

地下水渗流模型参数识别的模拟退火算法

李守巨¹, 上官子昌^{2, 3}, 刘迎曦¹, 于 贺¹

(1. 大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116024; 2. 大连理工大学 土木水利学院, 辽宁 大连 116024;
3. 大连水产学院 土木工程学院, 辽宁 大连 116023)

摘要: 反问题的求解常常需要转化为非线性优化问题, 其目标函数定义为观测数据与模型数据之间的残差平方和。地下水模型参数识别最常用的优化方法都是基于梯度搜索, 其缺陷在于对模型参数初始估计比较敏感和局部极小问题。与传统的基于梯度搜索的优化方法相比, 模拟退火算法具有良好的全局收敛特性。把含水层参数识别反问题转化为组合优化问题, 提出模拟退火算法识别二维、非稳态地下水流动模型的渗透系数和储水系数的策略。反问题的不稳定性由解的不唯一性和不稳定性来表征, 模拟退火算法具有解决这一问题的能力。通过与梯度搜索算法相对比, 数值模拟计算结果显示所提出反演方法的有效性和适用性。

关键词: 水力学; 参数识别; 全局优化; 模拟退火算法; 导水系数; 地下水模型

中图分类号: TU 452; TV 13

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2005)增 1 - 5031 - 06

PARAMETER IDENTIFICATION PROCEDURE FOR GROUNDWATER FLOW MODEL WITH SIMULATED ANNEALING

LI Shou-ju¹, SHANGGUAN Zi-chang^{2, 3}, LIU Ying-xi¹, YU He¹

(1. *State Key Laboratory of Structural Analysis for Industry Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;*
2. *School of Civil and Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;*
3. *Institute of Civil Engineering, Dalian Fisheries University, Dalian 116023, China*)

Abstract: The solution of inverse problem usually requires nonlinear optimization of an objective function describing the difference between measured and simulated data. Most optimization algorithms used for parameter estimation in groundwater hydrology are gradient-type methods that have the disadvantages of being very sensitive to the initial guesses of parameters and being prone to converge to local minima. Compared with traditional optimization algorithms, simulated annealing algorithm is recognized to have better capability to find the global optimal solution. The inverse problem of identifying aquifer parameters is treated as a combinational optimization problem. The simulated annealing is presented to identify the transmissivity and storage coefficient for a two-dimensional unsteady state groundwater flow model. The ill-posedness of the inverse problem as characterized by instability and non-uniqueness is overcome by using simulated annealing algorithm. The effectiveness and flexibility of presented inversion technique are evaluated and compared with descent search methods.

Key words: hydraulic mechanics; parameter identification; global optimization; simulated annealing; transmissivity; groundwater modeling

收稿日期: 2004 - 10 - 20; **修回日期:** 2004 - 12 - 13

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10072014)

作者简介: 李守巨(1960 -), 男, 博士, 1982年毕业于阜新矿业学院采矿系矿井建设专业, 现任副教授, 主要从事岩土力学及其反问题方面的教学与研究工作。E-mail: lishouju@dlut.edu.cn.

1 引言

地下水渗流模拟计算分析涉及到水利工程、采矿工程、土木建筑、石油工程和环境工程等应用领域。合理确定地下水渗流模型参数是地下水模拟分析中的重要课题之一。根据现场水头观测数据和模型数据,采用反分析方法识别含水层的渗透系数和储水系数得到广泛应用。文[1]回顾了基于梯度搜索的含水层参数识别方法,其中包括高斯-牛顿方法、共轭梯度搜索方法、极大似然估计方法、Kriging插值方法和二次规划方法。文[2]建立了基于先验信息的非稳态渗流问题参数识别的极大似然估计方法。文[3]提出了基于遗传算法的地下水污染物传输参数识别方法。文[4]研究了基于禁忌搜索的含水层参数子区间识别方法。文[5]建立了基于神经网络的水电站大坝基岩渗透系数识别和应用方法。文[6]建立了基于蚁群算法的非饱和地下水渗流模型参数识别方法。文[7]提出了应用遗传神经网络进行地下水模型参数识别方法。文[8]针对经典算法BP网络存在的一些缺陷,提出了一种基于交替迭代算法神经网络含水层参数识别方法。文[9]应用序列二次优化方法来求解三维天然渗流场反演分析模型,提出了效率及精度更高的灵敏度分析方法。文[10]提出了一种综合改进的遗传算法,在反演地下水水流参数时,具有收敛速度快、解的精度高和避免出现早熟等优点。按照 Neumann 的分类方法,地下水渗流模型参数识别问题可分为两类^[1]:直接法(direct method-equation error criterion)和间接法(indirect method-output error criterion)。如果渗流场的水头及其导数在整个渗流区域已知(常常采用数值近似,如有限差分法和有限元法),初始的控制方程(Darcy 定律)就成为包含有待识别参数的线性一阶偏微分方程,借助边界条件,可以直接解出未知的模型参数,该方法被称为直接法。间接法是先给定待测水文地质参数假定初值,通过解正演模型计算相应的水头分布,然后将计算水头值与实测水头值进行比较,看二者拟合程序如何,如果不满足要求,则修改参数,重新进行计算,直到满足要求为止。无论是直接法还是间接法,反问题最终都归结为数学规划中的求极小化平方和函数问题或极小化残差问题。传统的地下水模型参数识别最常用的优化方法都是基于梯度搜索的,其缺陷在于对模型参数初始估计比较敏感和局部极小问题。与传统的基于梯度搜索的优化方法

相比,具有启发性的模拟退火算法具有良好的全局收敛特性。本文的目的在于建立具有全局搜索能力的地下水模型参数识别方法,通过数值算例研究地下水模型参数识别的不唯一性问题,分析观测数据的误差对反问题目标函数非凸性的影响,以及通过对模拟退火算法的改进提高反演方法的效率和稳定性。

2 地下水渗流正问题的数值计算方法

无论采用哪一种参数反演方法,都需要求解地下水流动的问题。对于二维非稳态渗流,其控制方程为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

式中: h 为水头(m); k_x , k_y 分别为沿 x , y 方向的导水系数(m^2/s); S_s 为比贮水系数,无量纲,其物理意义为单位体积的饱和岩体内,当水头下降一个单位时,由于土体压缩和水的膨胀所释放出来的储存水量。

地下水渗流问题的边界条件是渗流区域的边界上的水力特征,即边界上水头分布或边界上流入(流出)含水层的水量分布变化情况,常用的边界条件分为如下两类:第一类边界条件为边界上水头分布情况已知,称为水头边界条件,可以写为

$$h|_{\Gamma_1} = h(x, y, t) \quad ((x, y) \in \Gamma_1) \quad (2)$$

第二类边界为边界上的流量已知,称为流量边界条件,记为

$$k_x \frac{\partial h}{\partial x} l_x + k_y \frac{\partial h}{\partial y} l_y = q(x, y, t) \quad ((x, y) \in \Gamma_2) \quad (3)$$

式中: l_x , l_y 为边界外法线 n 的方向余弦; q 为单位面积边界上穿过的流量。

一般而言,边界上的流量很难直接测出,最常用的第二类边界条件是隔水条件,即已知边界 Γ_2 上 $q(x, y, t) \equiv 0$,此时边界条件可记为

$$k_x \frac{\partial h}{\partial x} l_x + k_y \frac{\partial h}{\partial y} l_y = 0 \quad ((x, y) \in \Gamma_2) \quad (4)$$

初始条件通常是第一类边界条件,即流场在开始时刻 $t=0$ 时渗流区域 D 内的水头 $h_0(x, y)$ 分布情况,初始条件一般可表示为

$$h|_{t=0} = h_0(x, y) \quad ((x, y) \in D) \quad (5)$$

上述问题可采用有限元或有限差分数值求解, 本文采用有限元数值计算方法求解非稳态渗流模型的问题。

3 含水层参数识别的模拟退火算法

参数识别问题可以归结为调整模型参数 m 的值直到观测数据和相应的从参数集中计算出的数据在最小二乘意义上相匹配, 目标函数可定义为

$$J(m) = \|\mathbf{h}_m - \mathbf{h}_c(m)\|_2^2 \quad (6)$$

式中: \mathbf{h}_m 为实测渗流场的水头向量; $\mathbf{h}_c(m)$ 为计算的渗流场观测点的水头向量, 同识别参数 m 相关, 是被识别参数向量的函数。

显然, 这一目标函数同观测数据和模型数据相关, 目标函数会因此而变的复杂, 比如, 目标函数可能是非凸的, 无论是在模型方程中包含误差或者测量数据的误差过大的情况下, 甚至是多极值的。在这种情况下, 基于梯度的优化方法可能会出现解的振荡甚至发散, 因而, 采用一种具有良好的鲁棒性的优化方法以获得稳定的收敛显得更为必要。

模拟退火(simulated annealing)算法是局部搜索算法的扩展, 它不同于局部搜索之处在于: 对于极小化问题, 以一定的概率选择邻域中目标函数值大的状态。理论上来说, 是一个全局优化算法。模拟退火算法最早的思想由 Metropolis 在 1953 年、Kirkpatrick 在 1983 年成功地应用于组合优化问题^[11, 12]。其源于对固体退火过程的模拟, 采用 Metropolis 接受准则, 并用一组称为冷却进度表的参数控制算法的进程, 使得算法在多项式时间里给出一个近似最优解。统计力学论述材料中相互作用粒子的特性, 材料中的粒子结构的不同对应于不同的能量水平。如果用粒子结构或其相应能量来定义材料的状态, Metropolis 算法可以给出一个简单的数学模型, 用于描述材料在温度 T 下从具有能量 E_i 的状态 i 进入能量 E_j 的状态 j 的机制: 若 $E_j < E_i$, 状态转移被接受; 若 $E_j > E_i$, 则状态转移以如下概率接受, 即接受状态 j 的概率为

$$p_j = \exp\left\{\frac{-[E_j - E_i]}{KT}\right\} \quad (7)$$

式中: K 为物理学中的波耳兹曼常数, T 为材料温度。

在一定温度下, 如果进行足够多次的转换, 将

能够达到热平衡。模拟退火算法是 Kirkpatrick 将固体退火思想引入到组合优化领域, 提出的一种解大规模组合优化问题的有效近似算法。首先定义一种邻域结构, 然后, 在中间解的邻域结构内, 随机选取一个新解 m_{new} , 也就是说, 在旧解上产生一个随机扰动得到新解, 则 m_{new} 有

$$m_{\text{new}} = m_{\text{old}} + \Delta m \quad (8)$$

式中: Δm 为随机扰动。

根据新解 m_{new} 与旧解 m_{old} 的目标函数值, 按照 Metropolis 准则接受或拒绝新解, 对于极小化问题, 接受新解的概率为^[11]

$$p_{\text{new}}(t) = \begin{cases} 1 & (J_{\text{old}} > J_{\text{new}}) \\ \exp[-\Delta J / t_k] & (J_{\text{old}} < J_{\text{new}}) \end{cases} \quad (9)$$

式中: ΔJ 为目标函数的增量, $\Delta J = J_{\text{new}} - J_{\text{old}}$; t_k 为退火温度, 其随着进化的推进逐渐减小。拒绝新解的概率为

$$p_{\text{old}}(t) = 1 - p_{\text{new}}(t) \quad (10)$$

根据以上分析, 使用模拟退火算法进行岩土力学参数识别的主要步骤为:

- (1) 随机产生一个初始最优点以它作为当前最优点, 并计算目标函数值 $J(m)$;
- (2) 设置初始温度, $T = T_0$;
- (3) 设置循环计数器, $k = 1$;
- (4) 对当前最优点 m_{old} 作一随机的扰动, 产生一个新的最优点 m_{new} , 计算新的目标函数值 $J(m_{\text{new}})$, 并计算目标函数的增量 $\Delta J = J_{\text{new}} - J_{\text{old}}$;
- (5) 如果 $\Delta J < 0$, 则接受该最优点, 并令 $m = m_{\text{new}}$; 否则, 计算概率 $p = \exp(-\Delta J / T)$, 并以该概率接受该新产生的最优点为当前最优点, 令 $m = m_{\text{new}}$;
- (6) 如果 k 小于终止步数, 则 $k = k + 1$ 转④;
- (7) 如果未达到冷却状态, 则执行降温操作, $T_{k+1} = \lambda T_k$, 然后转③; 否则, 输出最优点, 计算结束。

以上是采用模拟退火算法求解反问题的基本策略和数值方法。

模拟退火算法的几个关键问题如下:

- (1) 温度 T 的初始值设置, 是影响模拟退火算法全局搜索性能的重要因素之一。初始温度高, 则搜索到全局最优解的可能性大, 但因此要花费大量的计算时间; 反之, 则可节约计算时间, 但全局搜

索性能可能受到影响。实际应用过程中，初始温度一般需要依据实验结果进行若干次调整。实际应用模拟退火算法时，其初始温度采用下式^[13]确定：

$$T_{ini} = -\frac{1}{\ln p_{ini}} \quad (11)$$

式中： T_{ini} 为初始温度； p_{ini} 为期望的初始接受概率， $p_{ini} = 0.7 \sim 0.9$ 。模拟退火算法的终止温度为

$$T_{fina} = -\frac{1}{\ln p_{fina}} \quad (12)$$

式中： T_{fina} 为终止温度； p_{fina} 为期望的终止接受概率，且 $p_{fina} \rightarrow 0$ 。图 1 给出了初始温度对收敛过程的影响。

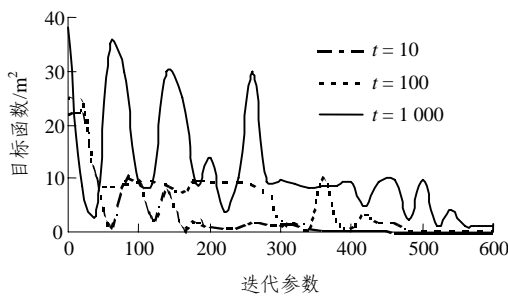


图 1 初始温度对收敛过程的影响

Fig.1 Influence of initial temperatures on convergence process

(2) 降温策略。温度管理问题也是模拟退火算法难以处理的问题之一。实际应用中，由于必须考虑计算复杂度的切实可行性等问题，常采用如下所示的降温方式：

$$T^{k+1} = \lambda T^{k_0} \quad (13)$$

式中： λ 为正的略小于 1.00 的常数， k_0 为降温的次數。另一种降温规则为

$$T^k = T^0 \exp(-ck^{1/n}) \quad (14)$$

式中： c 为预先定义的参数， n 为变量的个数， k 为迭代次数。

(3) 邻域结构和状态产生函数。设计状态产生函数(邻域函数)的出发点应该是尽可能保证产生的候选解遍布全部解空间。通常，状态产生函数由两部分组成，即产生候选解的方式和候选解产生的概率分布。前者决定由当前解产生候选解的方式，后者决定在当前候选解中选择不同状态的概率。候选解的产生方式由问题的性质决定，通常在当前解状态的邻域结构内以一定概率方式产生，而邻域函数和概率方式可以多样化设计，其中概率分布可以是均匀分布、指数分布、柯西分布等。采用 Ingber (1989 年)提出的非常快速模拟退火算法的状态产生函数^[14]：

$$\Delta m_i = \eta_i (m_{imax} - m_{imin}) \quad (15)$$

$$\eta_i = \text{sgn}(u_i - 0.5) T_i \left[\left(1 + \frac{1}{T_i} \right)^{|2u_i - 1|} - 1 \right] \quad (16)$$

式中： m_{imax} ， m_{imin} 为参数的上下限； u_i 为[-1, 1)区间上随机数； η_i 为参数，介于[-1, 1)之间。

(4) 内循环终止准则。内循环终止准则，或称为 Metropolis 抽样稳定准则，用于决定在各温度下产生候选解的数目。在非时齐算法中，由于在每个温度下只产生一个或者少量候选解，所以不存在内循环终止准则问题。而在时齐算法中，收敛性条件要求在每个温度下产生候选解的数目趋于无穷大，以使相应的马尔可夫链达到平稳概率分布，显然在实际应用算法时这是无法实现的。采用的抽样稳定准则包括：① 检验目标函数的均值是否稳定；② 连续若干步的目标函数变化较小；③ 按一定的步数抽样。

(5) 外循环终止准则。外循环终止准则，也就是算法终止准则，用于决定算法何时结束。设置温度终值是一种简单的方法。模拟退火算法的收敛理论中要求趋于 0，这显然是不实际的。采用的终止准则包括：① 设置终止温度的阈值；② 设置外循环迭代次数；③ 算法搜索到最优值连续若干步保持不变；④ 检验系统熵是否稳定。

4 数值算例

如图 2 所示，含水层共分为 4 个子区域，4 个子区域的比储水系数相同，而渗透系数不同，共有 5 个待识别参数。其中 AB 边界的水头 $h_1 = 11.0$ m，CD 边界的水头 $h_2 = 1.0$ m，AC，BD 边界为不透水边界，初始条件为 $h_0|_{(t=0)} = 10.0$ m。在每个子区域布置一个水头观测点，数值模拟在不同时刻观测到的水头如表 1 所示。

4.1 地下水流动模型参数识别的不唯一性

由于在地下水水头观测时，不可避免存在观测误差，这会使得反演的目标函数变得比较复杂。为了分析含水层参数识别问题的不唯一性，并且直观地显示出目标函数的几何图形，首先研究单一变量时目标函数的非凸特性。如图 2 所示，假设各含水层的储水系数为同一数值并且已知，第 1~4 分区的渗透系数已知，而第 2 分区的导水系数未知。各分区含水层参数如表 2 所示。

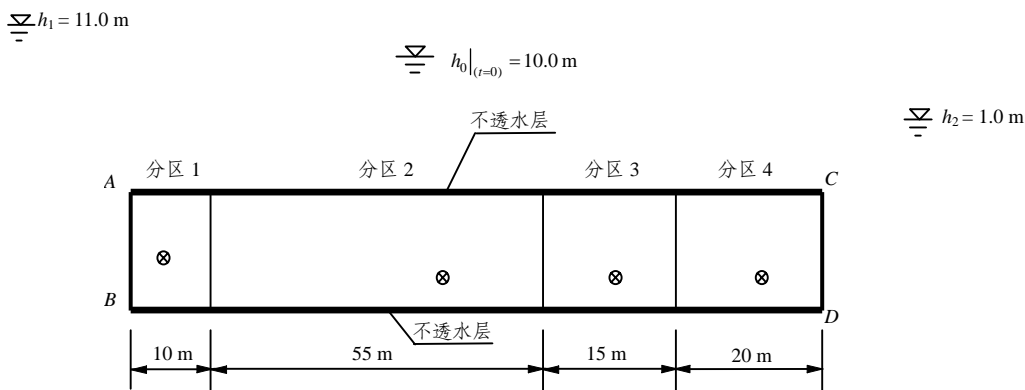


图2 二维地下水流动模型

Fig.2 Configuration of the two-dimensional groundwater flow model

表1 不同观测点不同时刻观测到的水头数据

Table 1 Measured data of water head at different points with different periods

观测时间/d	水头/m			
	观测点 1	观测点 2	观测点 3	观测点 4
0.1	10.687 16	9.979 836	9.170 668	3.640 028
0.2	10.728 88	9.807 406	8.396 107	3.374 715
0.3	10.697 14	9.537 611	7.756 343	3.121 658
0.4	10.635 57	9.198 385	7.028 817	1.584 894
0.5	10.560 86	8.835 012	6.398 876	1.423 336

表2 含水层各分区的参数值

Table 2 Hydraulic conductivities and specific storage coefficients

$k_1 / (\text{m}^2 \cdot \text{d}^{-1})$	$k_2 / (\text{m}^2 \cdot \text{d}^{-1})$	$k_3 / (\text{m}^2 \cdot \text{d}^{-1})$	$k_4 / (\text{m}^2 \cdot \text{d}^{-1})$	S_s
2 000.0	未知	10.0	1 000.0	0.020

为了模拟观测误差, 在理论模拟的观测数据随机添加观测误差:

$$h_m^* = h_m + \text{sgn}(R - 0.5)\Delta h \quad (17)$$

式中: h_m^* 为含有观测误差的观测数据, h_m 为没有观测误差的观测数据, sgn 为符号函数, Δh 为水头观测误差, R 为介于[0, 1]之间的随机数。

图3为数值计算的不同观测误差条件下的目标函数。从图中可以看出, 当观测误差等于0时, 目标函数是凸函数, 这与 Tihonov 所得到的结论是一致的^[1]; 当观测数据存在误差时, 目标函数是非凸的。表3给出了为当观测误差为0.05 m时目标函数局部极小值的分布情况。

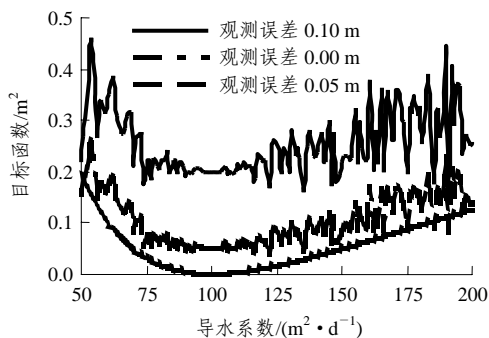


图3 不同观测误差条件下的目标函数

Fig.3 Objective functions of the different measurement errors

表3 目标函数局部极小值的分布

Table 3 Distribution of local minima of objective functions

局部极小值 / ($\text{m}^2 \cdot \text{d}^{-1}$)	目标函数 / m^2	局部极小值 / ($\text{m}^2 \cdot \text{d}^{-1}$)	目标函数 / m^2
56	0.149	108	0.049
59	0.160	116	0.049
66	0.120	122	0.044
70	0.080	127	0.057
74	0.056	135	0.043
77	0.055	144	0.079
84	0.053	156	0.087
103	0.047	166	0.085

4.2 基于模拟退火算法的含水层渗透系数识别结果

为了检验所建立的基于模拟退火算法的地下水模型参数识别方法的有效性, 采用数值仿真方法, 将假设的模型参数代入到正问题有限元模型中, 模拟各个观测点在不同时刻的“水头观测值”, 如表1所示。然后, 按照式(17)给出的各个观测值随机添加0.05 m的随机观测误差, 得到的含水层参数识别结果如表4所示。图4给出了目标函数的收敛过程, 可以看出, 在高温时, 算法能够接受目标函数较高值的解, 而随着温度的降低, 算法仅仅接受目标函数降低的新解。

表4 参数识别值与理论值的对比

Table 4 Comparison of identified hydraulic conductivities and specific storage coefficients with theoretical values

名称	$k_1/(m^2 \cdot d^{-1})$	$k_2/(m^2 \cdot d^{-1})$	$k_3/(m^2 \cdot d^{-1})$	$k_4/(m^2 \cdot d^{-1})$	S_s
理论值	2 000.0	100.0	10.0	1 000.0	0.020
识别值	2 010.3	998.7	10.2	1 009.0	0.018

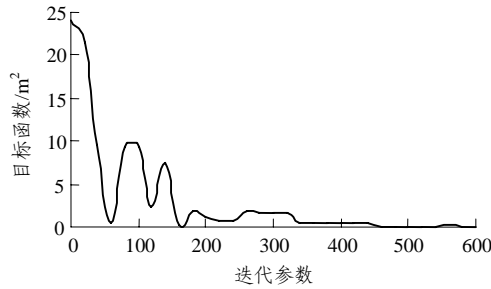


图4 目标函数的收敛过程

Fig.4 Convergence process of objective functions

5 结论

研究表明,对于简单模型参数辨识问题,根据地质勘查等获得的先验信息,若对于模型参数的初始估计比较接近实际情况时,为节约计算时间和减少反演方法的复杂度,采用梯度搜索方法识别材料参数,可以获得模型参数的近似最优解。Tihonov (1963年)证明,如果正问题(forward problem)是线性的,那么,反问题的解存在唯一解且连续地依赖于观测数据(稳定)。但是,对于复杂的模型参数识别问题,数值试验发现,即使正问题是线性的,当不考虑观测数据的观测误差时,反问题的解是唯一的,也就是说,目标函数是凸函数;但是,当考虑到观测数据的观测误差时,即使正问题是线性的,反问题的目标函数是非凸的,反问题解是不唯一的。观测误差越大,目标函数的局部极小值数目越多。数值模拟研究表明,对于地下水模型参数识别反问题,模拟退火算法具有全局搜索能力,通过对模拟退火算法的改进,包括中间最优解的保留和退火算法结束后的局部梯度搜索,能够提高反演解的精度。

参考文献(References):

[1] Yeh W W G. Review of parameter identification procedures in groundwater hydrology: the inverse problem[J]. Water Resource Reservation, 1986, 22(2): 95 - 108.
 [2] Carrera J. Estimation of aquifer parameters under transient and steady-state conditions 1. maximum likelihood method incorporating

prior information[J]. Water Resource Reservation, 1986, 22(2): 199 - 210.
 [3] Rizel B. Using genetic algorithm to solve a multiple objective groundwater pollution containment problem[J]. Water Resource Reservation, 1994, 30(5): 1 589 - 1 603.
 [4] Zhang C. Parameter structure identification using tabu search and simulated annealing[J]. Advances in Water Resources, 1996, 19(4): 215 - 224.
 [5] 李守巨,刘迎曦.基于人工神经网络的岩体渗透系数反演方法及其工程应用[J].岩石力学与工程学报,2002,21(4):479-484.(Li Shouju, Liu Yingxi. Inversion algorithm of permeability coefficients of rockmass and its application based on artificial neural network[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(4): 479 - 484.(in Chinese))
 [6] Abbaspour K C. Estimating unsaturated soil hydraulic parameters using ant colony optimization[J]. Advances in Water Resources, 2001, 24(8): 827 - 841.
 [7] 何翔,李守巨.基于遗传神经网络的坝基岩体渗透系数识别[J].岩石力学与工程学报,2004,23(5):751-757.(He Xiang, Li Shouju. Identification of permeability coefficient of rock mass in dam foundation based on genetic neural network[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(5): 751 - 757.(in Chinese))
 [8] 刘先珊,余成学,张立君.渗流反分析中交替迭代算法神经网络研究[J].岩石力学与工程学报,2004,23(9):1470-1475.(Liu Xianshan, She Chengxue, Zhang Lijun. Back analysis of seepage with ANN based on alternative and interactive algorithm[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(9): 1 470 - 1 475.(in Chinese))
 [9] 盛金昌,速宝玉,詹美礼.三维天然渗流场反演分析及工程应用[J].岩石力学与工程学报,2003,22(2):203-207.(Sheng Jinchang, Su Baoyu, Zhan Meili. Back analysis of 3D seepage problem and its engineering application[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(2): 203 - 207.(in Chinese))
 [10] 姚磊华,李竞生.综合改进的遗传算法反演三维地下水流模型参数[J].岩石力学与工程学报,2004,23(4):625-630.(Yao Leihua, Li Jingsheng. Parameter identification of 3D groundwater flow model with improved genetic algorithm[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(4): 625 - 630.(in Chinese))
 [11] Metropolis N A. Equation of state calculations by fast computing machines[J]. J. Chem. Phys., 1953, 21(6): 1 087 - 1 092.
 [12] Kirkpatrick S. Optimization by simulated annealing[J]. Science, 1983, 220(320): 671 - 680.
 [13] Chen T. Efficiency improvement of simulated annealing in optimal structural designs[J]. Advances in Engineering Software, 2002, 33(7): 675 - 680.
 [14] Li X, Koike T. A very fast simulated re-annealing approach for land data assimilation[J]. Computer and Geosciences, 2004, 30(3): 239 - 248.