

基于改进二维图像重建算法的工业 CT 系统

马存宝¹, 周伟¹, 张潇¹, 左云霞²

(1. 西北工业大学航空学院, 西安 710072; 2. 西北工业大学电子信息学院, 西安 710072)

摘要: 基于对工业 CT 图像二维重建算法的研究, 结合傅立叶切片理论和迭代算法, 提出了修正的二维投影重建算法, 大大减少了计算量, 提高了抗噪性, 得到了清晰、准确的断层图像, 通过 VC++ 设计开发了工业 CT 图像处理软件系统, 使重建图像的质量得以提高, 为试验数据提供了更方便和系统的管理, 实现了工业 CT 图像缺陷判断的计算机自动化检测。

关键词: 工业 CT; 图像重建; 算法

ICT System Based on Improved 2-D Image Reconstruction Algorithm

MA Cun-bao¹, ZHOU Wei¹, ZHANG Xiao¹, ZUO Yun-xia²

(1. School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072;

2. School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

【Abstract】 After researching the 2-D image reconstruction algorithms, an improved 2-D iterative projection method is presented, so calculation is reduced, antinoise performance is enhanced, and more clear and accurate reconstructed images are obtained. Based on the algorithm above, the software of ICT image processing system is developed with VC++, which improves the quality of reconstructed images, provides experimental data with more convenient and systemic management, and realizes the automatic detection of disfigurements.

【Key words】 industrial computerized tomography (ICT); image reconstruction; algorithm

1 概述

计算机断层成像技术(computer tomography, CT), 是通过对物体进行不同角度的射线投影测量而获得物体横截面信息的成像技术, 涉及到物理学、数学、计算机图形学等多个学科领域。它在工业领域中的应用称为工业 CT 技术(industrial computerized tomography, ICT), 从 20 世纪 70 年代起步, 在 20 世纪 80 年代获得了迅速的发展, 并形成了一个相对独立的技术领域。

目前的工业 CT 技术在实际应用中还存在如下的问题:

(1) 主要采用人工判别的方法, 容易受各种主观及客观因素的影响; (2) 现有的二维图像重建算法由于对扫描轨迹要求过于严格、计算量过大等特点不能得到广泛的应用; (3) 图像的重建质量不高; (4) 在基于二维图像的识别和特征提取方面仍然处于发展阶段, 还没有成熟的方法。上述问题都会影响对缺陷特征的认识, 造成误差。因此, 改进图像的重建算法, 改进重建图像质量和采用自动化的检测判别手段是工业 CT 技术发展的必然趋势。

为了提高缺陷判别的准确性, 本文对工业 CT 图像的二维重建算法进行研究, 结合 VC++ 编程实现了工业 CT 图像处理系统的设计和软件开发。其中结合了傅立叶切片理论和迭代算法, 提出了一种新的图像迭代重建算法, 该算法可以通过迭代运算消除噪声, 误差抗噪性较好, 一般情况下只需一次迭代运算, 计算量大大减少。使用改进的图像重建算法获得高质量的重建图像, 通过计算机图像处理技术对重建图像中的缺陷进行识别和测量, 提高了工业 CT 技术的准确性和自动化程度, 为试验数据提供了更加方便和系统的管理。

2 二维图像重建算法

2.1 Radon 变换

CT 的基本思想源于 1917 年奥地利数学家 Radon 提出的 Radon 变换。

Radon 变换的内容: 若已知某函数 $f(x, y) = \hat{f}(r, \varphi)$, 如图 1 所示, 其沿直线 s 的线积分为

$$P_{\theta}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) ds = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(r, \varphi) ds = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\sqrt{s^2 + t^2}, \theta + \text{tg}^{-1} \frac{s}{t}) ds \quad (1)$$

则

$$\hat{f}(r, \varphi) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{r \cos(\theta - \varphi) - t} \cdot \frac{\partial P_{\theta}(t)}{\partial t} dt d\theta \quad (2)$$

式(1)为 Radon 变换, 实际上就是物体的投影, 式(2)为 Radon 反变换, 即根据投影数据 $P_{\theta}(t)$ 重建函数 $\hat{f}(r, \varphi)$ 。

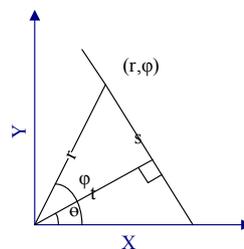


图 1 Radon 变换原理

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60572173); 西北工业大学研究生创业种子基金资助项目

作者简介: 马存宝(1963-), 男, 教授, 主研方向: 图像处理和计算机仿真; 周伟、张潇、左云霞, 硕士研究生

收稿日期: 2006-09-28 **E-mail:** flyriver@126.com

2.2 投影迭代重建算法

重建就是通过一定的算法，从物体分布函数 $f(x, y)$ 的一系列投影 $P_\theta(t)$ 中恢复出 $f(x, y)$ 。目前常用的算法有：傅立叶变换法、代数重建法和滤波 - 逆投影法(FBP 算法)等。这些算法都有各自的缺点和不足，不能得到广泛的应用。

在实际应用中，投影的数目总是有限的，而且每个投影只能取有限个离散值，采用傅立叶变换法和滤波反投影变换法进行重建就需要对投影数据进行插值。由于离散值离原点越远，数目就越少，插值的误差就越大，这些误差将导致重建图像的质量降低。代数重建算法是最早被人们所熟悉的图像重建算法，采用代数重建算法的重建图像质量好，图像密度分辨率高，抗噪性强。但是采用代数重建算法计算量巨大，重建速度慢，目前还不能借助硬件实现。

为了解决这些问题，国内外一些学者进行了研究并提出了一些改进算法，如局部重建算法(LocalRA)，修正的代数重建算法(MART)等算法。局部重建算法虽然计算速度较快，但是抗噪性较差。修正的代数重建算法虽然抗噪性较好，但是计算量依然很大，改进算法依然没有满足实际需要。

3 改进图像重建算法

3.1 改进算法

在研究现有算法的基础上，笔者结合傅立叶切片理论和迭代算法，提出了一种新的图像迭代重建算法，该算法可以通过迭代运算消除噪声，误差抗噪性较好，一般情况下只需一次迭代运算，计算量大大减少。

下面介绍该迭代算法：

扫描的几何示意图如图 2 所示。图 2 中，直角坐标系 (x, y) 固定在成像物体上，发射器置于物体外，距坐标原点 O 距离为 R 的圆弧上的 (x_0, y_0) 点，该点与原点 O 的连线与 x 轴成 φ 角，成像物体以原点为圆心转动，在物体转动的同时，发射器向物体发射脉冲信号，以覆盖整个成像物体。因此，投影信号 $P(\rho, \varphi)$ 应为物体分布函数 $f(x, y)$ 沿投影方向的线积分：

$$P(\rho, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) ds = \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(r, \theta) \delta(\sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \alpha} - \rho) r dr d\theta \quad (3)$$

其中， $\sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \alpha} = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$ ， $\alpha = \pi - (\theta - \varphi)$ 。

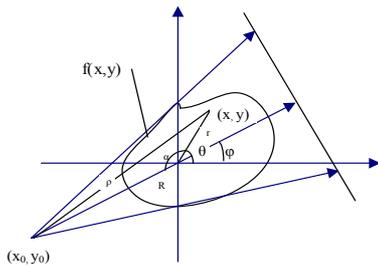


图 2 投影原理示意图

投影 $P(\rho, \varphi)$ 的傅立叶变换为

$$s(\omega, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} P(\rho, \varphi) e^{-j\omega\rho} d\rho \quad (4)$$

将式(3)带入式(4)，得

$$\begin{aligned} s(\omega, \varphi) &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(r, \theta) \delta(\sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \alpha} - \rho) r dr d\theta \right] e^{-j\omega\rho} d\rho \\ &= \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(r, \theta) \left[\int_{-\infty}^{\infty} \delta(\sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \alpha} - \rho) e^{-j\omega\rho} d\rho \right] r dr d\theta \\ &= \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(r, \theta) e^{-j\omega\sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \alpha}} r dr d\theta \end{aligned} \quad (5)$$

当物体区域的限度相对于 R 较小时，将式(5)中的 $\sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \alpha}$ 作二项式展开，有

$$\sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \alpha} = R - r \cos \alpha + \frac{r^2}{2R} (1 - \cos^2 \alpha) \quad (6)$$

将式(6)带入式(5)，得到

$$s(\omega, \varphi) = e^{-j\omega R} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(r, \theta) e^{-j\frac{\omega r^2}{2R} (1 - \cos^2 \alpha)} \cdot e^{-j\omega(-r \cos \alpha)} r dr d\theta \quad (7)$$

利用三角变换， $r^2(1 - \cos^2 \alpha) = (x \sin \varphi - y \cos \varphi)^2$ 且 $-r \cos \alpha = x \cos \varphi + y \sin \varphi$ 。其中 $\cos \varphi = \frac{-x_0}{R}$ ， $\sin \varphi = \frac{-y_0}{R}$ ，带入式(7)并作坐标变换，有

$$s(\omega, \varphi) = e^{-j\omega R} \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j\frac{\omega}{2R} (x \sin \varphi - y \cos \varphi)^2} \cdot e^{-j\omega(x \cos \varphi + y \sin \varphi)} dx dy \quad (8)$$

令

$$G(x, y) = \frac{1}{2R} (x \sin \varphi - y \cos \varphi)^2 \quad (9)$$

则 $e^{-j\frac{\omega r^2}{2R} (1 - \cos^2 \alpha)} = e^{-j\omega G(x, y)}$ ，将其作级数展开

$$e^{-j\omega G(x, y)} = 1 - j\omega G(x, y) - \frac{\omega^2}{2} G^2(x, y) + \dots \quad (10)$$

带入式(8)，得到

$$\begin{aligned} s(\omega, \varphi) &= e^{-j\omega R} \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \left[1 - j\omega G(x, y) - \frac{\omega^2}{2} G^2(x, y) + \dots \right] \cdot e^{-j\omega(x \cos \varphi + y \sin \varphi)} dx dy \\ &= e^{-j\omega R} \left[F(u, v) - j\omega F^{(1)}(u, v) - \frac{\omega^2}{2} F^{(2)}(u, v) + \dots \right] \Bigg|_{\substack{u = \omega \cos \varphi \\ v = \omega \sin \varphi}} \end{aligned} \quad (11)$$

其中，

$$\begin{aligned} F(u, v) &= \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j(u x + v y)} dx dy \\ F^{(1)}(u, v) &= \iint_{-\infty}^{\infty} G(x, y) f(x, y) e^{-j(u x + v y)} dx dy \\ F^{(2)}(u, v) &= \iint_{-\infty}^{\infty} G^2(x, y) f(x, y) e^{-j(u x + v y)} dx dy \end{aligned} \quad (12)$$

令 $\rho = R + t$ ，得

$$s(\omega, \varphi) = e^{-j\omega R} s'(\omega, \varphi) \quad (13)$$

则有

$$s'(\omega, \varphi) = F(u, v) - j\omega F^{(1)}(u, v) - \frac{\omega^2}{2} F^{(2)}(u, v) + \dots \Bigg|_{\substack{u = \omega \cos \varphi \\ v = \omega \sin \varphi}} \quad (14)$$

当发射器距坐标原点的距离 R 足够大，使得 $|j\omega G(x, y)| \ll 1$ 时，式(14)中的 $F^{(1)}(u, v)$ ， $F^{(2)}(u, v) \dots$ 可以忽略，这样式(12)就变成傅立叶投影切片定理。

当远场条件不能满足时， $F^{(1)}(u, v)$ ， $F^{(2)}(u, v) \dots$ 的作用不能忽视，继续采用傅立叶投影切片定理就会使重建图像产生失真。

投影信号 $P(\rho, \varphi)$ 的一位傅立叶变换 $s'(\omega, \varphi)$ 给出了成像物体衰减系数分布 $f(x, y)$ 的傅立叶变换，以及 $G(x, y)$ ， $f(x, y)$ ， $G^2(x, y)f(x, y)$ 等的傅立叶变换在空间频率 $u = \omega \cos \varphi, v = \omega \sin \varphi$ 处的值。将物体以 (x, y) 坐标系的原点为圆心，使 φ 从 $0^\circ \sim 180^\circ$ 范围内变化，每改变一次角度，就重复上述测量过程，得到相应投影并作一维傅立叶变换。笔者的目的是从一系列可测量的投影信号的傅立叶变换得到物体特征分布函数 $f(x, y)$ 的傅立叶变换 $F(u, v)$ ，再对 $F(u, v)$ 作二维反傅立叶变换得到重建的 $f(x, y)$ 。但是在 $F^{(1)}(u, v)$ ， $F^{(2)}(u, v) \dots$ 的作用不能忽视的情况下，很难直接得到 $F(u, v)$ 。为了解决这个问题，对式(14)引入下面的迭代公式：

$$F_{(n+1)}(u, v) = s'(\omega, \varphi) + j\omega\Psi\{G(x, y)f_{(n)}(x, y)\} + \frac{\omega^2}{2}\Psi\{G^2(x, y)f_{(n)}(x, y) + \dots\} \quad (15)$$

式中 Ψ 表示二维傅立叶变换。式(15)的迭代过程如下：

- (1)对每个入射角 φ 进行测量，得到物体投影 $P(\rho, \varphi)$ 。
- (2)按照式(13)作变量代换，并求每个投影信号的一维傅立叶变换，得到 $s'(\omega, \varphi)$ 。
- (3)假定式(15)右边， $f(x, y)$ 的初始值 $f_0(x, y) = 0$ ，对 $s'(\omega, \varphi)$ 作内插，得到 $F_{(1)}(u, v)$ 。
- (4)对 $F_{(1)}(u, v)$ 作二维反傅立叶变换，得到被成像物体衰减系数分布函数 $f(x, y)$ 的重建图像的第 1 次近似 $f_1(x, y)$ 。
- (5)将 $f_1(x, y)$ 带入式(9)右边，分别与 $G(x, y)$ ， $G^2(x, y)$ 等相乘，并作二维傅立叶变换，可以得到修正后的 $F_{(2)}(u, v)$ 。
- (6)对 $F_{(2)}(u, v)$ 作二维傅立叶反变换，得到 $f_2(x, y)$ ，它是对 $f(x, y)$ 的第 1 次重建结果 $f_1(x, y)$ 进行了一次迭代修正后的重建图像。
- (7)重复(5)、(6)步的迭代过程，直到得到较好的重建图像 $f_{(n+1)}(x, y)$ 时，中止迭代。

通过上述的迭代算法，可以逐渐修正由 $F^{(1)}(u, v)$ ， $F^{(2)}(u, v)$... 造成的重建失真现象，得到较好的重建结果。

3.2 计算机模拟

为了验证上述迭代算法的准确性，对其进行了计算机模拟试验，被测物体模型如图 3 所示，计算机仿真结果如图 4 所示。



图 3 被测物体模型

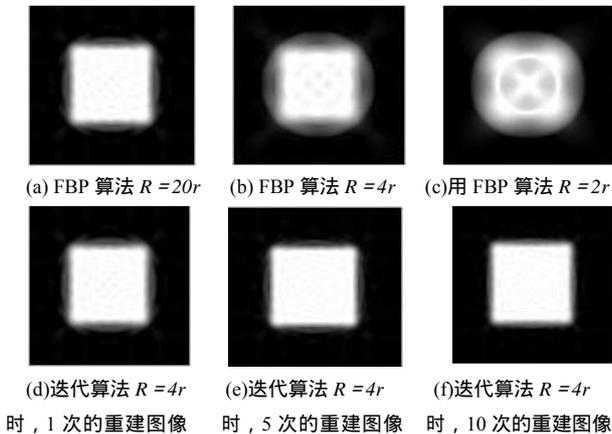


图 4 FBP 算法与迭代算法的计算机仿真

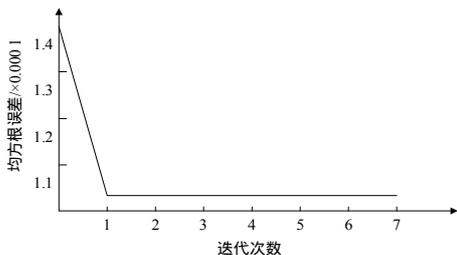


图 5 本迭代算法的误差曲线

用均方根误差分析计算迭代误差曲线如图 5 所示，从图

可知，本方法具有很好的收敛性，在实际应用中，一般仅作一次迭代修正就可以得到较好的重建结果。

4 ICT 图像处理系统

根据上述改进算法，笔者设计并实现了 ICT 图像处理系统，较好地完成了预定目标，提高了 ICT 图像缺陷判断的计算机自动化检测水平。

4.1 系统总体结构

工业 CT 系统的总体结构如图 6 所示。系统由 3 部分组成：一部分是数据采集系统，由硬件完成实验数据的采集并输入到计算机；一部分是图像重建和图像处理，在计算机上通过相应的软件算法实现；最后是数据库系统和输出设备。

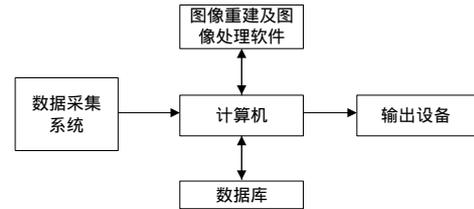


图 6 工业 CT 系统

4.2 软件系统总体设计

软件由基本操作模块、图像捕获模块、图像处理模块和数据库模块 4 部分组成。基本操作模块包括打开、保存、打印、退出等软件系统的基本功能。图像捕获模块的核心是图像重建，在此基础上有实验数据记录、图像采集、图像存储等功能。图像处理模块包括图像显示、图像转换等图像处理中最基本的功能，并且针对工业 CT 图像的特点增加了边缘检测、图像增强、图像分割和局部放大等功能。为了方便对实验数据和图像的存储，设计了数据库部分，可以将试验中得到的探测数据、试验图像、文档数据进行存储以便于维护和管理。

软件的功能图如图 7 所示。

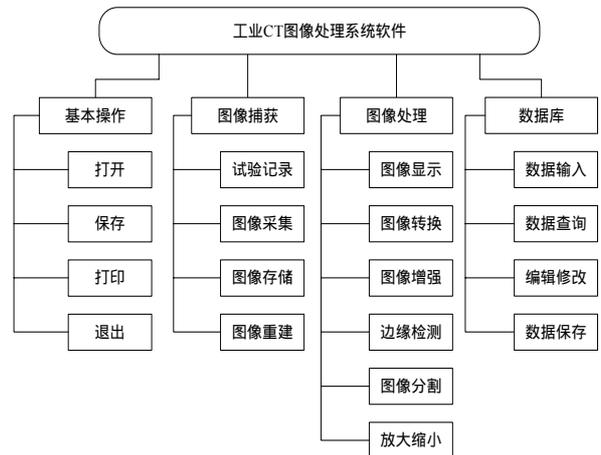


图 7 软件功能设计

5 结论

本文对图像重建方法进行了研究，提出了二维图像重建的迭代算法，该算法可以通过迭代运算消除噪声和误差，抗噪性较好，一般情况下只需一次迭代运算，计算量大大减少，接着采用计算机仿真对算法进行了验证，最后通过 VC 编程实现了 ICT 图像处理系统，提高了 ICT 图像缺陷的计算机自动化检测水平。

(下转第 233 页)