

端部嵌固桩的稳定性分析

杨维好 任彦龙

(中国矿业大学建筑工程学院 徐州 221008)

摘要 对3种不同的桩顶支承情况下的端部嵌固桩,用能量法对其在顶部集中荷载和桩侧摩阻力作用下的竖向稳定性进行了研究,推导了求解失稳问题的计算公式,用数值方法求得了桩的临界长细比的数值解。通过对数值解的分析,最后得到桩的临界长宽比简单的近似计算公式。

关键词 端部嵌固桩,稳定性分析,能量法

分类号 TU 473.1

文献标识码 A

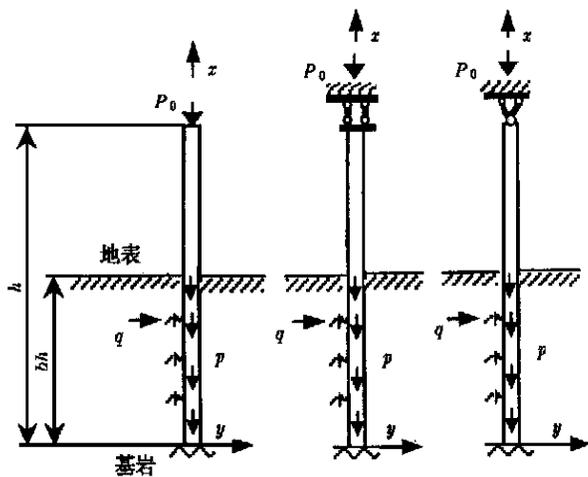
文章编号 1000-6915(2000)03-0380-03

1 力学模型及求解公式

在较复杂的荷载作用下,如何采用简便的公式验算桩的稳定性是一个值得研究的问题^[1]。在顶部集中荷载和桩侧摩阻力作用下,端部嵌固桩的稳定性分析模型见图1。考虑桩侧摩阻力沿深度线性变化的情况,将桩侧摩阻力化为线性荷载 p (以向下为正)为

$$p = s + tx \quad (0 \leq x \leq bh) \quad (1)$$

式中: p 为桩地面以下的部分受到的线载 $/N \cdot m^{-1}$; s, t 为系数,均可正可负; x 为纵向坐标 $/m$ 。



(a) 桩顶自由 (b) 桩顶弹性嵌固 (c) 桩顶铰接

图1 端部嵌固桩稳定分析模型

Fig. 1 Buckling analysis model for bottom-fixed pile

由Winkler地基假设,按“m”法确定土层的抗力系数^[2],则土层的水平抗力 q 为

$$q = \beta b_1 (bh - x)y \quad (0 \leq x \leq bh) \quad (2)$$

式中: h 为桩的总长度 $/m$; b_1 为计算宽度 $/m$; β 为土层水平抗力系数的比例系数 $/N \cdot m^{-4}$; b 为桩的埋入系数,无量纲; y 为桩的挠度 $/m$ 。

用能量法^[3]求解。对于自由、弹性嵌固(无转角,但可有水平位移)和铰接这3种顶部支承情况,端部嵌固桩的挠曲函数可表示为

$$y = \sum_{n=1}^{\infty} C_n f_n(x) \quad (3)$$

式中: C_n 为待定系数;顶部自由时, $f_n(x) = 1 - \cos\left[\frac{(2n-1)\pi x}{2h}\right]$;顶部弹性嵌固时, $f_n(x) = 1 - \cos\left(\frac{n\pi x}{h}\right)$;顶部铰接时, $f_n(x) = \cos\left[\frac{(2n+1)\pi x}{2h}\right] - \cos\left[\frac{(2n-1)\pi x}{2h}\right]$ 。

系统的总势能 Π 为桩的弯曲应变能、土的弹性变形能以及荷载势能之和:

$$\Pi = \frac{EI}{2} \int_0^h (y'')^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^{bh} qy dx - \int_0^{bh} p\omega(x) dx - P_0\omega(h) \quad (4)$$

式中: E 为桩的弹性模量 $/Pa$, I 为惯性矩 $/m^4$, P_0 为桩上端受到的集中荷载 $/N$, $\omega(x)$ 为在 x 截面处桩的轴向下移量 $/m$ 。

$$\omega(x) = \frac{1}{2} \int_0^x (y')^2 dx \quad (5)$$

根据最小势能原理有

1998年11月9日收到初稿,1999年3月20日收到修改稿。

作者 杨维好 简介:男,34岁,博士,1986年毕业于中国矿业大学建筑系矿建专业,现任教授,主要从事岩土工程方面的研究工作。

$$\frac{\partial \Pi}{\partial C_i} = 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (6)$$

$$\text{令 } \lambda = h \sqrt{\frac{A}{I}}, \quad \epsilon_1 = \frac{P_0}{EA}, \quad \epsilon_2 = \frac{s(bh)}{EA}, \quad \epsilon_3 = \frac{t(bh)^2}{2EA},$$

$$\zeta = \sqrt[5]{\frac{\beta b_1}{EI}} h_0$$

式中: $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ 分别为 P_0 、桩侧(埋入部分)矩形分布线载和上三角形分布线载在桩底端产生的应变; λ 为桩长宽比; ζ 为无量纲深度。

将式(6)无量纲化并化简有

$$C_n a_{in} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots) \quad (7)$$

式中: $a_{in} = T_{in} + \zeta R_{in} - \lambda^2 (\epsilon M_{in} + \epsilon H_{in} + 2\epsilon F_{in})$,

$$F_{in} = \frac{1}{hb^2} \int_0^{bh} x \left[\int_0^x f_i(x) f_n(x) dx \right] dx,$$

$$H_{in} = \frac{1}{b} \int_0^{bh} \left[\int_0^x f_i(x) f_n(x) dx \right] dx,$$

$$M_{in} = h \int_0^h f_i(x) f_n(x) dx,$$

$$R_{in} = \frac{b}{h} \int_0^h \left(1 - \frac{x}{bh} \right) f_i(x) f_n(x) dx,$$

$$T_{in} = h^3 \int_0^h f_i(x) f_n(x) dx。$$

式(3)若取为 k 项和, 则由式(7)可得关于 C_n 的 k 元齐次线性方程组。要使该方程组具有非零解, 必须有方程组的系数矩阵行列式等于零。当已知 $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \zeta$ 和 b 时, 根据此编制程序可求得 λ 的最小正根, 即为临界长宽比 λ_c 。如实际桩的长宽比 λ 大于 λ_c , 则桩将会竖向失稳。

2 数值解分析

经计算与分析, 3种情况下的 λ_c 与 $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, b$ 和 ζ 的关系可由下式表示:

$$\frac{1}{\lambda_c^2} = \frac{\epsilon_1}{a_1 \pi^2} \left(1 - b + \frac{b}{g_1} \right)^2 + \frac{\epsilon_2 b^2}{a_2 \pi^2 g_2^2} + \frac{\epsilon_3 b^2}{a_3 \pi^2 g_3^2} \quad (8)$$

式中: a_1, a_2, a_3 为系数, 见表1; g_1, g_2, g_3 为 $b\zeta$ 的函数(图2~4), 反映了桩侧土抗力对 λ_c 的影响。

不考虑桩侧土的弹性抗力时($\zeta = 0$), 或桩的埋入深度为0时($b = 0$), 均有 $g_1 = g_2 = g_3 = 1$, 此时式(8)即为对应情况下的理论解^[4]。 $b\zeta = 8$ 时, g_1, g_2, g_3 的部分计算结果见表2; $b\zeta = 8$ 时, g_1, g_2, g_3 与 $b\zeta$ 的关系可用下式表示, 其误差小于5%。

$$g_m = c_{1m} b\zeta + c_{0m} \quad (m = 1, 2, 3) \quad (9)$$

式中: c_{1m} 和 c_{0m} 为回归系数, 见表1。

算例: 外径 $D = 0.3\text{m}$, $h = 20\text{m}$ 的圆形混凝土桩竖直穿过 $bh = 10\text{m}$ 的土层, 下端与基岩嵌固。桩

的上端受 $P_0 = 636200\text{N}$ 作用, 入土部分受 $p = -42400 + 8480x$ 的摩阻力作用。取 $b_1 = D, E = 3 \times 10^{10} \text{Pa}$, 设 $\beta = 2 \times 10^6 \text{N/m}^4$ 。试计算在本文研究的3种桩顶支承情况下桩的稳定性。

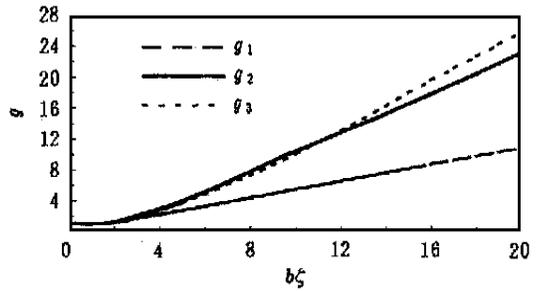


图2 桩顶自由条件下 g_1, g_2, g_3 与 $b\zeta$ 的关系
Fig 2 Curves of g_1, g_2, g_3 vs $b\zeta$ for top-free pile

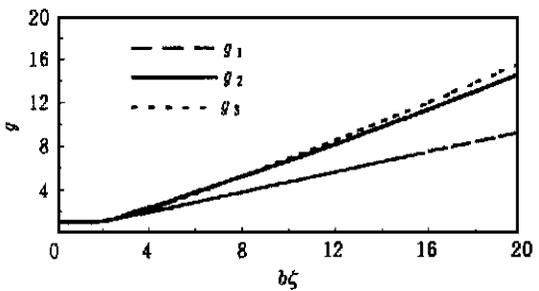


图3 桩顶弹性嵌固条件下 g_1, g_2, g_3 与 $b\zeta$ 的关系
Fig 3 Curves of g_1, g_2, g_3 vs $b\zeta$ for top-fixed pile

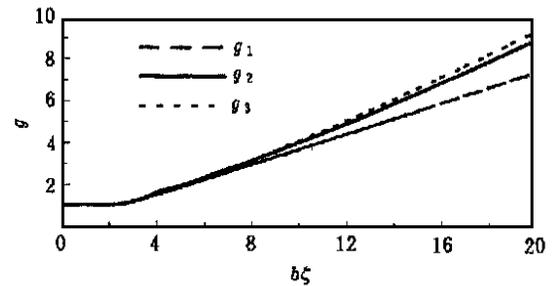


图4 桩顶铰接条件下 g_1, g_2, g_3 与 $b\zeta$ 的关系
Fig 4 Curves of g_1, g_2, g_3 vs $b\zeta$ for top-hinged pile

易算得: $b = 0.5, \zeta = 11.0, \epsilon_1 = 300 \mu\epsilon, \epsilon_2 = 200 \mu\epsilon, \epsilon_3 = 200 \mu\epsilon, \lambda = 266.7$ 。根据表2插值可求得: 桩顶自由时, $g_1 = 2.996, g_2 = 4.5295, g_3 = 4.2585$; 桩顶弹性嵌固时, $g_1 = 2.608, g_2 = 3.3945, g_3 = 3.2555$; 桩顶铰接时, $g_1 = 2.0465, g_2 = 2.1285, g_3 = 2.1095$ 。将由表1查得的 a_m 值和上述计算结果代入式(8)有, 桩顶自由时 $\lambda_c = 134.5 < \lambda$ 桩顶弹性嵌固时 $\lambda_c = 258.9 < \lambda$ 桩顶铰接时, $\lambda_c = 343.8 > \lambda$ 可见只有桩顶铰接时, 桩才不会失稳。

表1 a_m, c_{lm} 和 c_{0m} 的值
 Table 1 Values of a_m, c_{lm} and c_{0m}

$b\zeta$	桩顶自由			桩顶弹性嵌固			桩顶铰接		
	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$
a_m	0.2500	0.7941	0.5189	1.0000	1.9207	1.3664	2.0457	5.3194	3.9280
c_{lm}	0.5446	1.2655	1.5709	0.4733	0.8027	0.8863	0.3703	0.4819	0.5166
c_{0m}	0.0000	-2.3524	-5.6626	0.0000	-1.3407	-2.0032	0.0000	-0.7980	-1.0822

表2 g_1, g_2, g_3 的部分计算结果
 Table 2 Some values of g_1, g_2, g_3

$b\zeta$	桩顶自由			桩顶弹性嵌固			桩顶铰接		
	g_1	g_2	g_3	g_1	g_2	g_3	g_1	g_2	g_3
0.0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
1.4	1.035	1.040	1.039	1.019	1.021	1.020	1.005	1.005	1.005
1.8	1.114	1.135	1.131	1.064	1.070	1.069	1.016	1.017	1.017
2.2	1.266	1.330	1.318	1.160	1.181	1.176	1.042	1.045	1.045
2.6	1.477	1.640	1.608	1.320	1.378	1.364	1.094	1.100	1.100
3.0	1.702	2.026	1.956	1.518	1.666	1.627	1.180	1.194	1.193
4.0	2.203	2.913	2.776	1.943	2.351	2.248	1.526	1.630	1.621
5.0	2.724	3.931	3.712	2.372	2.988	2.867	1.868	1.929	1.905
6.0	3.268	5.128	4.805	2.844	3.801	3.644	2.225	2.328	2.314
7.0	3.812	6.388	5.974	3.313	4.474	4.390	2.594	2.732	2.726
8.0	4.357	7.753	7.239	3.786	5.240	5.228	2.962	3.150	3.167

3 结 论

经推导与数值计算,得到了端部嵌固桩在顶部集中荷载和桩侧摩阻力作用下竖向稳定性问题的数值解,得到了桩的临界长宽比与3种荷载(桩顶集中荷载、沿深度均匀分布和三角形分布的荷载)、土体水平抗力系数的比例系数、桩的埋入深度间的关系。所给出的近似计算公式有较高的精度,可满足工程设计要求,用该式可方便地进行稳定性验算。

参 考 文 献

- 1 陆培炎 桩基设计方法[J]. 岩石力学与工程学报, 1994, 13(4): 375~ 388
- 2 桩基工程手册编委会 桩基工程手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1995
- 3 费志中 弹性稳定[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1989
- 4 罗克 R J, 杨 W C. 应力应变公式[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1985

AXIAL BUCKLING ANALYSIS FOR BOTTOM-FIXED PILE

Yang Weihao, Ren Yanlong

(China University of Mining and Technology, Xuzhou 221008 China)

Abstract On the basis of energy method, the study is carried out on axial stability of bottom-fixed piles which have three different top abutments and are acted on by the lateral frictional resistance and top load. A series of formulas are developed to solve the stability problem, and critical slenderness ratio of the pile (λ_{cr}) is solved by numerical method. According to the results of data process, simple approximate formulas are obtained to calculate λ_{cr} .

Key words bottom-fixed pile, buckling analysis, energy method