

新型 MFSK 最佳相干解调器¹

沈越泓 钱祖平 益晓新

(南京通信工程学院无线电系 南京 210016)

摘要 本文推广了作者在 1999 年提出的方法和结论^[1], 讨论了在信号各频率振幅受到的衰减不一致并存在有色加性高斯噪声 (IGDF-ACGN) 信道条件下, M 进制 FSK (MFSK) 信号的最佳相干解调问题。导出了最佳解调器的结构, 说明了该解调器中有关参数的估计方法, 以及实现时遇到的矢量、矩阵运算的有关快速算法。从理论和计算机模拟实验两方面说明了所导出的最佳解调器, 不仅在 IGDF-ACGN 信道条件下是最佳的, 而且在加性高斯白噪声 (AWGN) 信道条件下也是最佳的。文中给出了误码率的计算机模拟曲线。

关键词 数字调制, 数字解调, 最佳接收机, 数字通信

中图分类号 TN914.3

1 引言

多进制 FSK 系统相对于 2FSK 系统, 其信号的带宽宽, 所以接收的各个不同符号所对应的频率的振幅不一致现象将更为突出, 有色噪声现象也更加明显 (信号带宽宽, 不同频率受到噪声干扰的大小将出现不同)。因此, 推广文献 [1] 的方法与结论是一项十分必要而有意义的工作。

本文在文献 [1] 的基础上, 利用其方法将研究的对象由 2FSK 系统延伸到 MFSK 系统, 讨论 MFSK 信号在 IGDF-ACGN 信道条件下的最佳相干接收问题。关于有色加性高斯噪声环境下的信号检测问题, 文献 [1] 给予了简要的综述, 在此不再赘述。本文讨论的基本思路是: 利用文献 [1] 中的方法建立了 MFSK 系统的矢量数学模型, 用多元统计分析理论^[2] 对接收的随机矢量信号进行处理, 导出了新颖的 MFSK 最佳相干解调器结构, 然后对其进行了误码性能分析, 由此可知它不论在加性高斯白噪声还是有色加性高斯噪声环境下都可达到最佳。考虑到实际实现问题, 本文还阐明了该解调器中有关参数的估值问题和有关矩阵的快速实现算法。

2 信号表示和系统模型

本节的目的是在对 MFSK 信号进行有效表示的基础上建立系统模型, 进一步明确本文解决的问题。由于本文采用的信号表示方法和信道条件与文献 [1] 中第 2 部分叙述的相同, 差异仅仅在于文献 [1] 中的信号是二进制而此处讨论的信号是 M 进制。因此, 在此直接给出 MFSK 系统的矢量数学模型, 如图 1 所示。

发送的 MFSK 信号及其矢量形式为

$$s(t) = s_i(t) = Ae_i(t), \quad i = 0, 1, \dots, M-1, \quad 0 \leq t \leq T. \quad (1)$$

$$s = [x_0, x_1, \dots, x_{M-1}] = [\overbrace{0, \dots, 0}^i, A, \overbrace{0, \dots, 0}^{M-1-i}], \quad i = 0, 1, \dots, M-1. \quad (2)$$

¹ 1998-11-02 收到, 1999-06-04 定稿

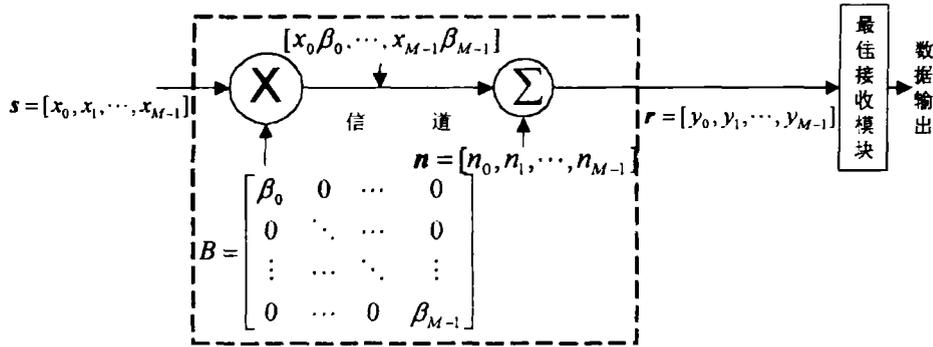


图 1 MFSK 系统的矢量数学模型

式中 A 为常数，基函数 $e_i(t) = \sqrt{2/T} \cos((N + \frac{1}{2})\omega_0 t)$ ， $\omega_0 = 2\pi/T$ ， N 为正整数， T 为码元区间，假设 M 个符号等概率出现。

接收信号及其矢量形式为

$$r(t) = \beta_i A e_i(t) + n(t) \quad i = 0, 1, \dots, M - 1. \tag{3}$$

$$\mathbf{r} = [y_0, \dots, y_i, \dots, y_{M-1}] = \mathbf{r}_i = [n_0, \dots, n_{i-1}, a_i + n_i, n_{i+1}, \dots, n_{M-1}],$$

在发端发送“ i ”时，(4)

式中 $\beta_i (i = 0, 1, \dots, M - 1)$ 为信道对信号不同频率振幅的衰减因子，它们都为常数或随时间缓慢变化，短时间内可视为常数； $y_i = \int_0^T r(t) e_i(t) dt$ ， $a_i = \int_0^T \beta_i A e_i^2(t) dt = \beta_i A$ ， $n_i = \int_0^T n(t) e_i(t) dt$ ， $n(t)$ 为有色加性高斯噪声，其均值为零。所以， $n_i (i = 0, 1, \dots, M - 1)$ 的均值也为零，并服从高斯分布，其协方差为 $v_{i,j} = E(n_i n_j)$ ， $i, j = 0, 1, \dots, M - 1$ ；特别地，当 $i = j$ 时 $v_{i,j}$ 就为方差，表示为

$$\sigma_i^2 = v_{i,i} = E(n_i^2), \quad i = 0, 1, \dots, M - 1. \tag{5}$$

用 $\mathbf{V} = [v_{i,j}]_{M \times M}$ 表示协方差矩阵，它是一个方阵。下一节讨论图 1 中最佳接收模块的设计问题。

3 新型 MFSK 最佳相干解调器

3.1 最佳解调器结构及其工作过程

由最大后验概率 (MAP) 准则可知，MAP 接收机判决接收的数据为 $\hat{d} = k$ ，当且仅当

$$P(k/r) \geq P(i/r), \quad i = 0, 1, \dots, M - 1. \tag{6}$$

由于信道中的有色噪声是高斯分布的，发送各符号的先验概率相等，所以 MAP 准则等效为

$$\hat{d} = k, \quad \text{当且仅当} : -\mathbf{y}_k \mathbf{V}^{-1} \mathbf{y}_k^T \geq -\mathbf{y}_i \mathbf{V}^{-1} \mathbf{y}_i^T, \quad i = 0, 1, \dots, M - 1, \tag{7}$$

式中 $\mathbf{y}_i = [y_0, \dots, y_{i-1}, y_i - a_i, y_{i+1}, \dots, y_{M-1}]$ 。对上式进行等效处理后得

$$\hat{d} = k, \quad \text{当且仅当: } \mathbf{y} \mathbf{V}^{-1} \mathbf{a}_k^T - \frac{\mathbf{a}_k \mathbf{V}^{-1} \mathbf{a}_k^T}{2} \geq \mathbf{y} \mathbf{V}^{-1} \mathbf{a}_i^T - \frac{\mathbf{a}_i \mathbf{V}^{-1} \mathbf{a}_i^T}{2}, \quad i = 0, 1, \dots, M-1, \quad (8)$$

式中 $\mathbf{y} = [y_0, y_1, \dots, y_{M-1}]$, $\mathbf{a}_i = [0, \dots, 0, \overbrace{a_i}^i, \overbrace{0, \dots, 0}^{M-i-1}]$. 设中间变量 z_i , c_i 和矢量 \mathbf{w} 分别为 $\mathbf{w} = \mathbf{y} \mathbf{V}^{-1} = [w_0, w_1, \dots, w_{M-1}]$, $c_i = \frac{\mathbf{a}_i \mathbf{V}^{-1} \mathbf{a}_i^T}{2}$ 和 $z_i = \mathbf{w} \mathbf{a}_i^T - c_i (i = 0, 1, \dots, M-1)$, 则 (8) 式可简化为

$$\hat{d} = k, \quad \text{当且仅当: } z_k \geq z_i, \quad i = 0, 1, \dots, M-1. \quad (9)$$

经过上述推导, 可构造出新颖的最佳相干 MFSK 解调器, 其实现原理方框图如图 2 所示, 这里假设接收端是工作在理想的载波同步和符号同步条件下. 此处, 特别要说明的是图 2 中的初始预处理模块, 它的作用就是要分别估计出各条支路的信号幅度 (有信号时) a_i 、噪声协方差矩阵 \mathbf{V} , 计算出参数 c_i , 其具体工作过程如下:

(1) 发送端在没有发送数据前, 此时预处理模块对 y_0, y_1, \dots, y_{M-1} 进行处理, 估计出噪声的协方差矩阵 \mathbf{V} (只要数据还没有开始发送, \mathbf{V} 的估计值总是在不断被系统更新);

(2) 发送端分别单独发送 $Ae_0(t), Ae_1(t), \dots, Ae_{M-1}(t)$, 此时预处理模块分别对 y_0, y_1, \dots, y_{M-1} 进行统计处理, 得到各支路信号幅度 a_0, a_1, \dots, a_{M-1} 的估计值;

(3) 由 \mathbf{V} 和 a_0, a_1, \dots, a_{M-1} 的估计值计算出参数 $c_i (i = 0, 1, \dots, M-1)$ 的估计值, 完成整个预处理工作.

关于对上述各个参数的具体估计方法在下一节中给予详述.

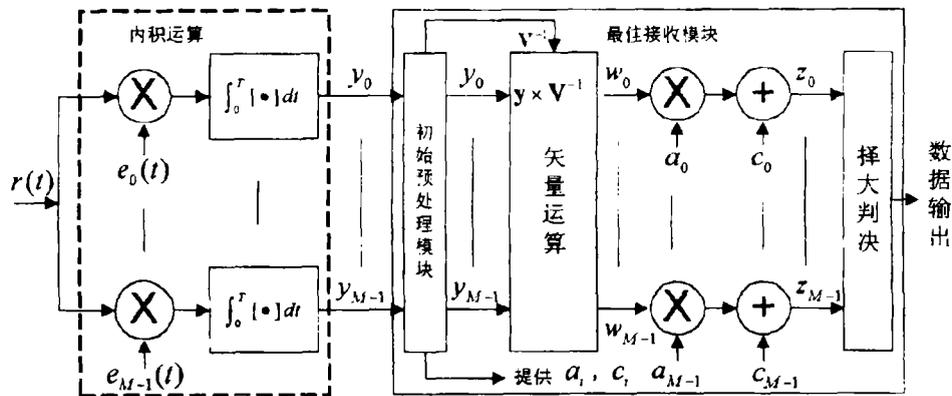


图 2 MFSK 新型最佳相干解调器结构

3.2 协方差阵 \mathbf{V} 和信号幅度的估计方法

为了实现图 2 所示的最佳解调器, 必须用统计方法获得参数 \mathbf{V} 和 a_0, a_1, \dots, a_{M-1} 的估计值. 本节的目的就是说明上述参数的估计方法. 由于噪声 n_0, n_1, \dots, n_{M-1} 是服从高斯分布, 且均值为零, 所以可以采用文献 [2] 中第二章的方法, 对上述参数进行估计. 实现步骤如下:

(1) 发送端在没有发送任何信号前, 接收端的预处理模块分别对 y_0, y_1, \dots, y_{M-1} 取 N 个样值, $y_0(1), \dots, y_0(N); y_1(1), \dots, y_1(N); \dots; y_{M-1}(1), \dots, y_{M-1}(N)$; 此时, 样值中仅有噪声存在, 所以协方差矩阵 $\mathbf{V}(v_{j,k})$ 中各个元素的估计值为

$$\hat{v}_{j,k} = \frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^N y_i(i) y_k(i), \quad j, k = 0, 1, \dots, M-1. \quad (10)$$

(2) 发端分别单独发送 $Ae_i(t) (i = 0, 1, \dots, M-1)$; 在接收端, 预处理模块分别对 $y_i (i = 0, 1, \dots, M-1)$ 取 N 个样值: $y_i(1), \dots, y_i(N)$, 用于估计 a_i , 即

$$\hat{a}_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i(i), \quad i = 0, 1, \dots, M-1. \quad (11)$$

根据文献 [2], $\hat{\mathbf{V}}(\hat{v}_{j,k})$ 、 \hat{a}_i 分别是 $\mathbf{V}(v_{j,k})$ 、 a_i 的有效估计, 即最优线性无偏估计。

3.3 快速计算 $\hat{\mathbf{V}}^{-1}$ 算法

在图 2 所示的解调器的预处理过程中, 除了完成上述统计估计处理以外, 还必须完成 $\hat{\mathbf{V}}$ 求逆, 把得到的结果 $\hat{\mathbf{V}}^{-1}$ 存贮到存储器中, 以备实时处理接收信息信号时使用。显然获得 $\hat{\mathbf{V}}^{-1}$ 是在实时接收信号前就完成了, 所以对计算 $\hat{\mathbf{V}}$ 的逆的速度要求并不高, 但是计算 $\hat{\mathbf{V}}$ 的逆的速度越快, 可以降低每次通信的起始过程, 达到缩短整个通信的时间, 这也是十分有意义的。

由于 \mathbf{V} 是一个对称且几乎总是正定的矩阵, 所以求 $\hat{\mathbf{V}}$ 的逆的方法很多, 都比较成熟, 读者可以参阅有关的数学书籍 [3], 在此仅仅给出一种最常用的算法高斯-若当法。

因为 $\hat{\mathbf{V}} = (\hat{v}_{i,j})$, $i, j = 0, 1, \dots, M-1$; 设 $\hat{\mathbf{V}}^{-1} = (b_{i,j})$, $i, j = 0, 1, \dots, M-1$ 。可以由下列递推公式求出逆矩阵的各个元素

$$d_{i,j}^{(0)} = \hat{v}_{i,j}, \quad i, j = 0, 1, \dots, M-1. \quad (12)$$

$$d_{M-1, M-1}^{(k)} = \frac{1}{d_{0,0}^{(k-1)}}, \quad d_{M-1, j-1}^{(k)} = \frac{d_{0,j}^{(k-1)}}{d_{0,0}^{(k-1)}}, \quad d_{i-1, M-1}^{(k)} = \frac{d_{i,0}^{(k-1)}}{d_{0,0}^{(k-1)}}. \quad (13)$$

$$d_{i-1, j-1}^{(k)} = d_{i,j}^{(k-1)} - \frac{d_{i,0}^{(k-1)} d_{0,j}^{(k-1)}}{d_{0,0}^{(k-1)}}, \quad (i, j = M-1, M-2, \dots, 1), \quad k = 1, 2, \dots, M. \quad (14)$$

最后得到

$$b_{i,j} = d_{i,j}^{(M)}, \quad i, j = 0, 1, \dots, M-1. \quad (15)$$

在求出 $\hat{\mathbf{V}}^{-1}$ 后, 并存入存储器, 以便在实时处理接收信号时使用。至此, 整个预处理工作就完成了。

4 模拟结果和讨论

一般情况下, 导出图 2 所示新型 MFSK 相干解调器的误码率公式是比较困难的, 好在当前可以利用计算机模拟试验完成这一性能分析任务。本节的目的就是通过计算机模拟试验, 评价和比较本文导出的最佳解调器与普通相干 MFSK 解调器的误码性能。

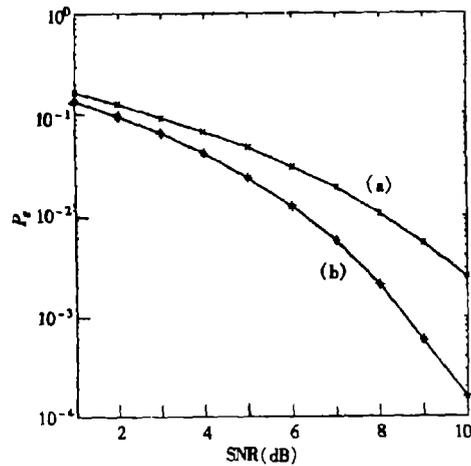


图3 改进型和普通相干4FSK解调器误码率计算机模拟结果
(a) 普通型4FSK解调器 (b) 改进型4FSK解调器

首先, 我们考虑 AWGN 信道, 且信号各频率受到的衰减是相同的条件下, 此时, 不难看出图 2 所示新型最佳相干 MFSK 解调器的结构可以简化成普通最佳相干 MFSK 解调器的形式。所以, 在 AWGN 信道条件下, 两者的误码性能相同。

其次, 考虑在 IGDF-ACGN 信道条件下, 此时, 通过计算机模拟试验比较两种解调器结构的误码率性能。为了计算机模拟比较的可操作性, 对各个参数要给予具体的假设。设 $M = 4$, 即四进制, 各符号先验概率相等, 各支路噪声相互独立, 均值都为零, 但方差不同, 即 $\sigma_1^2 = 0.8\sigma_0^2$, $\sigma_2^2 = 0.6\sigma_0^2$, $\sigma_3^2 = 0.4\sigma_0^2$; 信道对信号各频率的幅度衰减不一致, 导致接收信号幅度不同, 即 $a_1 = 0.5a_0$, $a_2 = 0.7a_0$, $a_3 = 0.9a_0$; 定义 $r_b = (a_0^2 + a_1^2 + a_2^2 + a_3^2) / (\sigma_0^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)$, $\text{SNR} = 10 \lg r_b (\text{dB})$ 。在上述条件下, 我们分别对本文导出的解调器和普通 MFSK 相干解调器性能进行了计算机模拟试验。模拟结果如图 3 所示, 从图中明显可见, 新型解调器的误码率优于普通最佳相干 MFSK 解调器的误码率。注意: 计算机模拟试验采用了 MATLAB5.1 软件, 误码率的每个点都用 10 万个码元统计得到的。

根据上述比较, 可得出结论: 本文导出的新型最佳相干 MFSK 解调器比普通最佳相干 MFSK 解调器具有更强的信道适应能力。在 AWGN 信道条件下, 前者与后者的误码性能相同; 在 IGDF-ACGN 信道条件下, 前者的误码性能优于后者。

5 结 束 语

在实际的多进制 FSK 系统中, 相对于 2FSK 系统, 由于信号带宽的加宽, 信道中的噪声呈现有色特性将更加明显。基于这一观点, 本文讨论了, 在 IGDF-ACGN 信道条件下, MFSK 信号的最佳相干接收问题。在将系统构造成矢量模型的基础上, 根据最大后验概率准则, 导出了在上述条件下的最佳相干 MFSK 解调器结构, 举例给出了计算机模拟的误码率曲线。通过理论分析、计算机模拟和有关的讨论, 概括起来主要可以得到如下结论:

(1) 本文有效地推广了文献 [1] 的方法和结论。即通过理论分析与计算机模拟的例子证明了文中设计的最佳相干 MFSK 解调器, 在 IGDF-ACGN 信道条件下, 其误码性能优于传统的相干 MFSK 最佳解调器; 而在 AWGN 信道条件下, 两者误码性能相同。说明新型最佳相干 MFSK 解调器具有一定的环境适应能力, 抗噪声能力相对于传统的相干 MFSK 最佳解调器得到了扩展与增强。

(2) 本文提出的解调器的最重要的组成部分是预处理模块, 它要完成对信号幅度、协方差矩阵的估计, 其值的准确与否将直接影响解调器的性能。所以, 还可以选用抗干扰性能较强的估计方法, 如探讨采用稳健估计的方法^[4,5]。另一方面, 当信道衰落随时间变化时, 对参数的估计方法须修正成为自适应的方法, 最终达到完善系统性能的目的。

参 考 文 献

- [1] 沈越泓, 钱祖平, 李兴国. 一种新的 FSK 最佳相干解调器. 电子科学学刊, 2000 年, 22(3):451-458.
- [2] 张尧庭, 方开泰. 多元统计分析引论. 北京: 科学出版社, 1997 年 8 月, 第二章.
- [3] 数学手册. 《数学手册》编写组, 北京: 人民教育出版社, 1982 年 8 月, 第三次印刷.
- [4] 周江文, 黄幼才, 杨元喜等著. 抗差最小二乘法. 武汉: 华中理工大学出版社, 1997 年 1 月, 第五章.
- [5] 沈越泓, 杨英, 钱祖平. 稳健估计的自适应信号处理方法. 电子学报, 1996 年, 24(10): 57-62.

OPTIMAL COHERENT DETECTOR OF MFSK SIGNALS WITH IMBALANCE AMPLITUDES IN THE PRESENCE OF COLORED GAUSSIAN NOISE

Shen Yuehong Qian Zuping Yi Xiaoxin

(*Nanjing Institute of Communications Engineering, Nanjing 210016*)

Abstract The problem of optimal coherent detection of M -ary frequency-shift keying (MFSK) signals transmitted over an additive colored Gaussian noise channel with imbalance gains in different frequencies (IGDF-ACGN channel) is studied. The structure of the optimal coherent detector is derived. Theoretical analysis and computer simulation results show that the detector is optimum in either additive colored Gaussian noise environment or additive white Gaussian noise environment.

Key words Digital modulation, Digital demodulation, Optimal detector, Digital communications

沈越泓: 男, 1959 年生, 副教授, 中国电子学会高级会员, 南京理工大学电光学院博士生。主要从事数字通信、数字调制解调、通信抗干扰、自适应信号处理等方面的教学与科研。在国际、国内学术会议以及学术刊物发表论文 40 多篇。

钱祖平: 男, 1961 年生, 副教授、东南大学在职博士生, 从事计算数学和计算电磁学方面的教学和科研工作。

益晓新: 男, 1951 年生, 教授, 博士生导师, 中国电子学会高级会员, 南京市电子信息专业委员会副主任。主要从事个人通信、抗干扰通信等方面的教学与科研。在国际、国内学术会议以及学术刊物发表论文 20 多篇。