

非均匀性岩石破裂的网格效应

梁正召^{1,2}, 王述红², 唐春安², 徐涛¹, 张亚芳³

(1. 大连大学 材料破坏力学数值试验研究中心, 辽宁 大连 116622; 2. 东北大学, 辽宁 沈阳 110004;
3. 广州大学 土木工程系, 广东 广州 510405)

摘要: 主要在考虑岩石介质非均匀性的基础上, 研究岩石破裂过程中的网格尺寸效应。首先, 介绍 RFPA 软件中网格划分特点和裂纹扩展处理方法, 讨论非均匀性对预制裂纹扩展的影响; 然后, 模拟两组结构相同但网格数目和尺寸不同的岩石材料的破裂过程, 分析在非均匀性岩石中单元尺寸对于岩石破裂过程的影响。结果表明, 在均质度较高的岩石试件中, 岩石强度相对高, 并且裂纹扩展表现出很强的脆性; 随着网格数目的增加和网格尺寸的减小, 岩石强度逐渐降低, 并且趋向一个稳定值。考虑到岩石的非均匀性后的破坏过程分析必须考虑由破坏引起的应力重新分布, 且单元尺寸满足一定的细观特征尺度后, 才能保持破裂分析的稳定性和可靠性, 体现破裂过程分析和应力场和位移场分析的不同之处。在均匀条件假设下, 网格的尺寸主要和结构特征相关, 但是在非均匀介质中, 网格的尺寸还与材料的非均匀性和细观特征尺度密切相关。

关键词: 数值模拟; 网格效应; 破裂过程; 细观非均匀性; 裂纹扩展

中图分类号: O 242

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2005)增 1 - 5108 - 05

MESH EFFECTS ON FAILURE PROCESSES OF HETEROGENEOUS ROCKS

LIANG Zheng-zhao^{1,2}, WANG Shu-hong², TANG Chun-an², XU Tao¹, ZHANG Ya-fang³

(1. *Research Center for Numerical Tests on Material Failure, Dalian University, Dalian 116622, China;*
2. *Northeastern University, Shenyang 110004, China;*
3. *Civil Engineering Department, Guangzhou University, Guangzhou 510405, China*)

Abstract: The purpose of this paper is to study the mesh size sensitivity in rock progressive failure process by taking heterogeneity into consideration. The size of crack tip in the plastic zone is obtained by using classical elasto-plastic theory. Then two numerical models containing a pre-existing crack are conducted to uniaxial compressive loading to investigate the homogeneity effects. Two numerical specimens are divided into the same grid meshes and they have same geometry and size but different heterogeneity. In the other way, four numerical models with the same geometry and size are divided into different meshes to study the mesh sensitivity. Numerical analysis results show that the peak strength of the rock specimens increases as homogeneity increases and crack propagates smoothly until brittle fracture takes place. It also approves that the mesh size should be small enough to fit the need of failure process analysis if the heterogeneities are taken into account in rocks. Mesh size has great dependence on the structural property in homogeneous materials, while mesh size depends on the degree of heterogeneity of the material as well as structural property in heterogeneous materials. Mesh geometry and mesh size adjustment during crack propagation process should be based on the assumption that materials are homogenous.

Key words: numerical simulation; mesh effect; failure process; mesoscopic heterogeneity; crack propagation

收稿日期: 2004 - 11 - 25; **修回日期:** 2004 - 12 - 22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50374020, 50204003); 东北大学博士论文资助项目

作者简介: 梁正召(1977 -), 男, 博士, 2004 年毕业于东北大学, 主要从事岩石力学数值试验研究和大规模数值计算方面的工作。E-mail: Z.Z.Liang@163.com.

1 引言

在弹塑性断裂力学发展的过程中, 裂纹尖端应力、应变场的研究一直是众人所关注的焦点, 因为它是建立裂纹起裂与扩展准则的理论根据。断裂力学理论认为裂纹尖端附近的应力的大小与外界载荷、裂纹长度有关, 因为在接近裂纹尖端的位置, 应力达到无穷大, 因此, 采用了一个跟材料屈服强度有关的力学参数——应力强度因子, 来确定裂纹尖端的塑性区。断裂力学之所以定义应力强度因子来描述裂纹尖端的应力场强度, 就是因为裂纹尖端附近, 应力场出现了奇异性, 而实际上材料受力后不可能出现无限大的应力^[1]。在裂纹尖端出现应力趋于无穷大是基于以下 2 点假设得到的: (1) 材料为完全均匀的弹性材料; (2) 裂纹尖端趋于无穷小。实际上, 满足这种理想线弹性假设的实际材料是不存在的。

岩石、混凝土均为极不均匀的介质, 其破坏一般表现为较大的脆性。在裂纹端部存在较大的微裂缝区(过程区), 这种微裂缝区的形成机理与金属的塑性区完全不同, 因而不能仿效弹塑性断裂力学的研究方法研究岩石、混凝土的断裂。在混凝土的研究当中, 人们提出了许多宏观断裂模型来表征混凝土断裂的非线性。在有限元的数值分析中引入了分离型裂缝模型和分布型裂缝模型来模拟混凝土受拉开裂后所形成的裂缝^[2~4]。文[5~7]提出了以释放裂纹尖端前方约束的方式模拟裂纹扩展, 即裂纹随约束的逐一释放而逐步扩展, 但是对于裂纹前方约束的释放方式, 到目前为止, 还没有统一的认识。很多学者提出了采用无单元法来模拟岩石、混凝土类的脆性断裂^[8]。

本文采用类似于分布型裂缝模型和钝化裂纹模型的方法, 讨论在非均匀性的岩石中网格尺寸对裂纹扩展以及岩石破裂的影响。

2 破裂过程中裂纹的处理方法

许多学者采用栅格型单元来模拟非均匀材料的破坏过程。由于内部微缺陷及微裂隙的存在, 岩石是一种极度非均匀的地质材料, 岩石的非均匀性对其力学性质有很重要的影响^[9~11]。研究断裂力学的数值方法, 可以不依赖传统的断裂力学有关强度因子的理论, 研究目前断裂力学还无法解决的裂纹扩

展问题^[12]。为了处理非均匀材料的破裂问题, RFPA 通过引入破坏准则来考虑裂纹的萌生问题, 通过引入破坏单元的特殊力学性质来考虑裂纹的形成问题, 通过引入非均匀性来考虑裂纹的非规则扩展路径问题。这样, RFPA 就可以方便地处理裂纹的萌生、扩展和演化问题^[12]。程序中不需要引入专门的奇异性单元, 单元损伤后也不需要调节单元节点顺序、位置和数目, 这在程序上很容易实现。和分布型裂纹模型类似, RFPA 裂纹的扩展有着明显的网格效应。由于裂纹分散在整个单元, 有限元的计算网格尺寸决定了裂纹尖端的尺寸和大小。

3 非均匀性对岩石破裂的影响

RFPA 的一个突出特点就是考虑岩石材料的非均匀性。图 1 是均质度 $m = 1.5$ 和 $m = 7.0$ 的 2 个数值模型试件在单轴压缩载荷作用下的裂纹扩展模式, 图 2 是 2 个试件的轴向应力 - 应变曲线图。2 个试件在加载前预制相同的裂纹, 其尺寸和网格完全相同。结果发现, 裂纹在均质度高的岩石试件中扩展比较缓慢, 裂纹面非常光滑规则, 并且, 裂纹扩展偏离原来裂纹方向, 最终和最大主应力方向趋

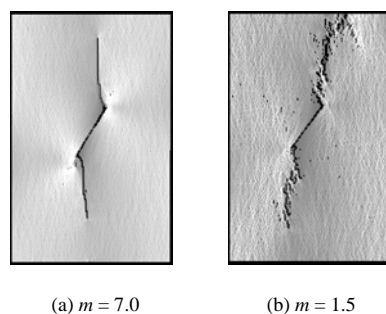


图 1 均匀性不同的两个岩石试件中的预制裂纹扩展
Fig.1 Crack propagation in rock specimens of different heterogeneities containing a pre-existing crack

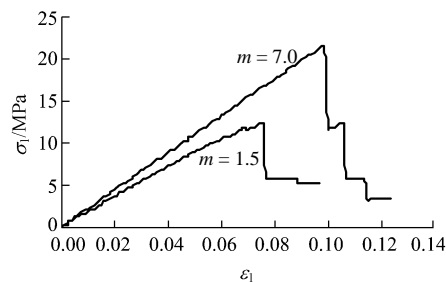


图 2 非均匀性对岩石应力 - 应变全过程曲线的影响
Fig.2 Stress vs. strain curves of rock specimens of different heterogeneities containing a pre-existing crack

于一致，在裂纹拐弯扩展的位置，应力非常集中；在均质度比较低的岩石试件中，裂纹扩展很不规则，而且断断续续，应力集中也不是很明显，扩展的方向虽然也是趋向于最大主应力方向，但是受非均匀性的影响很大。从应力 - 应变曲线图上还可以看出，在均质度较高的岩石试件中，岩石强度相对高，并且，裂纹扩展表现出很强的脆性。

4 岩石破裂过程的网格尺寸效应

4.1 网格尺寸效应的数值模拟分析

构成岩石的各种矿物和晶粒等都是有一定尺寸的，因此，岩石内部由于各种因素产生的裂纹尖端不可能趋于无穷小。RFPA 中裂纹尖端的最小尺寸是网格中的一个单元的尺寸。岩石的破裂都是从微缺陷到裂纹的萌生、扩展开始。在考虑到非均匀性这个条件下，单元的尺寸也必须精细到一定程度，满足材料结构分析的前提下，才可以准确的进行破裂过程分析。不失一般性，本文采用一个 200 mm×100 mm(长×宽)的岩石试件、中间含有规则的大小相同的圆形硬颗粒来进行模拟，其中的圆形颗粒虽然大小相同，但是位置是随机分布的。同样结构的岩石试样分别划分成 100×50，200×100，300×150，400×200 的有限元网格，见图 3。岩石基质以及颗粒的岩石力学性质的均质度系数和期望值完全相同，加载方式采取位移加载，为 0.002 mm/步。

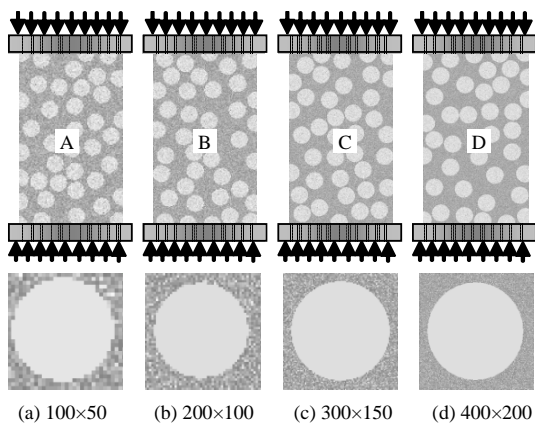


图 3 4 个同结构不同网格密度的数值模型及其局部放大图
Fig.3 Four numerical specimens with the same structure but different grid mesh density

图 3 中对于试件 A 来说，因为单元网格尺寸比较大，基质中的单元尺寸相对颗粒来说也相对较大，并且，在硬颗粒周围出现了不光滑的凹凸接触。随着尺寸的减小，基质单元对颗粒的影响逐渐减小，

颗粒和基质的边界也逐渐圆滑细碎。由于非均匀性的存在，不同疏密程度的网格决定了不同的数值模型。虽然在 4 个试样中没有明显的裂纹，但是裂纹将在颗粒和基质的交界面上出现。

图 4 为 4 个岩石数值模型试件破坏过程中的应力 - 应变曲线。在加载初期，达到破裂准则的单元很少，整体刚度近似一致。但是，从曲线系列可以发现，单元尺寸越小的岩石试件最先达到峰值强度，最先是试件 D，然后依次是试件 C，B，A。虽然对于细观单元来说，残余强度系数是一样的，但是，在最后的残余变形阶段正好相反，试件 A 的残余强度最高，然后依次是试件 B，C，D。图 5 为 4 个岩石试件破裂图片，4 个试件都呈现出剪切破裂模式，裂纹都是首先在基质和颗粒之间出现。另外，A，B，C 3 个试件在破裂过程中都形成了一个破碎的剪切带，在周围都引起很多单元的破裂，并且，出现了裂纹完全穿透颗粒的情况；而对于试件 D 来说，因为单元尺度较小，剪切裂纹非常光滑，裂纹扩展能够沿着最有可能的方向扩展，很少裂纹部分扩展至颗粒之中。

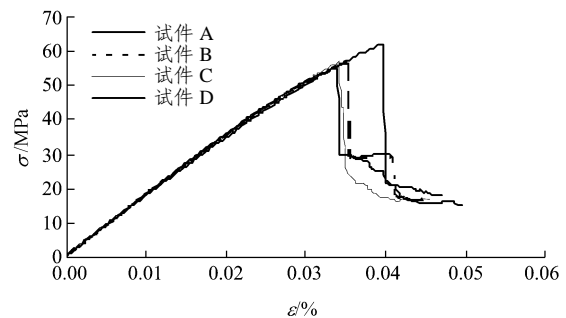
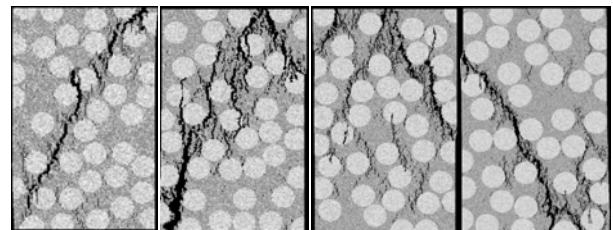


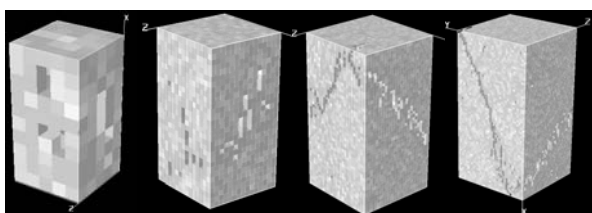
图 4 4 个不同网格试件的应力 - 应变曲线
Fig.4 Stress vs. strain curves of four numerical specimens with different mesh size



(a) 试件 A (b) 试件 B (c) 试件 C (d) 试件 D
图 5 4 个不同网格试件的破裂(RFPA^{2D}弹性模量图)
Fig.5 Fracture patterns of four numerical specimens with different mesh size(Elastic modulus distribution by RFPA^{2D})

本文同时采用 RFPA^{3D} 做了一组单轴压缩数值

试验。岩石试件尺寸为 80 mm×40 mm×40 mm，网格划分分别为 10×5×5，20×10×10，30×15×15，40×20×20,50×25×25 和 80×40×40 共 6 个数值试验，图 6 为 10×5×5，30×15×15，50×25×25，80×40×40 的破裂结果图，图 7 为 6 个不同数值试件的应力 - 位移关系曲线。如果单元尺寸比较大，则很难形成破裂带；随着单元尺寸的减小，剪切带逐渐明显，并且，破裂面更加光滑，说明单元过大的时候并不能反映岩石破裂的特点。从应力 - 应变曲线上看出，随着单元尺寸的减小，破裂前的宏观弹性模量差别不大，但是强度逐渐减小，残余强度也是逐渐降低，和二维结果基本一致。



(a) 10×5×5 (b) 30×15×15 (c) 50×25×25 (d) 80×40×40

图 6 不同网格试件的破裂(RFPA^{3D}弹性模量图)

Fig.6 Elastic modulus distribution of four numerical specimens with different mesh

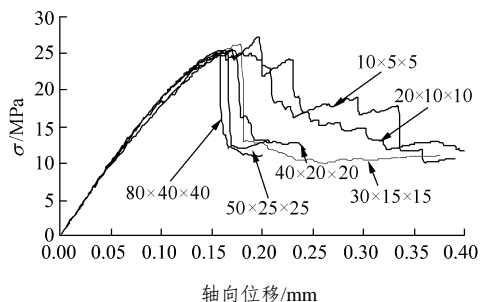


图 7 不同试件的应力 - 应变曲线(RFPA^{3D}模拟结果)

Fig.7 Stress vs. strain curves of numerical specimens with different mesh size simulated by RFPA^{3D}

4.2 网格尺寸效应的讨论

有限元应力计算的目的，主要是分析结构的应力状态，其常常采用非等分单元来剖分网格，以提高关心区域的网格密度和计算精度。划分大小不一的单元在一般的有限元方法中是一种优点，但对于材料破坏过程的研究来说，它便成了一种缺点。对于考虑材料不均匀性的破裂过程分析来说，除了通常的高应力区破坏以外，还存在低应力低强度区的破坏问题。如果按照一般的有限元网格划分原则，低应力区网格可以划大一些，那么给予单元的破坏

机率就不相等。单元尺寸对试样强度的影响原因可由图 8 来解释，将计算对象中的某一点及其周围区域划分成多个面积相等的正方形单元，例如 1×1，2×2，3×3 和 4×4 这 4 种方式，这正好和上面数值模拟中单元划分相同。

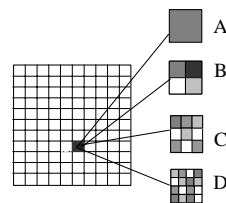


图 8 单元尺寸对试样宏观破裂及其强度的影响

Fig.8 Explanation of mesh size effect of element on macro strength of specimens

假设对于单元的某一种力学性质 K ，有

$$K = K_a = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 K_{bi} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 K_{ci} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} K_{di}$$

也就是 B, C, D 三种方式划分的单元的平均值和方式 A 相等。在相同局部应力条件下，如果点 A 的应力值低于 K ，那么点 A 将不发生破坏，但是，如果划分成 B, C 或者 D，那么点 A 的应力值将可能大于细小单元中的最小值，随之这个单元将发生破裂，进而将改变了 A 区域的应力状态。

由此能够看到，单元尺寸减小后，使得构成材料的单元具有了相同破裂的机会，也使得较低抵抗能力的单元在低应力条件下首先发生破裂；而尺寸增加后的单元的力学性质是其构成体性质的平均，屏蔽了力学性质弱小的部分，进而，提高了试样整体的宏观强度和改变了宏观破裂形式，这个从上面的数值模拟结果也能看得出来。

同样，也可以采用如图 9 所示来解释裂纹扩展中的单元尺寸效应。当裂纹抵达 ABCD 区域的左下角时，由于区域中的缺陷分布情况，使得裂纹可以通过该区域扩展。但是，如果将右上角的区域用更大的单元来划分，如图 9(b)中 4 个大单元，它们的大小等于原来的 9 个单元大小之和，故它们的强度、弹性性质也是原来的 9 个单元的平均值。显然，就强度而言，平均值会大于原来的最小值，这就有可能造成裂纹不能通过此大单元。裂纹是找最弱区扩展，因此，平均化的结果可能会改变裂纹发展的方向和结构破裂的性质。所以，虽然采用规则的正方形单元在分析光滑边界的力学问题时候，对应力场的分布有影响，但是在进行岩石材料破裂过程的分

析时, 在单元尽可能小的情况下(视计算能力来定)应尽可能采用较小的等面积单元, 以使单元的破坏机率相等。这也是在 $\text{RFPA}^{2\text{D}}$ 中采用等面积的正方形单元的原因。在 $\text{RFPA}^{3\text{D}}$ 中采用的是大小相同的正方体单元来模拟破坏问题。

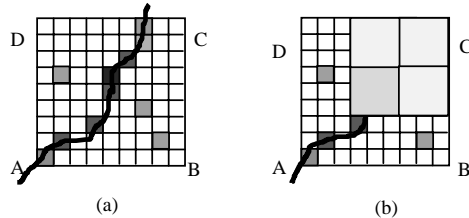


图9 单元尺寸对裂纹扩展的影响
Fig.9 Mesh size effects on crack propagation

严格来说, 在利用有限元进行破裂分析中, 如果考虑到岩石的非均匀性, 在裂纹扩展时动态的调整裂纹尖端附近的网格尺寸, 就相当于改变了岩石材料的力学属性。

5 结 论

材料的细观非均匀性和模型网格划分密切相关。现实的介质, 特别是岩石介质中, 裂纹尖端实际是有一定尺度, 这一尺度是与介质的基本细观性质有关的, 可以称之为细观特征尺度。只要数值模拟中的单元尺寸能够反映或者基本反映出这种细观特征尺度, 那么, 该模型的单元尺寸就是合理或者基本合理的。从以上的分析可以总结为以下几点:

(1) 在均质度较高的岩石中, 岩石强度相对高, 并且裂纹扩展路径光滑, 表现出很强的脆性; 而在均质度较低的岩石中, 岩石强度较低, 裂纹扩展路径出现很明显的拐折, 且脆性破裂程度减弱。

(2) 在 RFPA 中采用过大尺寸的单元不能反映岩石破裂的特点。随着单元尺寸逐渐减小, 岩石强度逐渐降低, 逐渐趋于一个稳定值, 并且, 脆性破裂逐渐明显, $\text{RFPA}^{2\text{D}}$ 和 $\text{RFPA}^{3\text{D}}$ 模拟的破裂过程更加符合实际。

(3) 岩石的破坏过程, 必须考虑到非均匀性的影响, 以及由破坏引起的应力重新分布。引入单元统计性的非均匀性后, 单元尺寸必须尽量接近细观特征尺度, 才能保证计算结果的稳定性和可靠性, 这也是破裂过程分析和应力场、位移场分析的不同之处。

参考文献(References):

- [1] 蔡美峰, 何满潮, 刘东燕. 岩石力学与工程[M]. 北京: 科学出版社, 2002.(Cai Meifeng, He Manchao, Liu Dongyan. Rock Mechanics and Engineering[M]. Beijing: Science Press, 2002.(in Chinese))
- [2] Munjiza A, Andrews K R F, White J K. Combined single and smeared crack model in combined finite-discrete element method[J]. Int. J. Num. Meth. Engng., 1999, 44: 41 - 57.
- [3] Bazant Z P, Planas J. Fracture and Size Effect in Concret and Other Quasi-Brittle materials[M]. Boca Raton, FL: CRC Press, 1998.
- [4] 于晓中, 谯常忻, 周群力. 岩石和混凝土断裂力学[M]. 长沙: 中南工业大学出版社, 1988.(Yu Xiaozhong, Qiao Changxin, Zhou Qunli. Fracture Mechanics of Rock and Concrete[M]. Changsha: Central South University Publishing House, 1998.(in Chinese))
- [5] 杨庆生, 杨 卫. 断裂过程的有限元模拟[J]. 计算力学学报, 1997, 14(4): 407 - 412.(Yang Qingsheng, Yang Wei. Finite element method simulation of fracture process[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 1997, 14(4): 407 - 412.(in Chinese))
- [6] 魏悦广, 王自强. 扩展裂纹尖端塑性场[J]. 力学学报, 1994, 26(1): 39 - 48.(Wei Yueguang, Wang Ziqiang. Elastic-plastic field near the growing crack tip[J]. Acta Mechanica Sinica, 1994, 26(1): 39 - 48.(in Chinese))
- [7] 杨庆生. 复合材料细观结构力学与设计[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2000.(Yang Qingsheng. Mesoscopic Composite Material[M]. Beijing: China Railway Publishing House, 2000.(in Chinese))
- [8] 周维垣, 寇晓东. 无单元法及其工程应用[J]. 力学学报, 1998, 30(2): 193 - 201.(Zhou Weiyan, Kou Xiaodong. Element free method and its application in geotechnique engineering[J]. Acta Mechanica Sinica, 1998, 30(2): 193 - 201.(in Chinese))
- [9] Schalagen E, MierJGM V. Simple lattice model for numerical simulation of fracture of concrete materials and structures[J]. Materials and Structures, 1992, 25: 534 - 542.
- [10] Frantziskonis G, Renaudin P, Breyssse D. Heterogeneous solids—part I: Analytical and numerical 1-D results on boundary effects[J]. Eur. J. Mech., A/Solids, 1997, 16(3): 409 - 423.
- [11] Blair S C, Cook N G. Analysis of compressive fracture in rock using statistical techniques: part I. A non-linear rule-based model[J]. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 1998, 35(7): 837 - 848.
- [12] 唐春安, 王述红, 傅宇方. 岩石破裂过程试验[M]. 北京: 科学出版社, 2002.(Tang Chun'an, Wang Shuhong, Fu Yufang. Numerical Tests on Rock Failure Process[M]. Beijing: Science Press, 2002.(in Chinese))