

一种岩体工程黏性流动变形预测的新方法

焦春茂^{1, 2}, 赵春风^{1, 2}, 吕爱钟³, 石振明^{1, 2}, 杨砚宗^{1, 2}

(1. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092; 2. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092;
3. 华北电力大学 水利水电工程系, 北京 102206)

摘要: 为了对岩体工程的黏性流动变形进行预测, 依据弹性问题位移分量的古萨(Goursat)表达式和弹-黏弹性比拟原理推导相对位移矢量增量公式, 并建立变形预报模型, 给出变形预报的方法步骤。该方法不是直接求出真实的时间、介质物性参数以及边界条件的值, 而是求出一组组合值, 通过相对位移矢量增量公式进行预测。无需复杂的应力边界和位移边界条件, 能够考虑岩体介质的本构特征, 实现长期的两维变形预报。然后将其应用到具有黏弹性解析解的边坡算例中, 结果表明: 短期预报的精度较高, 误差小于 10%, 长期预报时误差约为 23%。最后, 结合边坡开挖讨论这一方法的工程适用性, 为岩体工程黏性流动的长期两维变形预报提供理论基础和实用方法。

关键词: 岩石力学; 边坡工程; 变形预报; 黏弹性模型; 遗传算法

中图分类号: TU 45; O 319.56

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2008)增 2 - 3598 - 06

A NEW METHOD FOR PREDICTING VISCO ELASTIC DEFORMATION IN ROCK ENGINEERING

JIAO Chunmao^{1, 2}, ZHAO Chunfeng^{1, 2}, LU Aizhong³, SHI Zhenming^{1, 2}, YANG Yanzong^{1, 2}

(1. *Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China*; 2. *Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China*; 3. *Department of Hydraulic and Hydropower Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China*)

Abstract: Aimed at viscoelastic deformation prediction in rock engineering, an incremental formula of relative displacement is deduced based on Goursat expression of elastic displacement and elasticity-viscoelasticity analogy principle, and a deformation predicting model with methods and steps is proposed. It does not need the true values of time, boundary condition and physical property parameters of the rock mass, but obtains a group of combination values. The proposed method considering constitutive character of the rock mass can predict two-dimensional long-term deformation without stress and displacement boundary conditions. Then, it is applied to slope engineering, in which the comparison between predicted and measured deformation indicates that the method has high short-term prediction precision with error smaller than 10%, while the error is about 23% in the long-term prediction. At last, the engineering applicability of the method is discussed by an example of slope excavation which provides theoretical foundation and practical method for predicting two-dimensional long-term visco-elastic deformation of rock engineering.

Key words: rock mechanics; slope engineering; deformation prediction; viscoelastic model; genetic algorithm

收稿日期: 2007 - 10 - 16; **修回日期:** 2007 - 12 - 23

基金项目: 浙江省交通厅科技计划项目(2006H21)

作者简介: 焦春茂(1980 -), 男, 2002年毕业于山东科技大学土建学院岩土工程专业, 现为博士研究生, 主要从事岩土工程理论和技术方面的研究工作。E-mail: sdjchm@163.com

1 引 言

岩体工程开挖后, 变形常常不是瞬时完成, 而是随时间增长的。依据监测的变形数据分析变形演化规律, 预测其发展趋势, 已成为设计施工的基本任务之一, 目前主要采用两种预测方法: 黏弹性位移反演分析与位移 - 时间序列分析。黏弹性位移反演分析依据位移量测信息确定地层时效特征参数, 进而预报岩体的变形^[1-3]。在反演和预报过程中明确考虑了岩土结构中的力学过程与机制, 可以进行长期的预测, 但是需要对复杂的应力、位移边界条件及地应力场进行假定与简化, 既增加复杂程度, 又引入误差。时间序列分析依据变形 - 时间数据序列, 在不了解变形产生机制的情形下, 直接建立时序、估计模型中的参数、利用模型进行变形预测^[4]。这种方法对于影响因素众多、机制复杂、随机性强的问题提供一种预测途径, 但由于所得规律不是基于机制分析, 时序模型只适于短期预测。国内很多研究^[5-13]引入多项式任意逼近理论、混沌时间序列理论、灰色系统理论、支持向量机函数拟合算法、人工神经网络、人工智能优化技术建立变形预测的时间序列模型, 成功实现一维观测数据的短期预报。综合目前时间序列分析的研究成果, 主要存在 3 个问题:

- (1) 局限于分析一维的观测数据;
- (2) 当岩体本构特征已知时, 譬如符合 Burgers 黏弹性模型的特征, 现有研究不能引入这一先验信息;
- (3) 对数据要求严格, 需要的数据多^[7, 8]、等时性强^[9, 10, 14], 难于满足岩土工程需要。

本文以岩体力学分析中的复变函数方法和弹性 - 黏弹性比拟原理为基础, 建立了变形预测模型, 然后利用遗传算法最优化技术搜索模型中的参数, 实现了两维的变形预报。当岩体本构特征已知时, 可以考虑这一先验信息, 且对观测数据没有等时性要求, 需要的数据量亦满足岩土工程的实际情况。

2 岩体力学位移理论的基本公式

依据弹性力学古萨(Goursat)公式, 平面弹性问题位移分量的复变函数^[16, 17]表示为

$$\left. \begin{aligned} 2G(u + iv) &= \kappa\varphi_1(z) - z\overline{\varphi_1'(z)} - \overline{\psi_1(z)} \\ \kappa &= \begin{cases} 3 - 4\mu & (\text{平面应变}) \\ \frac{3 - \mu}{1 + \mu} & (\text{平面应力}) \end{cases} \\ G &= \frac{E}{2(1 + \mu)} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $\varphi_1(z)$ 和 $\psi_1(z)$ 为物理平面 $x-y$ 上复自变量 $z = x+iy$ 的复势函数, E 为弹性模量, μ 为泊松比。

利用弹性体积模量 K 和 μ , G 的互换关系:

$$\mu = \frac{3K - 2G}{6K + 2G}$$

可得

$$u + iv = \frac{1}{2G} \chi_1(z) + \frac{1}{2(3K + 2G)} \chi_2(z) \quad (2)$$

其中,

$$\chi_1(z) = \varphi_1(z) - z\overline{\varphi_1'(z)} - \overline{\psi_1(z)}$$

$$\chi_2(z) = 6\varphi_1(z)$$

依据弹性 - 黏弹性对应原理, 对于微分型本构模型, 将式(2)作拉普拉斯变换和逆变换^[15], 对于积分型本构模型, 将式(2)作算子代换^[17], 可以得到平面应变问题黏弹性位移公式的复格式:

$$u(t) + iv(t) = \chi_1(z)J_1(t) + \chi_2(z)J_2(t) \quad (3)$$

当作用在计算模型上的力系为平衡力系时, 式中 χ_1 , χ_2 是与地应力、边界条件、点的位置以及工程几何形状有关的量, 与介质物性参数无关。 $J_1(t)$, $J_2(t)$ 是仅与介质物性参数有关的量, 对于确定的介质模型有唯一的表达式。

依据式(3), 任意点 A 与 B 在任意时刻 t 的位移矢量可以分别表示为

$$\left. \begin{aligned} \overline{U}_A(t) &= \chi_1(A)J_1(t) + \chi_2(A)J_2(t) \\ \overline{U}_B(t) &= \chi_1(B)J_1(t) + \chi_2(B)J_2(t) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

当时间 t 从 t_0 增长至 t_1 时, 点 A 相对于点 B 的位移矢量增量:

$$\Delta \overline{U}_{AB} = [\overline{U}_A(t_1) - \overline{U}_B(t_1)] - [\overline{U}_A(t_0) - \overline{U}_B(t_0)]$$

即

$$\Delta \overline{U}_{AB} = [\chi_1(A) - \chi_1(B)][J_1(t_1) - J_1(t_0)] + [\chi_2(A) - \chi_2(B)][J_2(t_1) - J_2(t_0)] \quad (5)$$

令

$$\widehat{\chi}_1(A, B) = \chi_1(A) - \chi_1(B)$$

$$\widehat{\chi}_2(A, B) = \chi_2(A) - \chi_2(B)$$

$$\widehat{J}_1(t_1, t_0) = J_1(t_1) - J_1(t_0)$$

$$\widehat{J}_2(t_1, t_0) = J_2(t_1) - J_2(t_0)$$

式(5)可以表示为

$$\Delta \vec{U}_{AB} = \widehat{\chi}_1(A, B) \widehat{J}_1(t_1, t_0) + \widehat{\chi}_2(A, B) \widehat{J}_2(t_1, t_0) \quad (6)$$

式(6)即任意两点间相对位移矢量增量公式,与式(3)形式相同,位移矢量增量见图1。

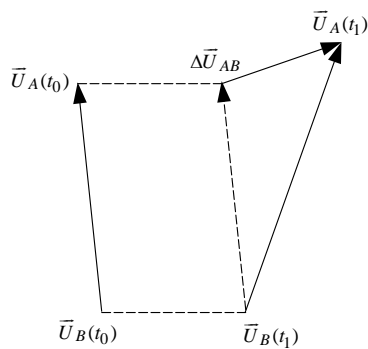


图1 位移矢量增量

Fig.1 Increment of displacement vector

接下来求算 M 组两测点在 $t = t_1, t_2, \dots, t_N$ 时刻相对于 $t = t_0$ 时刻的位移矢量增量,令 χ_{1i}, χ_{2i} 表示第 i 组点对应的 $\widehat{\chi}_1, \widehat{\chi}_2, J_{j1}, J_{j2}$ 表示 $t = t_j$ 时刻的 $\widehat{J}_1(t_j, t_0), \widehat{J}_2(t_j, t_0), \vec{U}_{ji}$ 表示第 i 组两测点在 t_j 时刻的相对位移矢量增量,则三者满足如下关系式:

$$\begin{bmatrix} \vec{U}_{11} & \vec{U}_{12} & \dots & \vec{U}_{1M} \\ \vec{U}_{21} & \vec{U}_{22} & \dots & \vec{U}_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vec{U}_{N1} & \vec{U}_{N2} & \dots & \vec{U}_{NM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \\ \vdots & \vdots \\ J_{N1} & J_{N2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi_{11} & \chi_{12} & \dots & \chi_{1M} \\ \chi_{21} & \chi_{22} & \dots & \chi_{2M} \end{bmatrix} \quad (7)$$

3 变形预测方法

3.1 变形预测模型

根据 M 组两测点在 $t = t_1, t_2, \dots, t_N$ 时刻相

对于 $t = t_0$ 时刻的相对位移矢量增量,如果求出 t_0 、介质物性参数以及 $\chi_{1i}, \chi_{2i} (i = 1, 2, \dots, M)$,便可以以后任意 t 时刻的变形进行预测。实际上仅根据相对位移矢量增量是难以求出各个待求量的。本文不是直接求出真实的 t_0 、介质物性参数以及 $\chi_{1i}, \chi_{2i} (i = 1, 2, \dots, M)$,而是求出它们的一组组合值,通过式(7)进行预测。

当坐标方向确定时,可以得到岩土工程任意 2 个监控点之间的相对位移矢量。对于任意的第 i 组两测点,用 \vec{U}_{ji}° 表示 $t = t_j$ 时刻的相对位移矢量增量观测值。当设定 t_0 与介质物性参数的值时, J 为常数矩阵,可通过下式求解 χ_{1i}, χ_{2i} :

$$\begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \\ \vdots & \vdots \\ J_{N1} & J_{N2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_{1i} \\ \chi_{2i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{U}_{1i}^\circ \\ \vec{U}_{2i}^\circ \\ \vdots \\ \vec{U}_{Ni}^\circ \end{Bmatrix} \quad (8)$$

如果采用的黏弹本构模型与实际的岩体性质精确吻合(即没有模型误差),且不考虑观测误差,则必定存在一组 t_0 和介质物性参数值使得方程组(8)中的各个方程都精确成立。但是,实际计算模型是在对工程进行简化和假定后得到的,且观测误差不可避免,因此无论如何设定 t_0 与介质物性参数的值,方程组(8)仍然为矛盾方程组。用最小二乘法解此方程组,得

$$\left. \begin{aligned} \chi_{1i} &= \frac{S_{1U} S_{22} - S_{2U} S_{12}}{S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21}} \\ \chi_{2i} &= \frac{S_{2U} S_{11} - S_{1U} S_{21}}{S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21}} \end{aligned} \right\} (i = 1, 2, \dots, M) \quad (9)$$

其中,

$$S_{11} = \sum_{k=1}^N J_{k1}^2, \quad S_{22} = \sum_{k=1}^N J_{k2}^2, \quad S_{12} = S_{21} = \sum_{k=1}^N J_{k1} J_{k2}$$

$$S_{1U} = \sum_{k=1}^N J_{k1} \vec{U}_{ki}^\circ, \quad S_{2U} = \sum_{k=1}^N J_{k2} \vec{U}_{ki}^\circ$$

将 χ_{1i}, χ_{2i} 的值代入式(8)得到第 i 组点的相对位移矢量增量计算值 $\vec{U}_{ji} = J_{j1} \chi_{1i} + J_{j2} \chi_{2i} (j = 1, 2, \dots, N)$, 计算值偏离观测值的程度可以表示为

$$f_i = \sum_{j=1}^N \left| \vec{U}_{ji} - \vec{U}_{ji}^\circ \right| =$$

$$\sum_{j=1}^N \left| J_{j1} \frac{S_{1U} S_{22} - S_{2U} S_{12}}{S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21}} + J_{j2} \frac{S_{2U} S_{11} - S_{1U} S_{21}}{S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21}} - \vec{U}_{ji}^\circ \right| \quad (10)$$

式中: f_i 仅与 t_0 、介质物性参数有关, 与地应力、边界条件、点的位置以及工程几何形状无关。通过选择合适的 t_0 和介质物性参数, 可以使得 f_i 取最小值。为避免复杂的求导过程, 可以选用优化技术求得最佳 t_0 和介质物性参数。

需要指出的是, 这里求得的最佳 t_0 和介质物性参数并非真实值, 也不是唯一值, 与 χ_{1i} , χ_{2i} 通过式(8)联系在一起, 由它们共同决定的位移矢量增量值却是唯一的。

因为相对位移矢量增量观测值存在 M 组, 所以将目标函数设定为

$$f = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |\vec{U}_{ji} - \vec{U}_{ji}^o| \quad (11)$$

由此, 变形预报的步骤为

- (1) 应用最优化技术搜索式(11)的最小值, 得到 t_0 和介质物性参数;
- (2) 由式(9)得到 χ_{1i} , χ_{2i} ($i = 1, 2, \dots, M$);
- (3) 利用式(7)进行变形预报。

3.2 遗传算法

由于存在多组 t_0 、介质物性参数组合值使得目标函数 f_i 趋于最小, 选择遗传算法(genetic algorithm)作为最优化技术。遗传算法是一种借鉴生物界自然选择和自然遗传机制的随机搜索优化方法。与传统的优化算法不同, 大多数古典的优化算法是基于一个单一的度量函数的梯度或较高次统计, 产生一个确定性的试验解序列; 遗传算法不依赖于梯度信息, 而是通过模拟自然进化过程来搜索最优解, 具有较好的全局收敛性能, 即使在所定义的适应度函数是不连续、非规则或有噪声的情况下, 也能以很大的概率找到全局最优解。因此, 相比于传统优化算法, 遗传算法更能适应多参数非线性系统, 但也存在优化效率低下等缺点。由于本文提出的预报方法计算过程简单, 故能够弥补遗传算法的这一缺点。

4 算例验证

将上述变形预测方法应用到具有黏弹性位移解析解的边坡工程^[18]中, X - Y 关系与坡面点的坐标如图 2 所示。假设边坡岩体符合三参数标准黏弹性模型特征(见图 3), 岩体容重 $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$, 泊松比 $\mu = 0.3$, 材料参数 $E_H = 4 \text{ GPa}$, $E_K = 8 \text{ GPa}$, $\eta_K = 150 \text{ Gpa} \cdot \text{d}$ 。若在 $t_0 = 5 \text{ d}$ 时开始观测变形, 边坡上

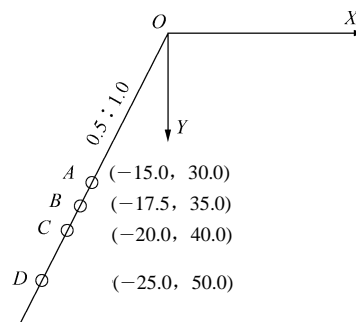


图 2 X - Y 关系与坡面点的坐标(单位: m)

Fig.2 Relationship of X - Y and point coordinates on the slope (unit: m)

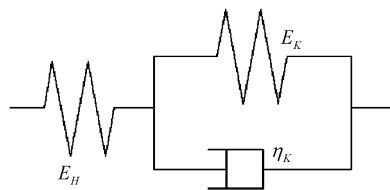


图 3 三元件黏弹性模型

Fig.3 Three-element visco elastic model

的点 A , B , C 相对于点 D 的变形增量理论计算值如表 1 所示。

表 1 变形增量理论计算值

Table1 Theoretical values of deformation mm			
时间/d	\overline{AD}	\overline{BD}	\overline{CD}
6	-0.226 0+0.059 5i	-0.182 5+0.048 6i	-0.130 4+0.035 1i
8	-0.643 3+0.169 3i	-0.519 4+0.138 3i	-0.371 3+0.099 9i
11	-1.191 1+0.313 4i	-0.961 6+0.256 0i	-0.687 4+0.185 0i
15	-1.797 1+0.472 8i	-1.450 9+0.386 2i	-1.037 1+0.279 1i
20	-2.393 1+0.629 4i	-1.932 1+0.514 1i	-1.381 1+0.371 5i

注: i 表示 y 向增量。

将表 1 中的值作为“实测变形”输入到预测模型, 遗传算法的初始种群范围设置为 $[0, 1]$, 可以得到一组模型参数值: $E_H = 0.104 \text{ 64}$, $E_K = 0.001 \text{ 84}$, $\eta_K = 1.657 \text{ 17}$, $t_0 = 0.197 \text{ 59}$, 这组参数本身没有物理意义, 但是能够与 χ_{1i} , χ_{2i} 通过式(8)联系在一起预报岩体变形。由于最优化技术不是本文的研究重点, 限于篇幅, 不再对遗传算法的实施过程作详细说明。变形预报值与“实测变形”的比较如图 4 所示, 第 6~25 天的模型输出变形与“实测变形”的相对误差为 0.28%~8.02%, 平均相对误差为 3.76%, 结果非常接近。之后的相对误差逐渐增大, 第 30, 35, 40 天的相对误差分别为 3.70%~5.28%,

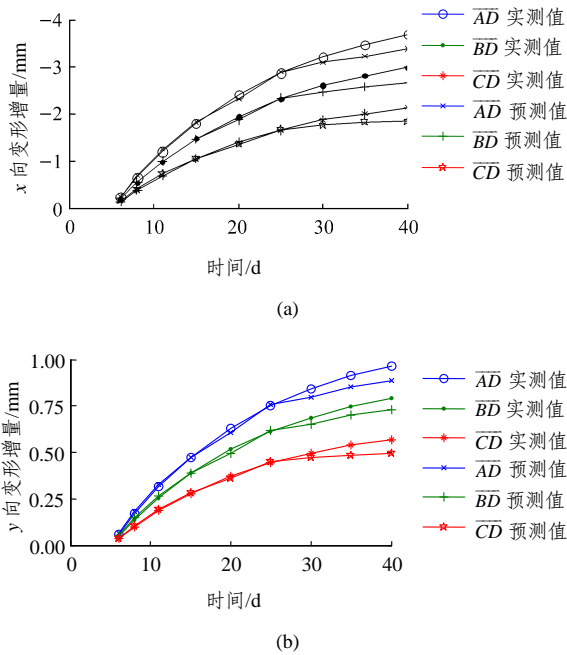


图4 不同时刻的实测变形与预测变形比较图
Fig.4 Comparison between predicted and measured displacements at different times

5.91%~9.99%，7.15%~13.50%。预测的变形值随时间而增长，但最终趋于稳定，长时变形预测的最终结果及相对误差列于表2中，此时的相对误差约为23%。由此可证明上述预测方法的适用性。

表2 长时预测变形与实测变形的比较表

Table 2 Comparison between predicted and measured ultimate displacement

比较项	实测值/mm	预测值/mm	X向相对误差/%	Y向相对误差/%
\overline{AD}	-4.337 7+1.139 5i	-3.333 2+0.875 7i	-23.158	-23.152
\overline{BD}	-3.502 1+0.930 8i	-2.691 0+0.715 3i	-23.159	-23.154
\overline{CD}	-2.503 4+0.672 7i	-1.923 6+0.516 9i	-23.159	-23.153

5 讨 论

文中预测模型的力学理论基础有两方面：(1) 平面弹性问题位移分量的古萨(Goursat)表达式；(2) 弹性-黏弹性比拟。就此讨论预测模型的适用条件。以岩体高边坡开挖工程为例，垂直坡面的地质剖面常可假定为平面应变问题，剖面内的地层条件复杂，风化程度自上而下降低。无论初始边界条件，还是开挖卸荷的大小与分布均不易确定。当变形测

点附近较大范围内满足均质各向同性假定时，之外的复杂地层无须细究，只需要将其看作为复杂的边界条件即可。

弹性-黏弹性比拟要求应力边界条件 $\sigma_{ij}l_j = T_i(x_j, t)$ 中的 $T_i(x_j, t)$ 必须可以分离为 $T_i^*(x_j)f(t)$ 的形式^[17]，即必须考虑荷载作用时间不同的差异。在边坡中，表现为开挖卸荷在不同时步完成，当开挖过程可以近似地简化为几个阶段时，应对不同阶段分别求解，然后再叠加。

选择最优化技术时应考虑最优解非唯一的特点，本文选用遗传算法工具箱分别对圆型洞室、任意形状洞室、边坡3个算例分析，结果表明搜索最优解的成功率高，计算效率也高：进行6 000次迭代，耗费普通计算机机时均少于60 s。

6 结 论

(1) 当岩体的本构特征已知时，文中方法可以考虑这一先验信息，实现两维的长期变形预报。短期预报时精度较高，小于10%，长期变形预报的误差约为23%。

(2) 预测模型对观测数据没有等时性要求，需要的数据量大小亦能满足岩土工程需要。

参考文献(References):

[1] 杨林德, 黄伟, 朱合华, 等. 岩土工程问题的反演理论与工程实践[M]. 北京: 科学出版社, 1996.(YANG Linde, HUANG Wei, ZHU Hehua, et al. Back analysis theory and its application in geotechnical engineering[M]. Beijing: Science Press, 1996.(in Chinese))

[2] 杨志法, 王思敬, 冯紫良, 等. 岩土工程反分析原理及应用[M]. 北京: 地震出版社, 2002.(YANG Zhifa, WANG Sijing, FENG Ziliang, et al. Principles and application about inverse analysis of displacement in geotechnical engineering[M]. Beijing: Earthquake Press, 2002.(in Chinese))

[3] 吕爱钟, 蒋斌松. 岩石力学反问题[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1998.(LU Aizhong, JIANG Binsong. Back problems of rock mechanics[M]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 1998.(in Chinese))

[4] 陈子荫. 时间序列分析——一种预报岩体力学行为的可能途径[J]. 岩土工程学报, 1991, 13(4): 87-95.(CHEN Ziyin. Time series

- analysis: practicable method of predicting mechanical behavior of rock mass[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1991, 13(4): 87 - 95.(in Chinese))
- [5] 杨成祥, 冯夏庭, 刘红亮, 等. 非线性位移时间序列分析模型的进化识别[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2004, 25(5): 497 - 500. (YANG Chengxiang, FENG Xiating, LIU Hongliang, et al. Evolutionary identification of analysis model for nonlinear displacement time series[J]. Journal of Northeastern University(Natural Science), 2004, 25(5): 497 - 500.(in Chinese))
- [6] 杨成祥, 冯夏庭. 滑坡非线性演化行为的自组织进化识别[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(6): 911 - 914.(YANG Chengxiang, FENG Xiating. Evolutionary self-organizing identification of nonlinear dynamics of landslides[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(6): 911 - 914.(in Chinese))
- [7] 黄志全, 樊敬亮, 王思敬. 混沌时间序列预测的局域法在边坡变形分析中的应用[J]. 工程地质学报, 2005, 13(2): 252 - 256.(HUANG Zhiquan, FAN Jingliang, WANG Sijing. A prediction method of chaotic time series for slope deformation[J]. Journal of Engineering Geology, 2005, 13(2): 252 - 256.(in Chinese))
- [8] 刘华明, 齐欢, 蔡志强. 滑坡预测的非线性混沌模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(3): 434 - 437.(LIU Huaming, QI Huan, CAI Zhiqiang. Nonlinear chaotic model of landslide forecasting[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(3): 434 - 437.(in Chinese))
- [9] 黄铭, 刘俊, 葛修润. 边坡开挖期实测位移的分解与合成预测[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(8): 1 320 - 1 323.(HUANG Ming, LIU Jun, GE Xiurun. Prediction of resolution and composition of measured displacement during slope excavation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(8): 1 320 - 1 323.(in Chinese))
- [10] 王永岩, 苏荣华. 软岩巷道开巷初期围岩变形灰色模型预测的研究[J]. 应用力学学报, 2001, 18(2): 41 - 48.(WANG Yongyan, SU Ronghua. Prediction research of using gray model for the deformation of the soft rock around tunnels in the initial period of tunnel excavation[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2001, 18(2): 41 - 48.(in Chinese))
- [11] 赵洪波, 冯夏庭. 非线性位移时间序列预测的进化 - 支持向量机方法及应用[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(4): 468 - 471.(ZHAO Hongbo, FENG Xiating. Study and application of genetic-support vector machine for nonlinear displacement time series forecasting[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, 25(4): 468 - 471. (in Chinese))
- [12] 赵洪波. 支持向量机在隧道围岩变形预测中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(4): 649 - 652.(ZHAO Hongbo. Predicting the surrounding deformations of tunnel using support vector machine[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(4): 649 - 652.(in Chinese))
- [13] 王国辉, 马莉, 杨腾峰, 等. 最小方差预测法预测岩土工程变形[J]. 中国有色金属学报, 2001, 11(1): 162 - 166.(WANG Guohui, MA Li, YANG Tengfeng, et al. Forecasting geotechnical engineering distortion with least square error forecasting method[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2001, 11(1): 162 - 166.(in Chinese))
- [14] 邓聚龙. 灰色预测与灰决策[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002. (Deng Julong. Grey forecasting and grey decision[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2002.(in Chinese))
- [15] 薛琳. 岩体粘弹性力学模型的判定定理与应用[J]. 岩土工程学报, 1994, 16(5): 1 - 10.(XUE Lin. Theorem of identification for viscoelastic model of the rock mass and its applications[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1994, 16(5): 1 - 10.(in Chinese))
- [16] 吕爱钟, 张路青. 地下隧洞力学分析的复变函数方法[M]. 北京: 科学出版社, 2007.(LU Aizhong, ZHANG Luqing. Complex variable function method for underground engineering[M]. Beijing: Science Press, 2007.(in Chinese))
- [17] 陈子荫. 围岩力学中的解析方法[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1994.(CHEN Ziyin. Analytic methods of surrounding rock mechanics[M]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 1994.(in Chinese))
- [18] 薛琳, 王在泉, 王思敬. 具有水平表面岩土斜坡黏弹性位移解析解[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(6): 950 - 954.(XUE Lin, WANG Zaiquan, WANG Sijing. Analytic solution of visco-elastic displacement for horizontal surface slope[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(6): 950 - 954.(in Chinese))