n_1, n_2, \dots, n_6 为与第 m 个点波束相邻的点波束编号。由于一般有 $C_0 > C_1 > 0$, 所以递归差分方程 (18) 式实际上表示的是一个离散 IIR 高通滤波器, 而且 C_1 越大, 高通滤波器的增益也就越大。最佳激励系数 W_{opt} 就是二维序列 $\bar{f}_D(\theta_m, \phi_m)$ 经过这个离散 IIR 高通滤波器后所得的二维序列。

对 $f(\theta, \phi)$, 由 (1) 式可得

$$f(\theta, \phi) = \sum_{n=1}^N W_{\text{opt}n} \cdot f_0(\theta - \theta_n, \phi - \phi_n) \quad (19)$$

由 (19) 式可见, 赋形波束的实际远区场 $f(\theta, \phi)$ 就是二维序列 W_{opt} 经过单位冲激响应为 $f_0(\theta, \phi)$ 的平滑低通滤波器内插而得。因此波束赋形的机理可以从信号与系统的角度用图 1 中所示的一个线性系统来等效表示。由于波束宽度控制了两个低通滤波器的带宽, 而波束间隔则控制了理想采样器的采样间隔和高通滤波器的增益, 因此它们都是影响波束赋形性能的主要因素。

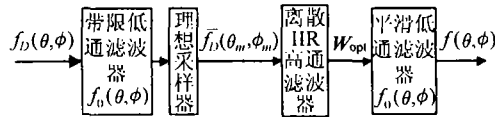


图 1 波束赋形的等效线性系统

4 仿真结果与性能分析

对一个只在 $-3^\circ \leq \theta \leq 3^\circ, -3^\circ \leq \phi \leq 3^\circ$ 的矩形区域内为 1(之外为 0) 的 $f_D(\theta, \phi)$, 本文使用 LCMV 方法^[4], 分别以不同的波束宽度和波束间隔对它进行了赋形。为了便于计算, $f_n(\theta, \phi)$ 用 D. Sonderogger 等人所给的近似表示式来代替^[7], 具体如下

$$f_n(\theta, \phi) = \sqrt{\eta}(\pi d_a f/c)(J_1(u)/u) \quad (20)$$

$$u = (\pi d_a f/c) \sin \left[\sqrt{(\theta - \theta_n)^2 + (\phi - \phi_n)^2} \right] \quad (21)$$

其中 $J_1(u)$ 是变量为 u 的第一类一阶 Bessel 函数; d_a 为天线有效口径的直径; η 为天线的效率; f 为工作频率; c 为光速; θ_n, ϕ_n 分别为第 n 个点波束中心的方位角和俯仰角坐标。在 $d_a = 1.01\text{m}, \eta = 0.25, f = 8.15\text{GHz}$, 馈元阵为馈元数 N 等于 91 的正六边形阵时, 赋形后所得赋形波束的赋形误差、服务区域内最小增益、主旁瓣间过渡区域的宽度以及旁瓣电平随波束间隔的变化曲线分别如图 2—图 5 所示。各图中的黑色粗线是波束宽度 θ_c 等于波束间隔 $\Delta\theta$,

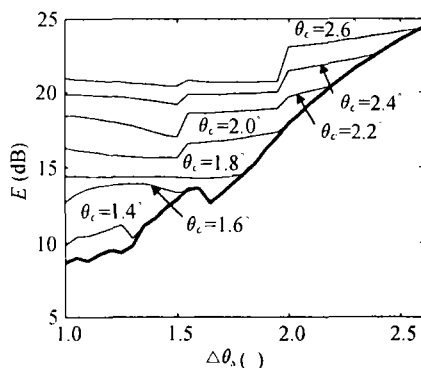


图2 赋形误差随波束间隔变化曲线

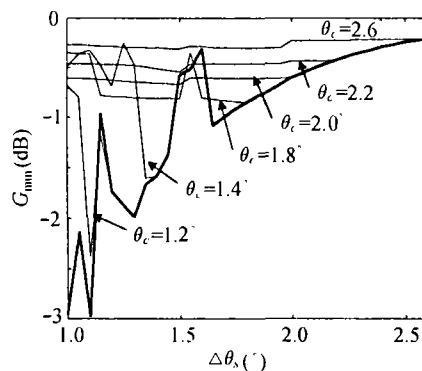


图3 服务区域内最小增益随波束间隔变化曲线

时,各性能指标随波束间隔变化的曲线,而各黑色细线则是波束宽度 θ_c 为某个值时,各性能指标随波束间隔 $\Delta\theta_s$ 变化的曲线。

由图2和图5可见,赋形误差 E 和旁瓣电平 L_s 的变化规律基本相同。当波束宽度等于波束间隔时, E 和 L_s 都随着波束宽度的减小而减小,但当波束宽度小于 1.5° 时,两者随着波束宽度减小而减小的速度变化得较为缓慢。这是因为 E 和 L_s 的大小都取决于 $f(\theta, \phi)$ 中包含 $f_D(\theta, \phi)$ 能量的多少。当波束宽度减小时,图1中两个低通滤波器的带宽随之增大,当增大到使目标方向图的主要频率成分都落在两个低通滤波器的带宽里时,减小波束宽度对 E 和 L_s 的改善则会变小,同时由于目标方向图经过带限低通滤波器的滤波后,在带外还残留有一些未完全滤除的频率分量,故在波束宽度保持不变时,减小波束间隔,可以减小这些频率分量所造成的混叠,从而可以在一定程度上使 E 和 L_s 减小。这种现象在波束宽度和波束间隔同时都较大时,较明显。另外,两者在波束宽度和波束间隔同时都较小时,都出现起伏现象,这主要是因为波束宽度和波束间隔都较小时,相邻点波束间的内积值出现起伏,这使得高通滤波器的增益出现起伏,从而使两者发生起伏。

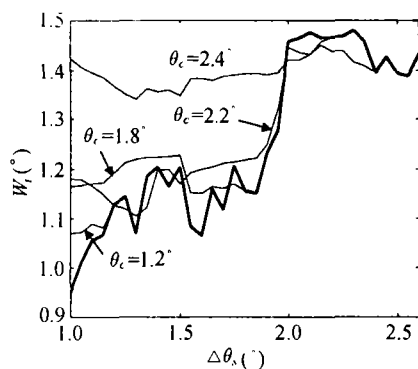


图4 主旁瓣间的过渡区域宽度随波束间隔变化曲线

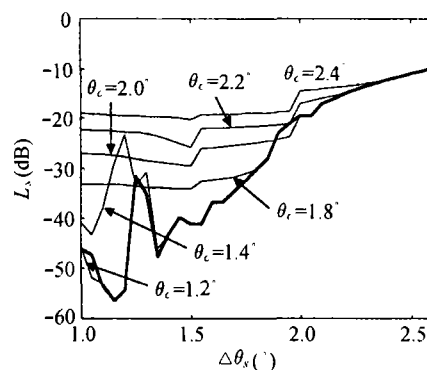


图5 旁瓣电平随波束间隔变化曲线

由图3可见,当波束宽度等于波束间隔时, G_{\min} 的大小随波束间隔的增大而增大。这是因为 G_{\min} 的大小主要由 $f(\theta, \phi)$ 中高于平滑低通滤波器截止频率的高频分量的能量所决定的。由于二维序列 W_{opt} 的频谱是由 $\bar{f}_D(\theta, \phi)$ 的频谱经过周期性延拓而得,这些延拓产生的谱都位于平滑低通滤波器的带外,而低通滤波器一般在带外的增益都不完全等于零,所以这些延拓产生

的谱会残留在 $f(\theta, \phi)$ 中. 而这些频率分量能量的大小就是决定 G_{\min} 大小的主要因素, 这些频率分量的能量越大, G_{\min} 就越小. 可以证明当波束宽度和波束间隔相等且同时减小为 $1/M$ 倍时, $f(\theta, \phi)$ 高于平滑低通滤波器截止频率的高频分量的能量将增加 M^2 倍, 故此时 G_{\min} 近似按 $-1/\Delta\theta_s^2$ 规律减小. 另外, 在波束宽度和波束间隔同时较小时, 同样由于 C_1 的起伏使 G_{\min} 曲线出现起伏. 同时当波束宽度较大时, 波束间隔的减小会使高通滤波器的增益变大, 从而使 G_{\min} 减小; 而在当波束宽度较小时, 这时高通滤波器的增益不大, 波束间隔的减小会使 W_{opt} 中延拓产生的频谱向高频方向移动, 这样在它的输出中大于其截止频率的高频分量的能量就会减小, 从而使服务区域内增益 G_{\min} 增大, 可以证明此时 G_{\min} 近似按 $-\Delta\theta_s^2$ 的规律增加.

由图 4 可见, 当波束宽度 θ_c 小于 2.4° 时, 主旁瓣间过渡区域的宽度 W_t 主要受波束间隔的影响. 在波束间隔 θ_c 等于 2° 附近, W_t 随着波束间隔的减小而急剧减小, 而在其他地方则随波束间隔而变化得很小. 这是因为在 $f(\theta, \phi)$ 中所含 $f_D(\theta, \phi)$ 频谱旁瓣的能量大小是影响 W_t 的主要因素. 当波束宽度小于 2.4° 时, $f_D(\theta, \phi)$ 频谱的旁瓣可以通过两个低通滤波器, 若波束间隔大于 2° , 则 $f_D(\theta, \phi)$ 中的这些频率分量由于混叠而失真, 从而使 W_t 的值较大, 而若波束间隔小于 2° 时, 这些频率分量则完全保留在 $f(\theta, \phi)$ 中, 使 W_t 在 2° 附近急剧减小.

由以上分析, 可见赋形误差 E 和旁瓣电平 L_s 的大小主要受波束宽度的影响, 主旁瓣间过渡区域的宽度 W_t 和服务区域内最小增益 G_{\min} 受波束间隔影响得较多. 对一般的目标方向图 $f_D(\theta, \phi)$, 由于波束宽度和波束间隔减小到一定程度时对赋形波束性能指标的改善贡献不大, 因此在进行多波束天线设计时, 波束宽度和波束间隔可近似按下式来选取:

$$\theta_c \approx \theta_w/4, \quad \Delta\theta \approx \theta_w/5 \quad (22)$$

其中 θ_w 为服务区域在 θ 或 ϕ 轴方向上的最小宽度.

5 结 论

对于赋形波束的性能, 可以用赋形误差 E 、旁瓣电平 L_s 、主旁瓣间过渡区域的宽度 W_t 以及服务区域内最小增益 G_{\min} 来描述. 它们主要受目标方向图、波束宽度和波束间隔的影响. 因此, 在赋形波束要求的性能指标已知的前提下, 可以根据天线的目标方向图来选择合适的波束宽度和波束间隔, 从而进一步确定天线的几何结构参数.

参 考 文 献

- [1] A. I. Zaghloul, Y. Hwang, R. M. Sorbello, F. T. Assal, Advances in multibeam communications satellite antennas, Proc. IEEE., 1990, 78(7), 1214-1232.
- [2] P. D. Patel, K. K. Chan, Optimization of contoured beams for satellite antennas, IEE Proc.-H: Microwaves, Antennas & Propagation, 1985, 132(6), 400-406.
- [3] H. Schjaer-Jacobsen, K. Madsen, Synthesis of nonuniformly spaced arrays using a general non-linear minimax optimization method, IEEE Trans. on AP, 1976, AP-24(4), 501-506.
- [4] 张亦希, 傅君眉, 汪文秉, LCMV 方法在卫星多波束天线赋形中的应用, 电子学报, 2002, 30(3), 332-334.
- [5] S. Tanaka, T. Yamada, T. Murata, T. Nomoto, H. Matsumura, A study on pattern synthesis method for array-fed reflector antenna for advanced direct broadcasting satellites, IEEE Antennas and Propagation Society, AP-S International Symposium(Digest), Jul 8-13, 2001, Vol.1, 566-569.
- [6] J. Ruze, Lateral-feed displacement in a paraboloid, IEEE Trans. on AP, 1965, AP-13(9), 660-665.

- [7] D. Sonderogger, Satellite antenna pattern optimization and loading model: Methodology report, Defense Information System Agency Identification Number DCA100-90-C-0058, Jan. 1992.

PERFORMANCE ANALYSIS OF SHAPED BEAM FOR MULTIPLE-BEAM ANTENNAS WITH ARRAY-FED REFLECTORS

Zhang Yixi Fu Junmei Wang Wenbing

(Electromagnetic and Communication Lab., Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract In this paper a general study of the relation between the performance of shaped beams and beam width and spacing has been done for multiple-beam antennas with array-fed reflectors. Four parameters indicating the performance of shaped beams are first defined. On the basis of these parameters, a mathematical model of beam-shaping is presented which determines the relation between the performance of shaped beams and beam width and spacing and then this model is resolved by using functional analysis theory. Through the discussion of the solution, the mechanism of beam shaping is shown in signal and system way. Then this mechanism and the relation are illustrated by the explanation of the simulation results of a practical example. According to the relation proved above, with given performance parameters, optimum beam width and spacing can be chosen, which correspondingly determine the optimum configuration of the antenna. A very simple formulation for choosing the optimum beam width and spacing is finally obtained, as a result of the discussion in this paper.

Key words Satellite communication, Multiple-beam antenna, Beam shaping

张亦希: 男, 1971 年生, 博士生, 从事卫星多波束天线技术研究.

傅君眉: 女, 1935 年生, 博士生导师, 从事电磁场理论、光纤通信、卫星多波束天线.

汪文秉: 男, 1929 年生, 博士生导师, 从事瞬态电磁场、电磁波散射、电磁兼容等的研究.