

# 无源定位跟踪中修正协方差扩展卡尔曼滤波算法<sup>1</sup>

郭福成 李宗华 孙仲康

(国防科技大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

**摘要:** 针对无源定位跟踪中 EKF 受初值、测量噪声影响大等缺点, 该文提出了一种新的修正协方差扩展卡尔曼滤波方法 (MVEKF), 并将其与无源定位跟踪中常用的 EKF, MGEKF, IEKF 等滤波方法进行了仿真比较, 表明该方法比 EKF 方法更具稳定性; 而且无需寻找 MGEKF 方法中所需的观测量可修正函数, 因而可以应用于其它领域的非线性滤波中。

**关键词:** 无源定位, 卡尔曼滤波, 协方差, 非线性

**中图分类号:** TN97 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)06-0917-06

## The Modified Covariance Extended Kalman Filter in Passive Location and Tracking

Guo Fu-cheng Li Zong-hua Sun Zhong-kang

(School of Electronic Sci. and Eng., National Univ. of Defence Tech.,  
Changsha, Hunan 410073, China)

**Abstract** As the erratic performance of Extended Kalman Filter(EKF) method in passive locaiton, a new filtering method called Modified coVariance EKF(MVEKF) is put forward. It is also compared with several filtering methods mostly used in passive location and tracking, such as EKF, MGEKF, IEKF. Computer simulation shows that this method is robust and has short convergence time. Because it is not required by this method that the measurement equation is linear in MGEKF, it can be used in other non-linear filtering applications.

**Key words** Passive location, Kalman filtering, Covariance, Non-linear

### 1 引言

在现代电子战、信息战中, 对辐射源的单站无源定位与跟踪 (Single Observer Passive Location and Tracking, SOPLAT) 具有重要的意义<sup>[1,2]</sup>。由于在单站无源定位中, 角度、频率、到达时间等观测量都是直角坐标系下状态变量的非线性方程, 因此必须采用非线性滤波方法。单站无源定位中传统的非线性滤波方法是扩展的卡尔曼滤波 (Extended Kalman Filter, EKF) 方法<sup>[2-4]</sup>, 即将非线性观测量在预测点处进行泰勒展开后舍去高次项, 线性化后代入卡尔曼滤波算法进行跟踪。但由于 EKF 估计方法具有依赖于初始状态估计并受测量噪声影响大等缺点, 估计过程中协方差易出现病态, 导致滤波定位结果不稳定。为此许多研究工作开始致力于研究更加稳定、精度更高的算法, 如迭代的扩展卡尔曼滤波 (Iterated EKF, IEKF) 方法, 它在没有更新测量值的情况下采用滤波值和协方差阵进行多次迭代计算, 从而得到更高精度的估计<sup>[4,5]</sup>。

针对无源定位中 EKF 方法的不足, Song 提出另一种修正增益的扩展卡尔曼滤波 (Modified Gain EKF, MGEKF) 方法<sup>[6]</sup>, 即如果观测方程的非线性函数是“可修正的 (Modifiable)”, 那么就可以用测量值计算卡尔曼增益的修正函数, 从而对卡尔曼滤波的增益进行修正更新。随后 Galkowski 用更加简单的方法重新推导了只测角条件下的 MGEKF 滤波方程, 用仿真验证了

<sup>1</sup> 2003-01-23 收到, 2003-04-14 改回

这种算法确实要比 EKF 方法要优越<sup>[7]</sup>。后来 Guerci 又提出一种目标初始状态选定的方法以改进 EKF 或 MGEKF 的缺陷<sup>[8]</sup>。

由于 MGEKF 方法需要寻找观测量的修正函数, 因此当所用的观测量不满足可修正条件时, 寻找一种稳健、高精度的跟踪滤波方法也就成为一个备受关注的问题。本文对这个问题进行研究并提出了一种修正协方差的卡尔曼滤波 (Modified coVariance EKF, MVEKF) 算法, 绕开了 MGEKF 方法中寻找修正函数的问题, 同时又保持了和 MGEKF 相近的性能, 对于更一般的非线性滤波问题具有更广的实用性。

## 2 修正协方差的扩展卡尔曼滤波算法

### 2.1 跟踪模型

在无源定位系统中, 直角坐标系下的状态方程是线性的, 通常可以写成如下形式:

$$\mathbf{X}_i = \Phi \mathbf{X}_{i-1} + \mathbf{B} \mathbf{U}_{i-1} + \mathbf{W}_{i-1} \quad (1)$$

其中状态变量  $\mathbf{X}_i = (x_i, y_i, z_i, \dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i)^T$ ,  $\Phi$  为状态转移矩阵,  $\Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & T_s \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} (T_s^2/2) \mathbf{I}_3 \\ T_s \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}$ ,

其中  $\mathbf{I}_3$  为 3 阶单位阵,  $T_s$  为测量周期,  $\mathbf{W}_{i-1}$  为状态噪声。

单站被动接收条件下观测量可以为来波到达角度 (DOA)、频率 (FOA)、时间 (TOA) 及其变化率的组合<sup>[2,3,6-11]</sup>, 而这些观测量都是状态变量的非线性函数, 因此观测方程可以写为

$$\mathbf{Z}_{mi} = \mathbf{G}(\mathbf{X}_i) + \mathbf{N}_i \quad (2)$$

其中  $\mathbf{N}_i$  为测量噪声,  $\mathbf{G}(\cdot)$  为观测量的非线性函数。

### 2.2 修正协方差原理

在高斯白噪声条件下的线性系统卡尔曼滤波中, 由正交投影定理<sup>[2,4,9]</sup>可得:

$$E[\hat{\mathbf{Z}}_i \tilde{\mathbf{X}}_i^T] = 0 \quad (3)$$

其中  $\hat{\mathbf{Z}}_i = \mathbf{H} \hat{\mathbf{X}}_i$  为第  $i$  时刻的信息,  $\tilde{\mathbf{X}}_i = \mathbf{X}_i - \hat{\mathbf{X}}_i$  为状态滤波误差。由于  $E[\tilde{\mathbf{X}}_i] = 0$ ,  $\mathbf{X}_i$  为确定量, 故  $E[\mathbf{X}_i \tilde{\mathbf{X}}_i^T] = \mathbf{X}_i E[\tilde{\mathbf{X}}_i^T] = 0$ , 因此可得

$$E[\hat{\mathbf{Z}}_i \tilde{\mathbf{X}}_i^T] = E[(\mathbf{H} \mathbf{X}_i - \mathbf{H} \hat{\mathbf{X}}_i)(\mathbf{X}_i - \hat{\mathbf{X}}_i)^T] = \mathbf{H} \mathbf{P}_i = 0 \quad (4)$$

在实际的 EKF<sup>[2,3]</sup> 滤波器中, 由于预测值  $\hat{\mathbf{X}}_{i/i-1}$  存在一定的偏差, 导致在预测点处所求得的 Jacobi 矩阵  $\mathbf{H}_i^-$  也存在偏差, 使得

$$\mathbf{H}_i^- \mathbf{P}_{i/i}^- \neq 0 \quad (5)$$

其中  $\mathbf{P}_{i/i}^-$  为 EKF 中第  $i$  个测量时刻滤波状态协方差阵。

MVEKF 的基本思想是在 EKF 方法中采用状态滤波值  $\hat{\mathbf{X}}_{i/i}$  重新计算 Jacobi 矩阵:

$$\mathbf{H}_i^+ = \left. \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}=\hat{\mathbf{X}}_{i/i}} \quad (6)$$

并利用此  $\mathbf{H}_i^+$  作为测量矩阵对协方差矩阵进行更新, 从而得到更加准确的修正协方差矩阵  $\mathbf{P}_{i/i}^+$ , 使得:

$$\mathbf{H}_i^+ \mathbf{P}_{i/i}^+ \approx 0 \quad (7)$$

用滤波值计算的  $H_i^+$  进行卡尔曼滤波增益和滤波协方差阵的计算, 由于其中隐含了本次测量值  $Z_{mi}$  信息, 因而能改善非线性估计的性能。

### 2.3 MVEKF 算法实现步骤

由于 Kalman 滤波法为一种递推滤波方法, 因此在 EKF 基础上改进的 MVEKF 方法每一次递推计算的步骤如下:

(1) 计算预测方程:

$$\hat{X}_{i/i-1} = \Phi \hat{X}_{i-1} \quad (8)$$

(2) 计算测量方程在预测点处的 Jacobi 矩阵

$$H_i^- = \left. \frac{\partial G(X)}{\partial X} \right|_{X=\hat{X}_{i/i-1}} \quad (9)$$

(3) 计算预测协方差和 Kalman 增益:

$$P_{i/i-1} = \Phi P_{i-1/i-1} \Phi^T \quad (10)$$

$$K_i = P_{i/i-1} H_i^{-T} [H_i^- P_{i/i-1} H_i^{-T} + R_i]^{-1} \quad (11)$$

(4) 得到滤波估计:

$$\hat{X}_i = \hat{X}_{i/i-1} + K_i [Z_{mi} - G(\hat{X}_{i/i-1})] \quad (12)$$

(5) 按照式 (6) 重新计算在测量点处的 Jacobi 矩阵  $H_i^+$ ;

(6) 重新计算预测协方差和 Kalman 增益:

$$K_i = P_{i/i-1} H_i^{+T} [H_i^+ P_{i/i-1} H_i^{+T} + R_i]^{-1} \quad (13)$$

$$P_i = [I - K_i H_i^+] P_{i/i-1} [I - K_i H_i^+]^T + K_i R_i K_i^T \quad (14)$$

这样得到的协方差阵中隐含了本次测量值  $Z_{mi}$  信息, 从而改善了估计的性能。仔细比较迭代次数  $i = 2$  时的 IEKF 算法<sup>[4,5]</sup>和 MVEKF 算法, 可见在 MVEKF 中并不更新状态滤波估计值。

## 3 无源跟踪中典型滤波算法的仿真试验与性能分析

为了比较 MVEKF 方法和 EKF, MGEKF, IEKF 等方法, 这里试举两例。

**例 1** 利用角度及其变化率对三维空间的匀速运动目标跟踪定位

假定目标辐射源在高度  $H$  水平面上匀速直线运动, 为了满足利用角度及其变化率无源定位的可观测性<sup>[11]</sup>, 假定观测器和目标的运动轨迹互相平行, 运动方向相反, 观测器作匀加速-匀减速-匀加速地周期性直线机动运动。根据前面所述的算法利用角度及其变化率对目标进行无源跟踪, 可以得到每一个时刻对目标的估计  $\hat{X}_{Ti} = (\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{z}_i, \hat{\dot{x}}_i, \hat{\dot{y}}_i, \hat{\dot{z}}_i)$ 。因此在仿真中可以将实际定位误差  $\sigma_{ri}$  定义为

$$\sigma_{ri} = \sqrt{(x_{Ti} - \hat{x}_{Ti})^2 + (y_{Ti} - \hat{y}_{Ti})^2 + (z_{Ti} - \hat{z}_{Ti})^2}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (15)$$

其中  $N$  为观测的次数。为了减小实际计算中偶然因素的影响, 采用 Monte-Carlo 方法进行 100 次试验, 取这 100 次的实际定位误差的平均, 计算得到平均定位相对误差  $\bar{\sigma}_{ri}/r_i$ , 其中  $r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}$  为目标辐射源相对于观测器的真实距离。

仿真条件如下： $W = L = 100\text{km}$ ,  $v_T = 250\text{m/s}$ ,  $250\text{m/s} \leq v_O \leq 400\text{m/s}$ ，观测器加速度  $a_O = \pm 0.5g$ ,  $g = 9.8\text{m/s}^2$  为重力加速度，观测器位置导航误差  $\sigma_{x_0} = \sigma_{y_0} = 15\text{m}$ ，观测器速度导航误差  $\sigma_{v_x} = \sigma_{v_y} = 0.1\text{m/s}$ ，观测周期  $T_s = 1\text{s}$ ，观测时间： $T = 200\text{s}$ ，Monte-Carlo 次数 = 100 次。在相同条件下，比较 EKF, MGEKF, MVEKF, IEKF 四种定位方法的定位误差收敛情况，进行如下两组仿真：

仿真 1 角度测量误差  $\sigma_\beta = \sigma_\epsilon = 5\text{ mrad}$ ，方位角变化率误差  $\sigma_{\dot{\beta}} = 0.1\text{mrad/s}$ ;

仿真 2 高精度观测量条件下无源定位仿真， $\sigma_\beta = \sigma_\epsilon = 0.5\text{mrad}$ ,  $\sigma_{\dot{\beta}} = 0.01\text{mrad/s}$ ;

得到定位相对误差收敛曲线图如图 1 和图 2 所示。

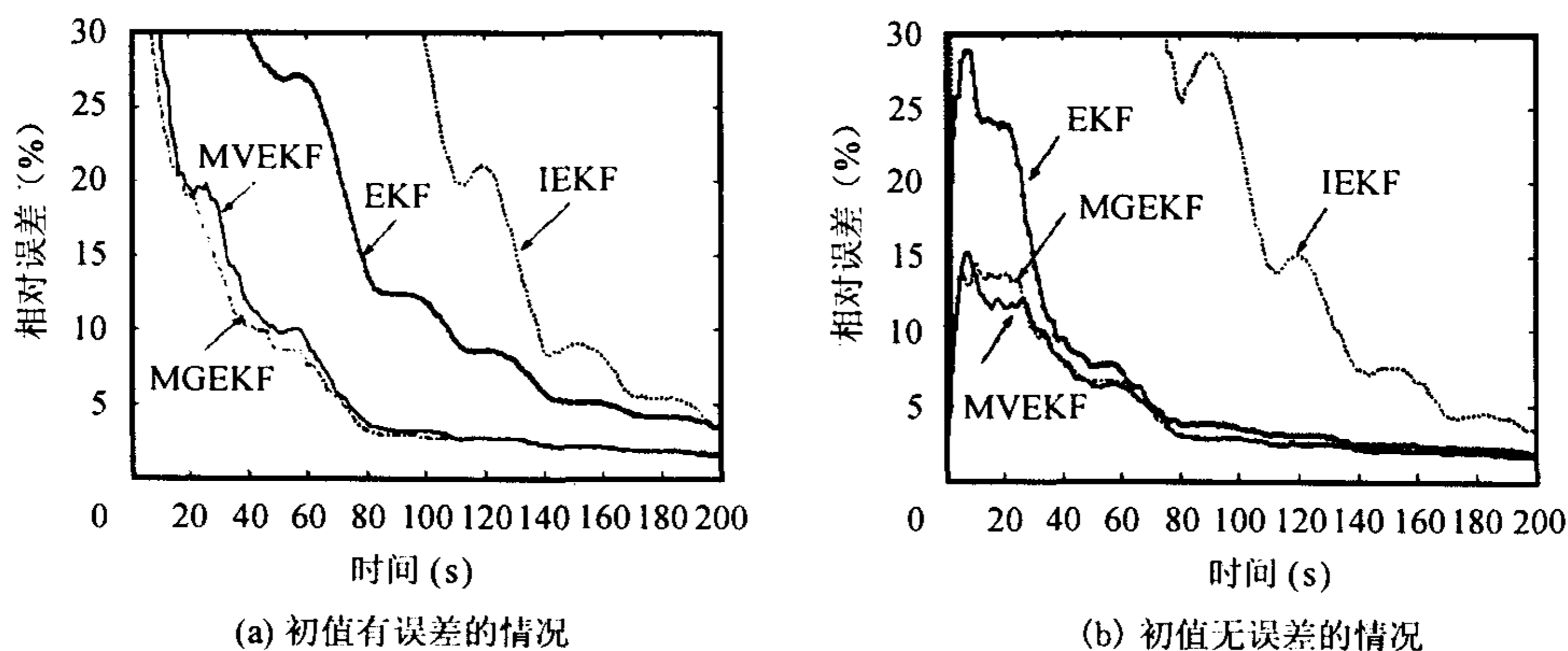


图 1 对运动辐射源跟踪平均定位相对误差收敛曲线比较

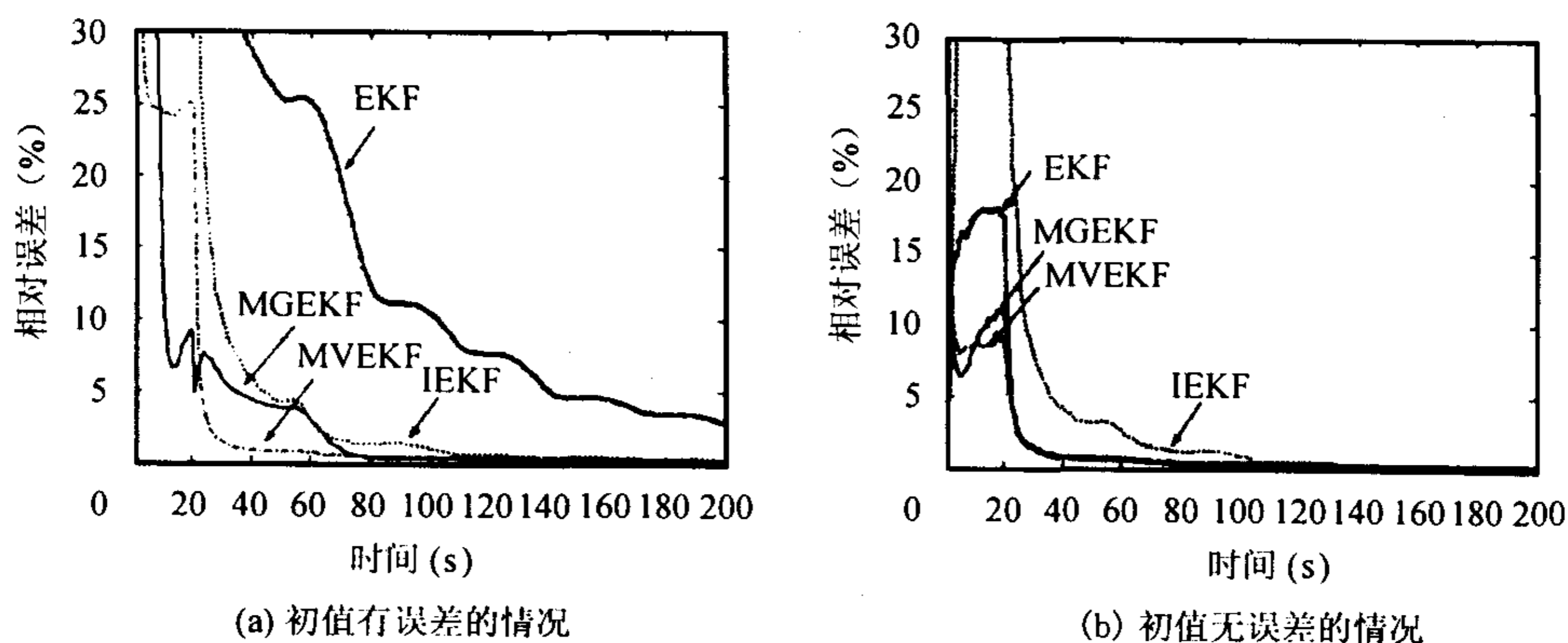


图 2 对运动辐射源定位相对误差收敛曲线比较

由图 1(a) 可以看出，MGEKF 和 MVEKF 的定位相对误差收敛曲线比较接近，性能基本一致，其中 MGEKF 方法比 MVEKF 方法在开始一段收敛速度稍快一些，但收敛后两条曲线基本重合，两者都比 EKF 方法收敛要快，定位误差也要小；其中 IEKF 最差，收敛速度最慢。由图 1(b) 可见，在初值无误差的条件下，MGEKF 和 MVEKF 的性能也基本相同，而 EKF 收敛时也与前两者的性能基本一样，而 IEKF 的性能最差。

由图 2(a) 可见，如果角度及其变化率参数的测量噪声比较小，则 IEKF, MGEKF, MVEKF 滤波误差收敛曲线比较接近，而 EKF 滤波误差最大。由图 2(b) 可见，如果测量噪声很小而且

初值也没有误差, 对运动目标进行定位, 则 EKF, MGEKF, MVEKF 性能在收敛时完全一样, IEKF 性能在收敛时基本和前三者一致。

从上面 4 个仿真曲线图可以看出, 在这个仿真例子中, 相对而言 EKF 对于观测噪声、初始状态估计误差都很敏感; 而 IEKF 对于观测噪声比较敏感, 而对于初始状态估计误差不敏感; MVEKF 和 MGEKF 两者性能基本差不多, 两者比 EKF 和 IEKF 性能都要好一些。

#### 例 2 利用多普勒频率变化率信息的二维单站无源跟踪

假定利用方位角及其变化率、多普勒频率变化率信息 3 个观测量对匀速运动辐射源进行跟踪, 其中观测器和辐射源之间相对几何关系与例 1 基本相同, 所不同的是例 2 中观测器静止不动。仿真条件为:  $\sigma_\beta = 5\text{mrad}$ ,  $\sigma_{\dot{\beta}} = 0.5\text{mrad/s}$ , 多普勒频率变化率测量误差  $\sigma_{f_d} = 2\text{Hz/s}$ , 其余条件同例 1。可以得到 EKF, MGEKF, MVEKF, IEKF 方法的定位相对误差曲线对比如图 3 所示。

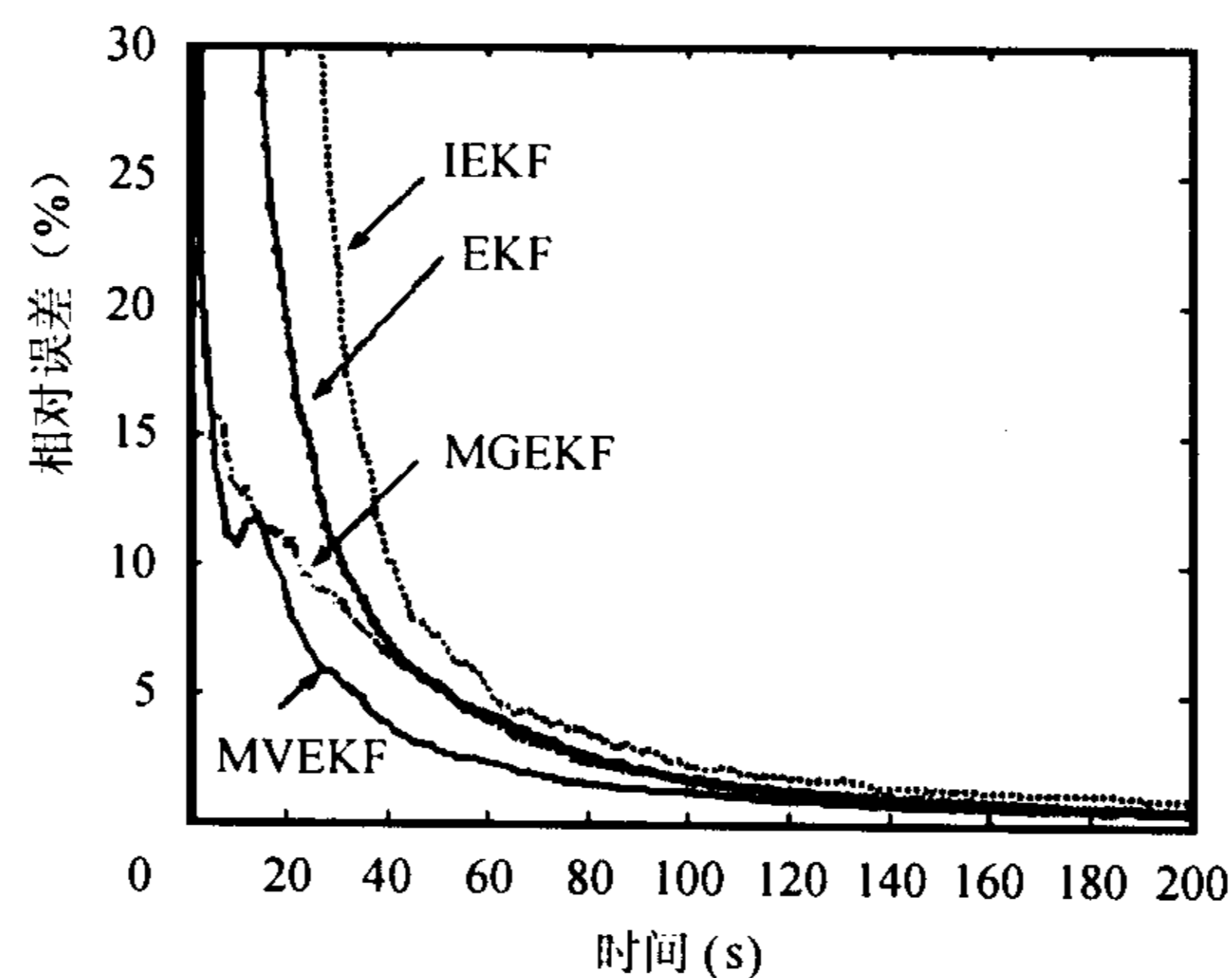


图 3 利用多普勒频率变化率 SOPLAT 跟踪平均定位相对误差曲线对比

由图 3 可见, 在利用多普勒频率变化率定位时, MVEKF 方法开始阶段滤波收敛较快, 到后期与 MGEKF 和 EKF 方法的定位误差基本相同, 而 IEKF 方法收敛最慢。

## 4 结论

本文分析了非线性的无源定位模型, 根据正交投影原理提出了一种新的修正增益扩展卡尔曼滤波方法, 并借助于计算机仿真将其和无源定位中常用的 EKF, MGEKF, IEKF 等跟踪方法的性能进行了比较, 仿真试验表明: 相对而言, EKF 和 IEKF 方法对于观测噪声、初始状态估计误差都很敏感; 而 MVEKF 和 MGEKF 两者性能基本一致, 两者都比 EKF 和 IEKF 方法的性能要好一些; 但是, MGEKF 方法需要寻找观测方程的修正函数, 当观测量的修正函数不存在时, MGEKF 方法的跟踪性能将会下降, 而 MVEKF 则没有这个限制, 因此它比 MGEKF 具有更加宽广的应用范围, 可以应用到其它领域的非线性滤波估计中。

## 参 考 文 献

- [1] 侯印鸣等. 综合电子战——现代战争的杀手锏. 北京: 国防工业出版社, 2000 年 1 月: 154-188.
- [2] 孙仲康, 周一宇, 何黎星. 单多基地有源无源定位技术. 北京: 国防工业出版社, 1996 年 5 月: 196-312.
- [3] Aidala V. Kalman filter behavior in bearing-only tracking applications. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1979, AES-15(1): 29-39.
- [4] Bar-Shalom Y. Estimation and Tracking, Principles, Techniques, and Software. Boston, London: Artech House, 1993: 382-410.

- [5] Bell M, Cathey W. The iterated Kalman filter update as a Gauss-Newton method. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1993, AC-38(2): 294-297.
- [6] Song T L, Speyer J. A stochastic analysis of a modified gain extended Kalman filter with applications to estimation with bearings only measurements. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1985, AC-30(10): 940-949.
- [7] Galkowski P, Islam M. An alternative derivation of modified gain function of Song and Speyer. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1991, AC-36(11): 1322-1326.
- [8] Guerci J, Goetz R, Dimodica J. A method for improving extended Kalman filter performance for angle-only passive ranging. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1994, AES-30(4): 1090-1093.
- [9] Fagin S. Comments on a method for improving extended Kalman filter performance for angle-only passive ranging. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1995, AES-31(3): 1148-1150.
- [10] 邓新蒲. 运动单观测器无源定位与跟踪方法研究. [博士论文], 长沙: 国防科学技术大学研究生院, 2000.
- [11] Becher K. Simple linear theory approach to TMA observability. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1993, AES-29(2): 575-578.

郭福成: 男, 1975 年生, 博士, 讲师, 主要研究方向为无源定位、现代雷达和通信中信号处理技术等等。  
李宗华: 男, 1974 年生, 博士生, 主要研究方向为无源定位、雷达信号处理和电子战系统仿真。  
孙仲康: 男, 1930 年生, 教授, 博士生导师, 国家级重点学科带头人, 国家高技术 863 专家组成员和顾问, 曾获委级科技奖七项, 在国内首批编著出版了数字技术在雷达信号、数据、图像、定位方面的学术著作七部约二百多万字, 在国内外发表论文 140 多篇。