

# 滑移型裂纹模型在研究岩石动态单轴抗压强度中的应用

李海波<sup>1,2</sup> 赵 坚<sup>2</sup> 李廷芥<sup>1</sup>

(<sup>1</sup>中国科学院武汉岩土力学研究所 武汉 430071) (<sup>2</sup>南洋理工大学土木工程学院 639798 新加坡)

**摘要** 基于滑移型裂纹模型,研究了花岗岩在应变速率为  $10^{-4} \sim 10^0 \text{ s}^{-1}$  的单轴抗压强度与应变速率的关系。结果表明,花岗岩的抗压强度随应变速率的增加而增加,模型结果与实验结果吻合较好。在动荷载作用下,裂纹的扩展速率和岩石断裂韧度的率相关特性,导致岩石的动态抗压强度随应变速率的增加而增加。

**关键词** 岩石,滑移型裂纹,动态,单轴抗压强度

**分类号** TU 435

**文献标识码** A

**文章编号** 1000-6915(2001)03-0315-05

## 1 前言

岩石在动荷载作用下的力学特性包括强度以及应力-应变关系,是对岩石结构物如地下隧道和岩质边坡在爆炸以及地震荷载作用下稳定性评价的重要参数,也是研究爆炸冲击波在岩石介质中传播以及衰减等课题的基本资料。为此,从70年代开始,针对岩石在动荷载作用下的力学特性进行了大量的研究工作,特别是对岩石在单轴动态压应力作用下的强度特性进行了广泛的实验研究<sup>[1~4]</sup>。实验结果表明,岩石的单轴抗压强度随应变速率的增加而增加,强度的增加幅度随岩石类型以及应变速率范围的不同而不同。为了解释岩石的这种率相关特性,国内外研究人员也进行了大量的理论工作。80年代之后,随着扫描电镜(SEM)和声发射等设备在岩石力学实验中的广泛应用,岩石在破坏过程中裂纹的扩展、分叉以及聚合等细观力学行为得到了较深入的研究。这些研究表明,岩石内部存在的微裂纹的扩展和聚合,是岩石在外荷载作用下宏观力学特性的根本原因。基于这些研究结果,多种裂纹模型应用于研究岩石类脆性材料在压应力作用下的力学特性。在这些裂纹模型中,滑移型裂纹模型得到了最广泛的应用<sup>[5~9]</sup>。

本文应用滑移型裂纹模型,定量地研究了花岗岩在应变速率为  $10^{-4} \sim 10^0 \text{ s}^{-1}$  的单轴抗压强度与应变速率的关系,并与实验结果进行了对比。

## 2 滑移型裂纹模型

图1为滑移型裂纹模型示意图,这种裂纹模型最早由文[10]提出用来研究岩石的剪胀现象。裂纹体由初始裂纹以及曲线型拉伸裂纹组成,其中,拉伸裂纹是由于初始裂纹面在远场压应力作用下相对滑移引起。文[5]给出了图1所示裂纹构形的应力场以及应力强度因子的精确解。但由于这种精确解极为复杂而且不聚合,文[6]于1986年提出了这一问题的近似解,图1中,曲线型拉伸裂纹被简化成直线型裂纹。

随后,文[8]通过实验以及理论分析指出,拉伸裂纹最初沿与初始裂纹成  $70^\circ$  方向发展,并很快与最大压应力方向平行。基于这些研究,本文采用图2(a)所示的简化滑移型裂纹模型。图中,直线型的拉伸裂纹沿平行于最大压应力的方向扩展。同时,采用图2(b)所示的一组滑移型裂纹模拟岩石在单轴压应力作用下的劈裂破坏模式以及考虑裂纹之间的相互作用。图中,初始裂纹长度为  $2c$ , 拉伸裂纹长度为  $2l$ , 相邻裂纹间距为  $2w$ , 初始裂纹面与轴向应力之间夹角为  $\theta$ 。根据文[5~9]的工作,图2(b)简化成图2(c)所示的裂纹构形。图2(c)中,一组拉伸裂纹承受集中力  $F$  以及远场压应力的作用。力  $F$  反映了作用在初始裂纹面上的剪切力对拉伸裂纹的作用,在忽视初始裂纹面上的粘聚力时可写成如下形式:

$$F = 2c \cdot \tau \quad (1)$$

1999年7月12日收到初稿,2000年1月18日收到修改稿。

作者 李海波 简介:男,1969年生,博士,1992年毕业于郑州工业大学水利系水工专业,现任副研究员,主要从事岩石动力学方面的研究工作。

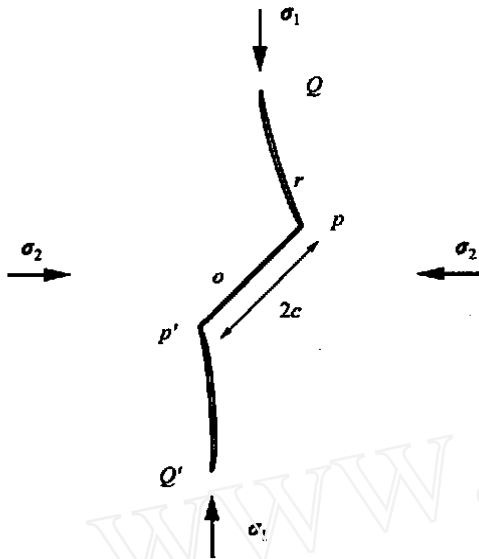


图 1 滑移型裂纹模型示意图<sup>[6]</sup>

Fig.1 Schematic diagram of sliding crack model<sup>[6]</sup>

式中:  $\alpha^* = \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2) \sin \theta - \frac{1}{2} \mu [1 + \alpha_2 - (\alpha_1 - \alpha_2) \cos 2\theta]$ ;  $\mu$  为裂纹面间的摩擦系数。

根据叠加原理, 可以比较容易得到图 2(c) 所示的一组裂纹的应力强度因子表达式:

$$K_I = \frac{E \sin \theta}{\sqrt{w \sin \frac{(l+l^*)}{w}}} - 2 \sqrt{2 w \tan \frac{l}{2w}} \quad (2)$$

式中:  $l^* = 0.27c$ , 是为了保证式(2) 在拉伸裂纹很小时依然适用<sup>[6]</sup>。

### 3 裂纹扩展准则

在动荷载作用下, 裂纹尖端的动态应力强度因子与裂纹的扩展速率有关, 一般情况下可表述成如

下形式:

$$K_I(t) = k(v) K_I \quad (3)$$

式中:  $K_I(t)$  为裂纹尖端的动态应力强度因子;  $K_I$  为裂纹尖端的静态应力强度值;  $v$  为裂纹扩展速率;  $k(v)$  为裂纹扩展速率的函数, 它随裂纹扩展速率的增加而减小, 当  $v = 0$  时,  $k(v) = 1.0$ , 当裂纹的扩展速率达到其极限速率即材料的瑞利波波速时,  $k(v) = 0$ 。

目前, 精确地确定  $k(v)$  表达式比较复杂, 研究中常用该函数的一些近似表达式。例如文[11]提出了该函数的如下近似表达式:

$$\begin{cases} k(v) = \frac{v_r - v}{v_r - 0.75 v} & \text{裂纹承受集中力作用} \\ k(v) = \frac{v_r - v}{v_r - 0.5 v} & \text{裂纹承受远场压应力作用} \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $v_r$  为材料的瑞利波波速。

在动荷载作用下, 裂纹扩展准则为

$$K_I(t) = k(v) K_I(0) = K_{Ic}^d \quad (5)$$

式中:  $K_{Ic}^d$  为材料的动态断裂韧性。

由式(2), (4), (5) 可得到图 2(b) 所示裂纹组的裂纹扩展准则为

$$\begin{aligned} & \frac{v_r - v}{v_r - 0.75 v} \frac{E \sin \theta}{\sqrt{w \sin \frac{(l+l^*)}{w}}} - 2 \sqrt{2 w \tan \frac{l}{2w}} \\ & \frac{v_r - v}{v_r - 0.5 v} 2 \sqrt{2 w \tan \frac{l}{2w}} = K_{Ic}^d \quad (6) \end{aligned}$$

式(6)中, 注意到  $v = dl/dt$ , 该式为以裂纹长度为变量的微分方程, 通过积分可以计算不同应变速率下不同裂纹扩展长度对应的应力及强度值<sup>[9]</sup>。

为了简化对式(6)的积分运算, 本文采用文[11]

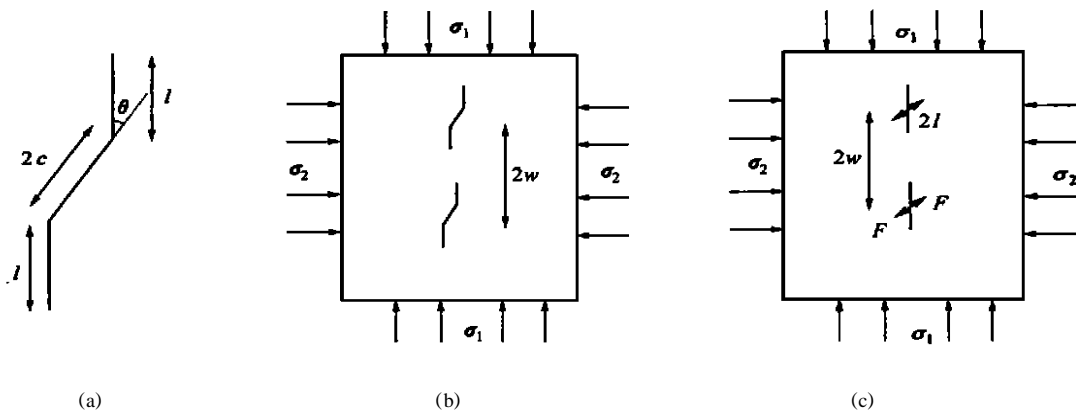


图 2 本文采用的滑移型裂纹模型示意图

Fig.2 Sliding crack model in this paper

提出的裂纹扩展平均速率观点,即认为在一定的应变速率下,裂纹的扩展速率可视为常量。图 3 为理想化的应力时程曲线。动荷载成对称形式,加载时间和卸载时间均为  $t$ 。在动荷载作用下,当式(6)所示的裂纹扩展准则满足时,裂纹将开始扩展,此时的时间为  $t_i$ 。在此之后,在压缩应力的作用下,裂纹将持续扩展和聚合导致岩石材料的破坏。因此,在动态压应力作用下,裂纹的扩展时间为  $2t - t_i$ 。由图 2 (b)可见,当  $2l = 2w$  时,裂纹聚合,此时压应力的加卸载完成,因此裂纹总的扩展长度为裂纹间距的一半( $w$ ),这样,在一定的应变速率下,裂纹的平均扩展速率为  $w/(2t - t_i)$ 。

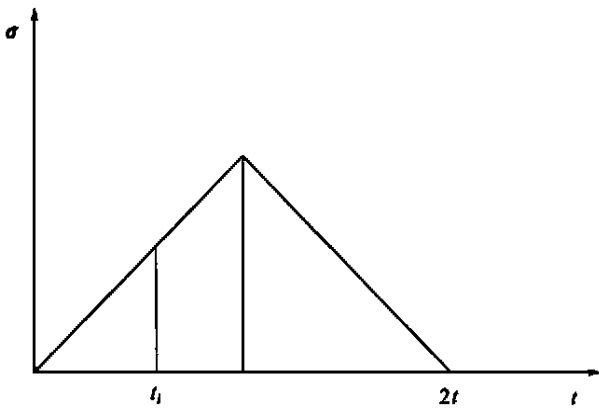


图 3 理想化的应力时程曲线  
Fig. 3 Idealized stress history

文[3]的实验结果表明,在单轴情况下,当应变速率为  $10^{-4} \sim 10^0 \text{ s}^{-1}$  时,花岗岩试样最大应变基本为  $4000 \mu$ ,而对应的加载时间  $t$  则为  $4 \times 10^4 \sim 4 \times 10^0 \text{ ms}$ 。由于裂纹扩展的初始时间  $t_i$  小于加载时间  $t$ ,当应变速率处于  $10^{-4} \sim 10^0 \text{ s}^{-1}$  时,如果假定裂纹间距( $2w$ )为  $6 \text{ mm}$ ,裂纹的最大平均扩展速率将小于  $0.75 \text{ m/s}$ ,这一速率远远小于裂纹扩展的极限速率即花岗岩的瑞利波波速(约  $2000 \text{ m/s}$ )。因此,式(3)中的裂纹扩展速率函数  $k(v)$  可认为近似等于 1,裂纹的扩展速率对动态应力强度因子的影响可忽略不计。这样,式(6)所示的裂纹扩展准则可简化为

$$\frac{E \sin \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{w \sin \frac{\alpha}{2} (l + l^*)}} - 2 \sqrt{2 w \tan \frac{\alpha}{2} w} = K_{Ic}^d \quad (7)$$

#### 4 动态断裂韧度的确定

根据上述的分析,当应变速率在  $10^{-4} \sim 10^0 \text{ s}^{-1}$  时,动态裂纹扩展准则与静态情况下的区别仅仅在于断裂韧度的不同,在动态情况下为动态断裂韧度,

在静态情况下为静态断裂韧度。

已进行的实验结果表明,岩石的动态断裂韧度有较明显的率相关特性,一般情况下,可用不同加载速率下的断裂韧度来衡量岩石的这种特性。为了便于确定不同应变速率在压应力作用下材料的断裂韧度值,本文采用不同加载时间下的断裂韧度来描述断裂韧度的率相关特性。

表 1 列出了花岗岩动态断裂实验结果。该实验采用三点弯曲法,试样尺寸为  $20 \text{ mm} \times 40 \text{ mm} \times 140 \text{ mm}$ 。实验结果表明,花岗岩的动态断裂韧度随加载时间的减小而明显增加。式(8)为基于实验结果的线性回归结果。

$$y = -0.119 \log t_i + 1.719 \quad (n = 14, r = 0.61) \quad (8)$$

式中:  $t_i$  为加载时间(ms),  $y$  为动态断裂韧度( $\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ )。

图 4 为动态断裂实验中,裂纹尖端应力强度因子的时程曲线示意图。应力强度因子先随加载点荷载的增加而增加,在  $t_i$  时刻,应力强度因子达到材料的断裂韧度值,裂纹开始扩展。随后,裂纹尖端的应力强度因子值保持为岩石材料的断裂韧度值,裂纹继续扩展,相对应的应力强度因子的加载时间为  $t_i$ 。图 5(a), (b) 为动态压缩实验中轴向应力和裂纹尖端的应力强度因子的时程曲线示意图。应力强度因子(由式(3)确定)先随轴向应力的增加而增加,在裂纹的初始扩展时刻  $t_i$ ,应力强度因子达到材料的断裂韧度值,裂纹开始扩展。随后,裂纹尖端的应力强度因子保持恒定(断裂韧度值),裂纹继续扩展,裂纹尖端应力强度因子的加载时间为  $t_i$ ,而轴向应力的加载时间为  $t$ 。

表 1 花岗岩动态断裂实验结果

Table 1 Experimental results of dynamic toughness determination for granite

试样号	加载时间 / ms	加载速率 / $\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2} \cdot \text{s}^{-1}$	动态断裂韧度 / $\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$
39	7 120	$1.32 \times 10^{-1}$	0.94
7	15 920	$0.79 \times 10^{-1}$	1.26
31	21 280	$0.71 \times 10^{-1}$	1.51
8	40 960	$0.29 \times 10^{-1}$	1.21
32	50	$2.90 \times 10^1$	1.45
36	45	$3.77 \times 10^1$	1.70
37	56	$2.52 \times 10^1$	1.41
1	12	$1.26 \times 10^2$	1.52
5	16	$0.95 \times 10^2$	1.52
9	16	$1.04 \times 10^2$	1.67
30	14	$0.86 \times 10^2$	1.21
35	10	$1.71 \times 10^2$	1.71
2	1	$1.89 \times 10^3$	1.89
3	1	$1.80 \times 10^3$	1.80

由文[12]的实验研究,花岗岩在动单轴压缩荷载作用下,裂纹扩展起始时刻为材料破坏对应时刻的 30%~70%。在本文的分析中,取  $t_i = 0.4 t_c$ 。这样,对应于不同的应变速率,可确定相应的应力强度因子的加载时间,将之代入式(8)可得到不同应变速率在压应力作用下材料的断裂韧度值,如表 2 所示。

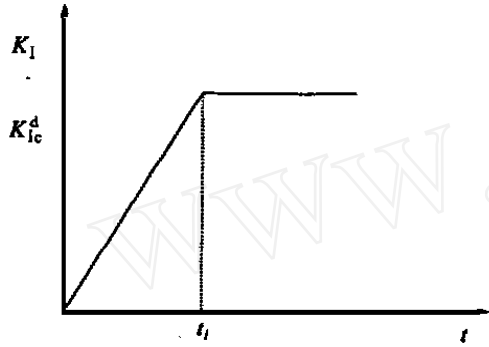
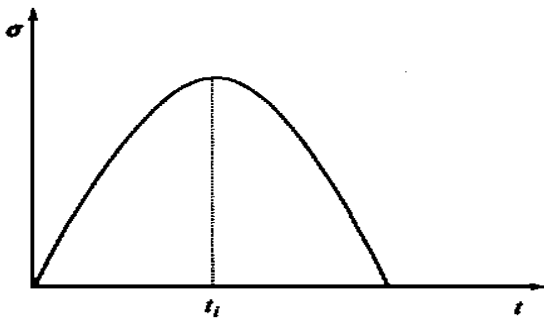
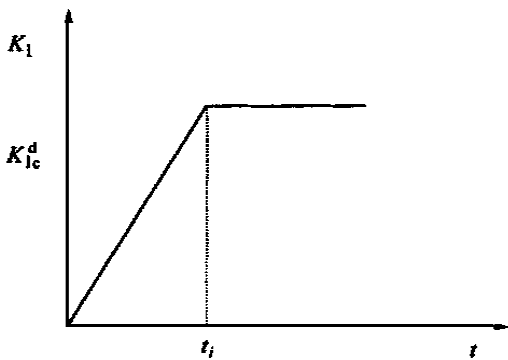


图 4 动态断裂实验中应力强度因子的时程曲线示意图  
Fig. 4 Schematic illustration of stress intensity factor history in dynamic toughness test



(a) 荷载时程曲线



(b) 应力强度因子时程曲线

图 5 动态压缩实验中轴向应力和应力强度因子的时程曲线示意图

Fig. 5 Schematic illustration of history of axial stress and stress intensity factor in dynamic toughness test

表 2 不同应变速率的压应力作用下应力强度因子作用时间以及动态断裂韧度

Table 2 Loading time of stress intensity factor and dynamic toughness under dynamic compressive loads at different strain rates

应变速率 / $s^{-1}$	加载时间 / ms	应力强度因子加载时间 / ms	动态断裂韧度 / $MPa \cdot m^{1/2}$
$1.0 \times 10^{-4}$	$4.0 \times 10^4$	$1.6 \times 10^4$	1.22
$1.0 \times 10^{-3}$	$4.0 \times 10^3$	$1.6 \times 10^3$	1.34
$1.0 \times 10^{-2}$	$4.0 \times 10^2$	$1.6 \times 10^2$	1.46
$1.0 \times 10^{-1}$	$4.0 \times 10^1$	$1.6 \times 10^1$	1.58
$1.0 \times 10^0$	$4.0 \times 10^0$	$1.6 \times 10^0$	1.70

### 5 结果及分析

在运用滑移型裂纹模型研究岩石在压缩荷载作用下的力学特性时,初始裂纹长度、裂纹间距、裂纹面的摩擦系数和初始裂纹的角度是比较关键的参数。文[13]的研究表明,岩石的初始裂纹长度(2c)与岩石的颗粒直径有关,一般地有  $0.5 d < 2c < d$ 。在本文的分析中,取  $2c = d^{[13]}$ 。文[3]的研究表明,花岗岩(取自新加坡 Bukit Timah 地区)的平均颗粒直径约为 1.5 mm,因此,取初始裂纹长度(2c)为 1.5 mm。与文[7]的研究相似,在本文中,相邻裂纹的间距(2w)取为 4 倍的岩石初始裂纹长度即 6 mm,裂纹面的摩擦系数  $\mu = 0.3$ ,初始裂纹与轴向应力的夹角  $\alpha = 45^\circ$ 。

根据上述分析,式(7)中,令  $\sigma_2 = 0$ ,可得到单轴压应力作用下裂纹扩展长度与轴向力的关系曲线。取裂纹扩展中最大的轴向应力为岩石的理论强度值,即可确定不同应变速率下花岗岩的单轴抗压强度的理论值,如图 6 所示。由图可见,花岗岩的理论强度

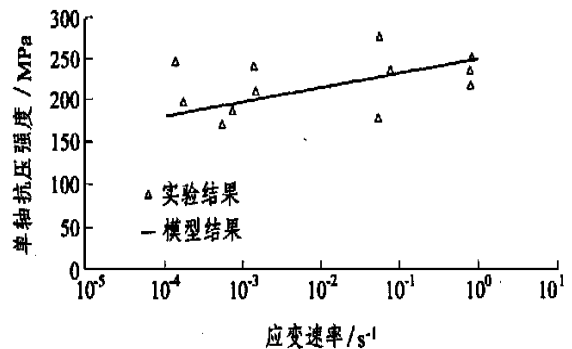


图 6 不同应变速率下花岗岩的抗压强度(模型与实验结果)

Fig. 6 Uniaxial compressive strength at different strain rates (theoretical and experimental results)

随应变速率的增加而明显增加,并且与文[4]所描述的实验结果吻合得比较好。

## 6 结 论

本文根据简化的滑移型裂纹模型,研究了花岗岩在应变速率为  $10^{-4} \sim 10^0 \text{ s}^{-1}$  的单轴抗压强度随应变速率的变化规律。分析结果表明,花岗岩的单轴抗压强度随应变速率的增加而增加,模型结果与实验结果符合得比较好。本文所应用的滑移型裂纹模型考虑了裂纹的相互作用,同时基于岩石的动态断裂实验结果,探讨性地确定了不同应变速率在压应力作用下花岗岩的动态断裂韧度值,从而考虑了花岗岩动态断裂韧度的率相关特性对花岗岩动态抗压强度的影响。另外,本文应用的裂纹模型模拟了花岗岩在单轴压缩情况下的劈裂破坏模式,同时也揭示了岩石的率相关特性的机理,即裂纹扩展速率以及岩石断裂韧度的率相关特性导致了岩石的强度随应变速率的增加而增加。本文还进一步采用平均裂纹扩展速率的观点,揭示了应变速率为  $10^{-4} \sim 10^0 \text{ s}^{-1}$  时,相对于裂纹扩展的极限速率,裂纹的扩展速率比较小,它对岩石在动载荷作用下的强度影响可以忽略。在这种情况下,岩石的抗压强度随应变速率的增加仅仅由于其断裂韧度的率相关特性引起。

## 参 考 文 献

- Lankford J. The role of tensile microfracture in the strain rate dependence of the compressive strength of fine-grained limestone analog with strong ceramics[J]. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 1981, 18(2): 173 ~ 175
- Olsson W A. The compressive strength of tuff as a function of strain rate from  $10^{-6}$  to  $10^3/\text{sec}$ [J]. *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci.*, 1991, 28(1): 115 ~ 118
- Zhao J, Li H B, Zhao Y H. Dynamic strength tests of the Bukit Timah granite[R]. Geotechnical Research Report NTU/ GT/ 98-2, Singapore: Nanyang Technological University, 1998
- Zhao J, Li H B, Wu M B, et al. Dynamic uniaxial compression tests on granite[J]. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 1999, 36(2): 273 ~ 277
- Nemat-Nasser S, Horii H. Compression-induced nonplanar crack extension with application to splitting, exfoliation and rockburst[J]. *J. Geophys Res.*, 1982, 87: 6 805 ~ 6 821
- Horii H, Nemat-Nasser S. Brittle failure in compression: splitting, faulting, and brittle-ductile transition[J]. *Phil. Trans. Royal Soc. London*, 1986, 319: 337 ~ 374
- Kemeny J M. A model for non-linear rock deformation under compression due to sub-critical crack growth[J]. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 1991, 28(6): 459 ~ 467
- Ashby M F, Hallam S D. The failure of brittle solids containing small cracks under compressive stress state[J]. *Acta Metall*, 1986, 34(2): 497 ~ 510
- Nemat-Nasser S, Deng H. Strain-rate effect on brittle failure in compression[J]. *Acta Metall*, 1994, 42(3): 1 013 ~ 1 024
- Brace W F, Martin R J. A test of the law of effective stress for crystalline rock of low porosity[J]. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 1968, 5(3): 415 ~ 426
- Ravichandran G, Subhash G. A micromechanical model for high strain rate behavior of ceramic[J]. *Int. J. Solids Structures*, 1995, 32(17/ 18): 2 627 ~ 2 646
- Friedman M, Perkins R D, Green S J. Observation of brittle-deformation features at the maximum stress of Westly granite and Solenhofen limestone[J]. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 1970, 7(4): 297 ~ 306
- Fredrich J T, Evens B. Effect of grain size on brittle and semibrittle strength: implication for micromechanics modelling of failure in compression[J]. *J. Geophys Res.*, 1990, 95: 10 907 ~ 10 920

## STUDY OF DYNAMIC UNIAXIAL COMPRESSIVE STRENGTH OF ROCK MATERIAL USING SLIDING CRACK MODEL

Li Haibo<sup>1,2</sup>, Zhao Jian<sup>2</sup>, Li Tingjie<sup>1</sup>

<sup>(1)</sup> Institute of Rock and Soil Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071 China

<sup>(2)</sup> School of Civil and Structural Engineering, Nanyang Technological University, 639798 Singapore

**Abstract** The study of dynamic uniaxial compressive strength of granite at strain rate from  $10^{-4}$  to  $10^0 \text{ s}^{-1}$  is conducted using sliding crack model. It is shown that the theoretical strengths increase with increasing strain rate and agree well with the experimental results. It is suggested that crack growth velocity and the rate dependence of fracture toughness of rock material result in the strength increment with increasing strain rate.

**Key words** rock material, sliding crack model, dynamic uniaxial compressive strength