第七章 明渠恒定流

§7—1 明渠均匀流

§7—2 明渠恒定流的流动类型及其判别

§7—3 水跃与水跌

§7—4 明渠渐变流的基本微分方程

§7—5 棱柱形渠道中渐变流水面曲线定性分析

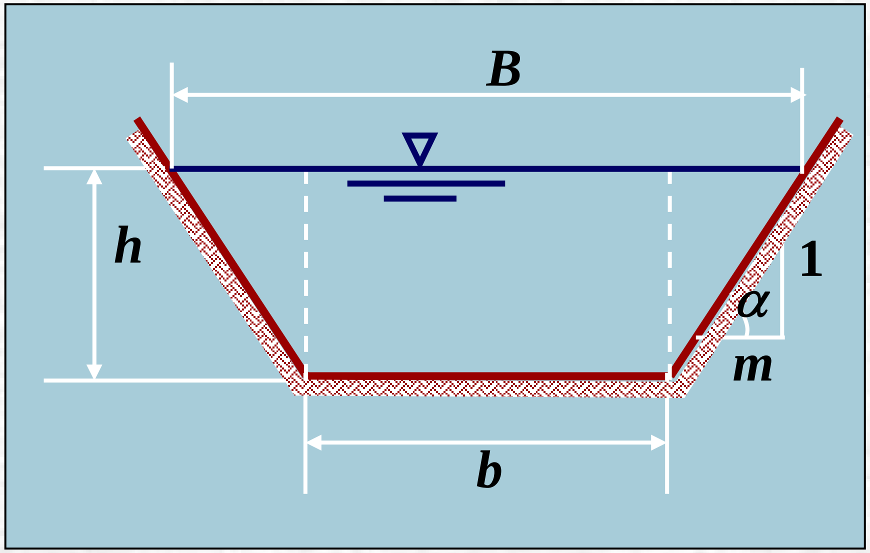
§7—6 明渠渐变流水面曲线的定量计算

§ 7—1 明渠均匀流

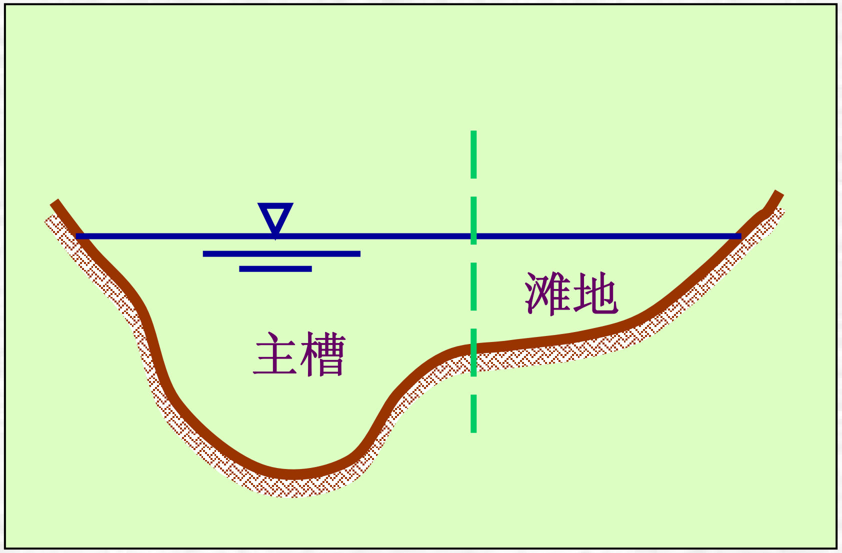
一. 明渠流动的基本概念

1. 明渠流动

水面和大气直接接触的河渠、槽中的流动。



人工渠道



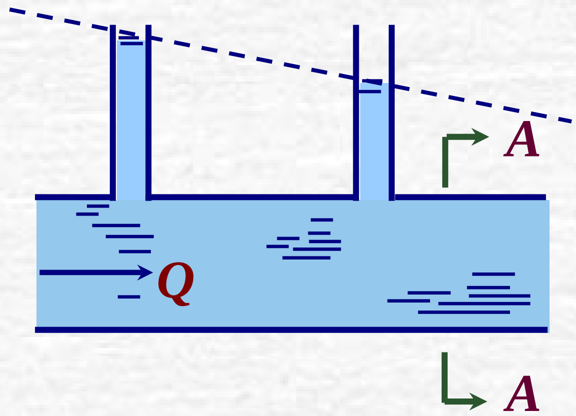
天然河道

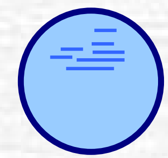
明渠水流是无压流

具有自由水面。

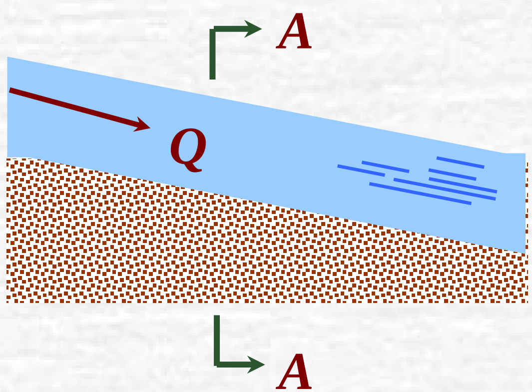
过流断面 *A*-*A*

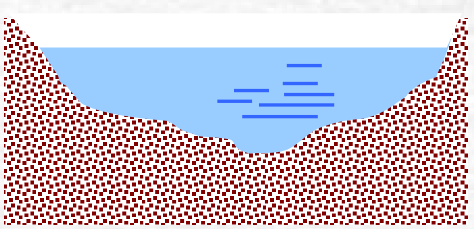
有压流动



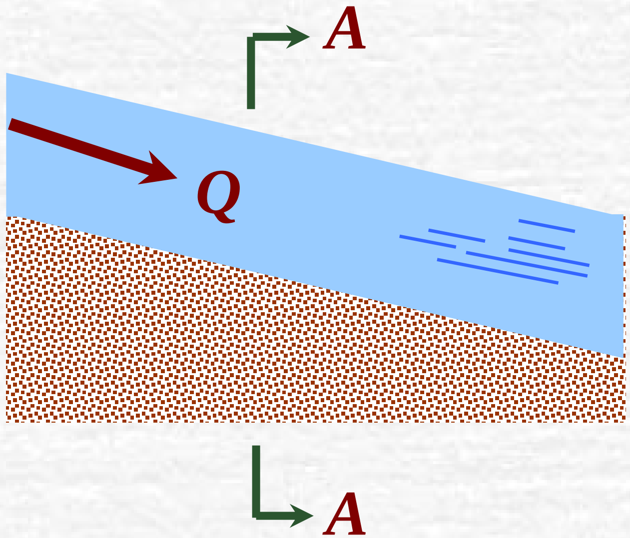


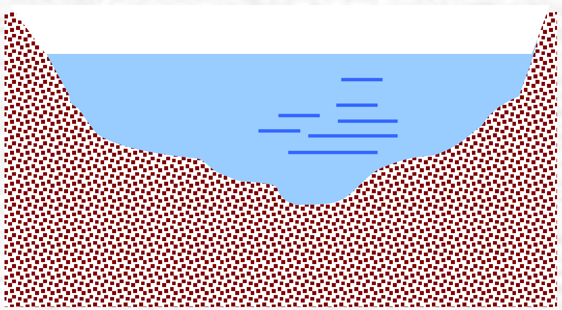
明渠流动





1. 存在自由水面，水面上作用大气压，相对压强为零 。
2. 重力起主导作用。
3. 水面不受固体边界的约束。



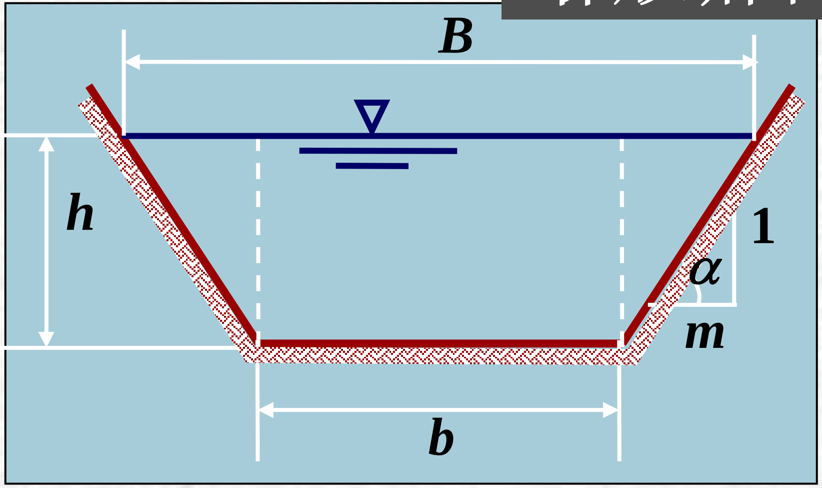


过流断面 *A-A*

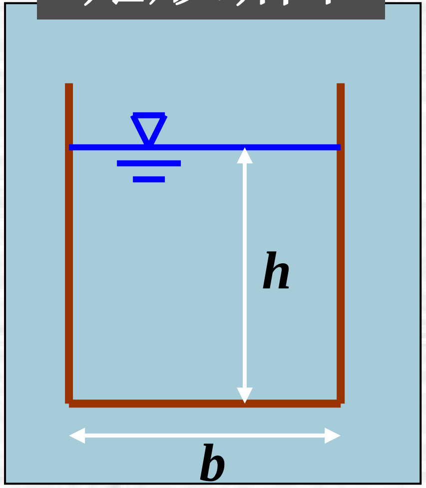
2. 过水断面的形状

规则断面

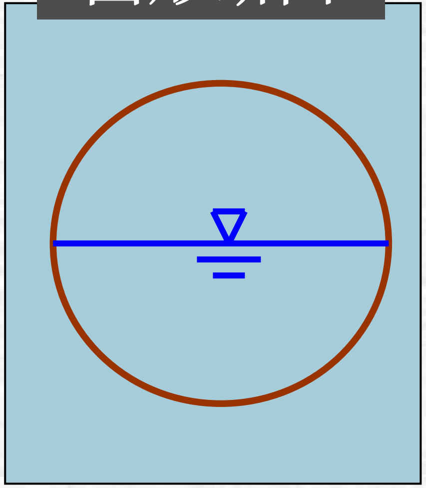
梯形断面



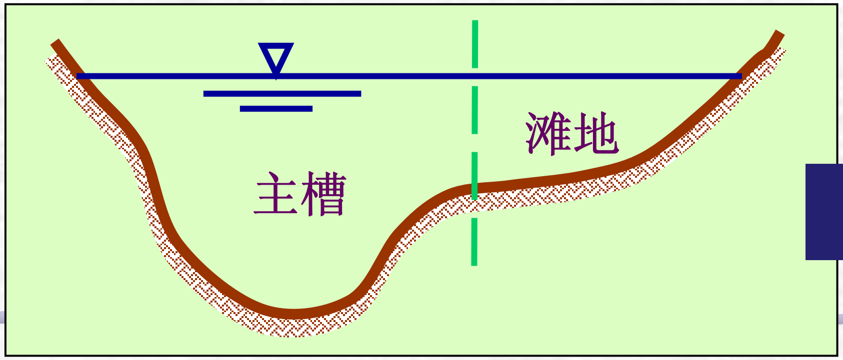
矩形断面



圆形断面



非规则断面



天然河道

3. 明渠的分类

（一）明渠渠身形式分类

棱柱型渠道

断面形状、尺寸及底坡沿程不变的长、直渠道

$$A = f(h)$$

非棱柱型渠道

断面形状、尺寸及底坡沿程变化的渠道

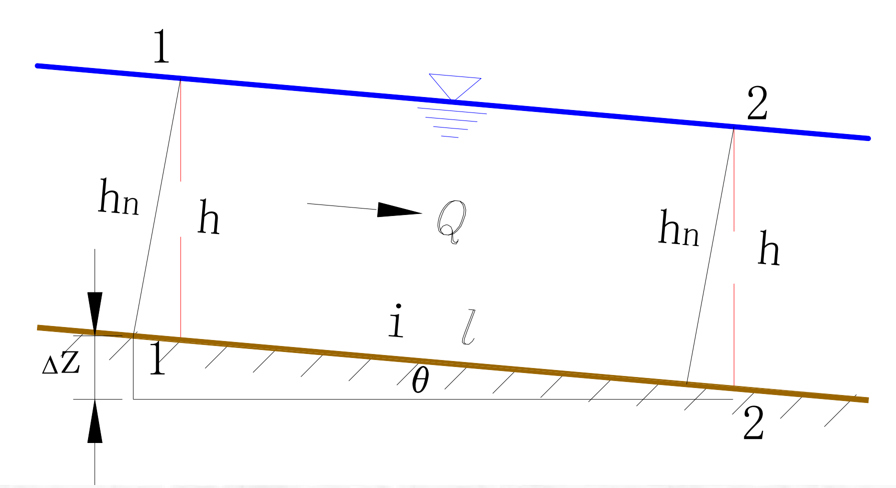
$$A = f(h, z)$$

（二）流动分类

- 恒定流 $\Leftrightarrow$ $\dfrac{\partial B}{\partial t}=0$
  - 均匀
    - 基础
  - 非均匀
    - 渐变流
    - 急变流
- 非恒定流 $\Leftrightarrow$ $\dfrac{\partial B}{\partial t}\neq 0$
  - 均匀（很少）
  - 非均匀
    - 渐变
    - 急变

（三）底坡*i*分类

➤ 明渠底一般是个斜面，在纵剖面上便成一条斜直线，斜线的坡度称渠道底坡*i*。



底坡 *i*

渠底高程 z_b 沿程变化率 $i=\sin\theta=\Delta z/l$，θ 为渠底线与水平线夹角

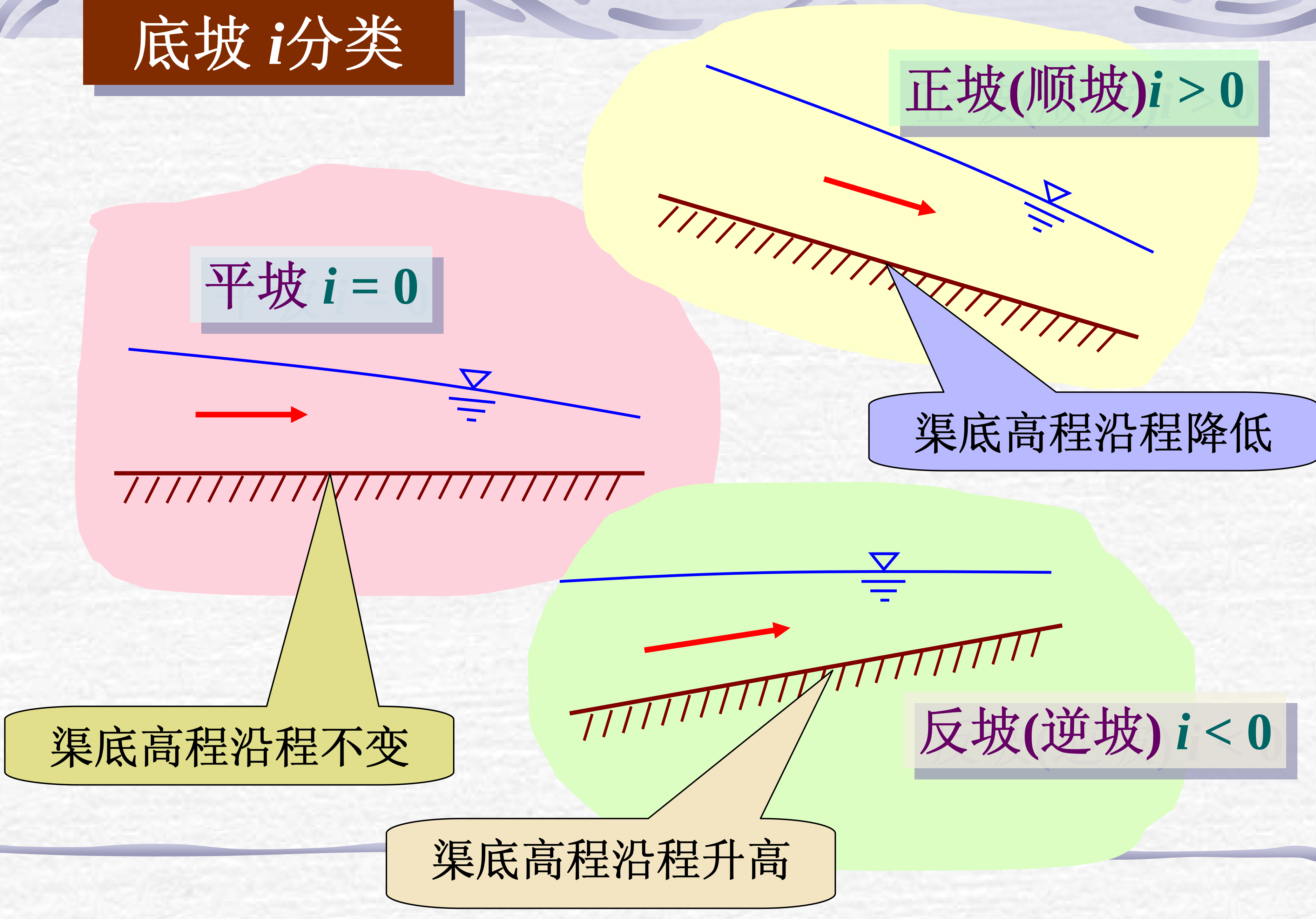
水深*h*

断面实际水深 h_n，铅垂水深 $h=h_n/\cos\theta$

在小底坡情况下，可以认为 $i=\sin\theta=\tan\theta$，$\cos\theta=1.0$，因此过水断面可近似地取铅垂面，可用水平距离代替沿程长度；用铅垂水深代替实际水深。

铅垂水深 $h\approx h_n$

底坡 *i* 分类



4. 明渠恒定均匀流的特征

特征：两个不变、三个相等、两个平衡

- 断面平均流速v和水深h沿程不变。

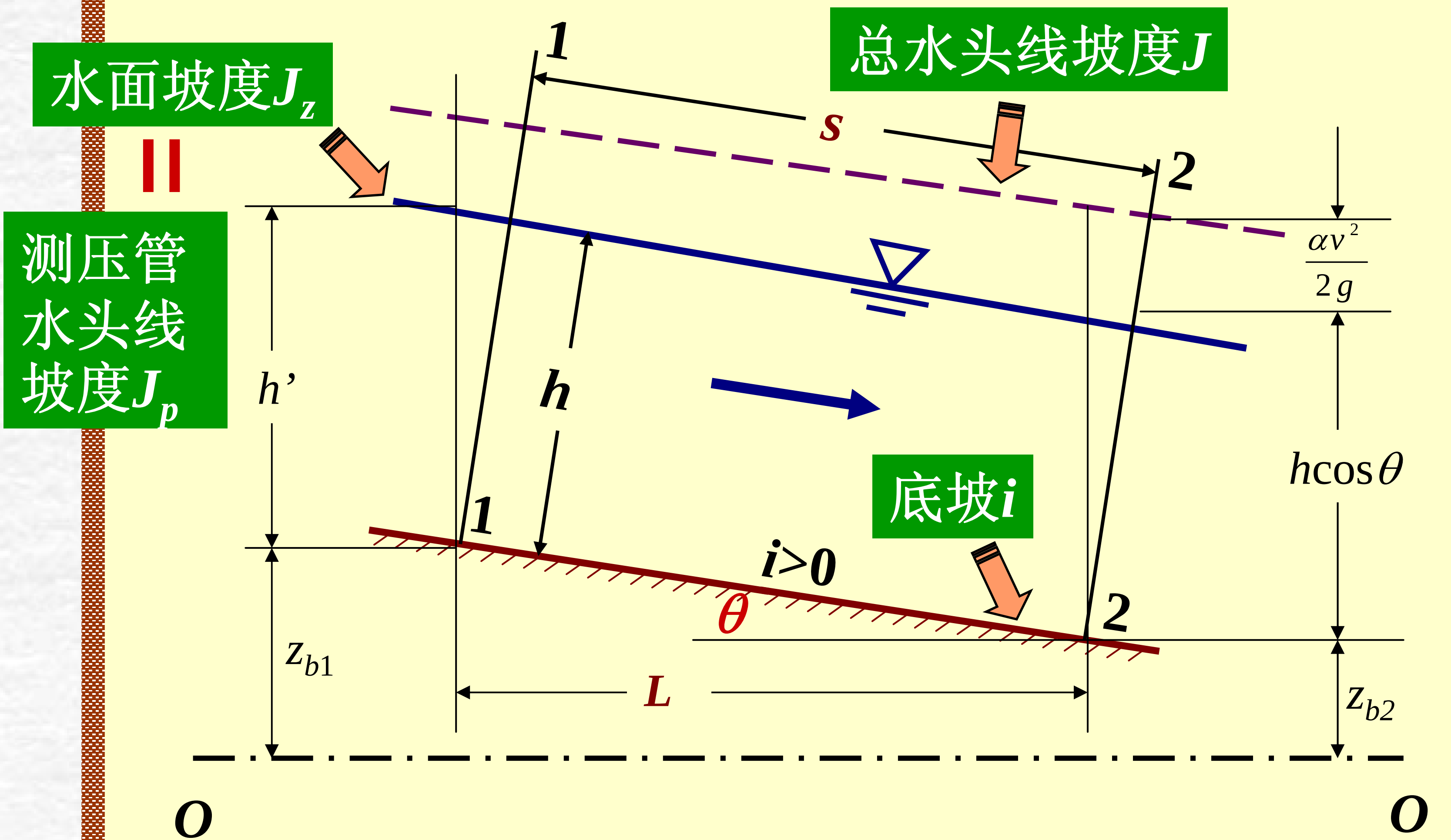
  $v = const\;; h = const$

均匀流的所有运动要素均沿程不变。

- 水力坡度J（总水头线坡度）、水面坡度J_p（测压管水头线坡度）和渠道底坡 i 彼此相等 $J = J_p = i$ 。

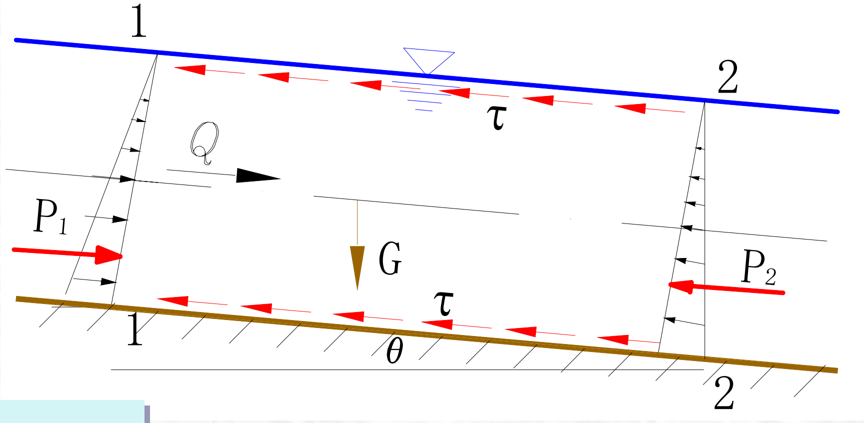
均匀流的水深沿程不变故 $J_p = i$ 。

均匀流的流速沿程不变故 $J = J_p$ 。



水面坑度J_z
=
测压管水头线坡度J_p
总水头线坡度J
1
s
2
$\frac{\alpha v^2}{2g}$
h'
h
$h\cos\theta$
底坡i
1
$i>0$
θ
2
z_{b1}
L
z_{b2}
O
O

重力在流动方向上的分量和阻碍水流运动的摩擦力相平衡 $G\sin\theta = T$。



证明

取**1-1**与**2-2**断面间水体为控制体

分析受力：$\mathbf{P_1}$、$\mathbf{P_2}$、**G**及**T**

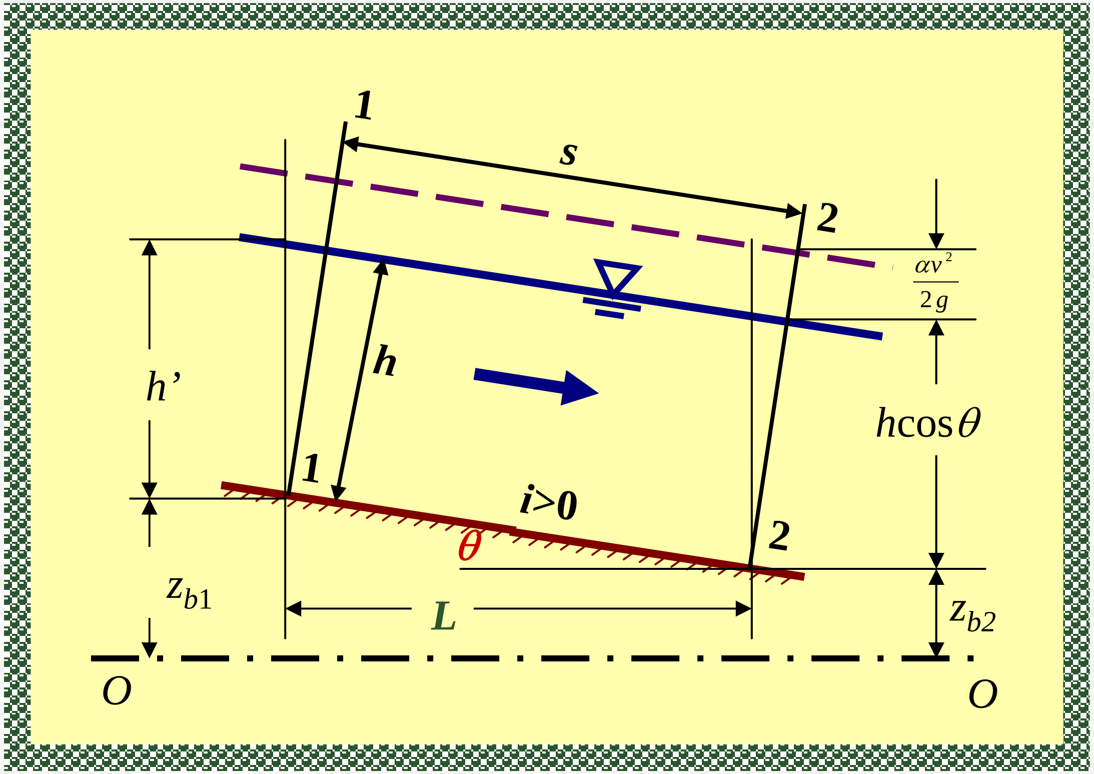
对于明渠均匀流，流速沿程不变，故水流方向满足平衡条件：

$$P_1 + G\sin\theta - T - P_2 = 0$$

均匀流的过水断面上动水压强按静水压强规律分布。

$$\Rightarrow G\sin\theta = T$$

5. 明渠均匀流动的形成条件



① 恒定流

② **Q** 沿程不变

③ 为棱柱型渠

④ ***i*** 和 ***n*** 沿程不变

⑤ ***i* > 0**

只有人工渠道才严格满足。

二. 明渠均匀流的基本公式

- 明渠均匀流一般属于紊流的阻力平方区。

基本公式

连续方程 $Q = vA$

谢才公式 $v = C\sqrt{RJ} = C\sqrt{Ri}$

$J = i$

谢才系数 $C = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{6}}$

量纲 $[C] = \left[L^{\frac{1}{2}} T^{-1} \right]$

流　量 $Q = AC\sqrt{Ri} = K\sqrt{i}$

流量模数 $K = AC\sqrt{R}$

i =1时渠道中通过的流量，与流量单位相同。

谢才系数的确定

曼宁公式

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6}$$

巴甫洛夫斯基公式

$$C = \frac{1}{n} R^{y}$$

当$\boldsymbol{R} < \mathbf{1}\mathrm{m}$ 时，$\boldsymbol{y} \approx \mathbf{1.5}\sqrt{n}$

当$\boldsymbol{R} > \mathbf{1}\mathrm{m}$ 时，$\boldsymbol{y} \approx \mathbf{1.3}\sqrt{n}$

糙率 *n* 的确定

在明渠设计中，糙率 *n* 的准确估值是非常重要的，天然河道中影响糙率*n*值的因素有：

1. 河床表面粗糙
2. 断面的不规则、平弯情况、滩地交叉、河道阻碍情况
3. 河堤沙坡影响随水深变化

糙率 *n* 由实验定或查表求近似值。

明渠均匀流的正常水深

明渠均匀流的流量确定后，必有一个水深与之对应，称为**正常水深h_0**.只有这个水深才能使渠道发生**均匀流**。

对于足够长的正底坡渠道，只要断面形状、底坡、渠壁糙率沿程不变，水流总是有形成均匀流的趋势。

解释

$$Q = AC\sqrt{Ri} = K\sqrt{i}$$

A、R就是对应于h_0时的过水断面积、水力半径。

三. 渠道设计中的几个问题

1. 水力最佳断面 (best hydraulic section)

流量

$$Q = AC\sqrt{Ri} = A\frac{1}{n}R^{\frac{1}{6}}\sqrt{Ri} = \frac{1}{n}AR^{\frac{2}{3}}i^{\frac{1}{2}}$$

- 明渠均匀流的过流能力取决于***n***、***i***及过水断面的形状、尺寸
- 在设计渠道时，***n***取决于渠壁材料，***i*** 一般随地形条件定，故流量**Q**只取决于断面形状和大小。

水力最佳断面

过流断面的面积、糙率、底坡一定，通过的流量最大的断面形状。

流量

$$Q = AC\sqrt{Ri} = A\frac{1}{n}R^{\frac{2}{3}}i^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}\cdot i^{\frac{1}{2}}}{\kappa^{\frac{2}{3}}}$$

面积、糙率、底坡一定，流量最大，要求 **k** 最小。

要求 ***R*** 最大

$$R = \frac{A}{\chi}$$

面积**A**一定

湿周χ最小

最佳断面是圆：面积一定，周长最小

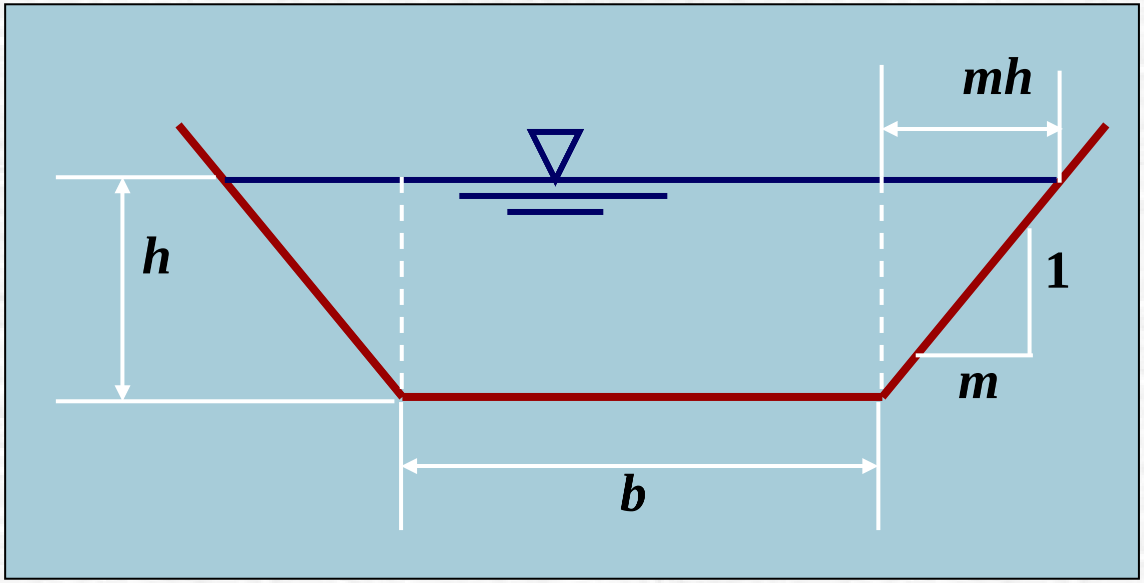
明渠水力最佳断面—半圆

半圆的水力半径和圆的水力半径相同，所以明渠水力最佳断面是半圆。

半圆形断面施工困难，工程中用的不多，在土壤开挖的渠道中，一般采用梯形断面。

梯形断面明渠满足水力最佳条件的宽深比

梯形断面是渠道工程中常用的一种断面形式。当边坡系数选定以后，可确定满足水力最佳条件的宽深比$\beta_m=(b/h)_m$



面积:

$$A = bh + mh^2$$

湿周:

$$\chi = b + 2h\sqrt{1+m^2}$$

$$\frac{dA}{dh} = (b+mh) + h\left(\frac{db}{dh} + m\right) = 0$$

$$\frac{d\chi}{dh} = \frac{db}{dh} + 2\sqrt{1+m^2} = 0$$

$$\beta_m = \left(\frac{b}{h}\right)_m = 2\left(\sqrt{1+m^2} - m\right)$$

梯形断面最佳宽深比

矩形水力最佳断面：$\beta_m = b/h = 2$

说明

- 水力最佳断面只是从水力学角度出发导出的。在工程实践中还必须依据造价、施工技术、运转要求、养护条件等各方面情况进行综合考虑和比较，选出最经济合理的过水断面。有时还要考虑航运对水深和水面宽度等方面的要求；

- 对于小型渠道，其造价基本上由过水断面的土方量决定，其水力最佳断面和经济合理断面比较接近；对于大型渠道，若按照水力最佳条件设计，则渠道成为窄深式，施工不变，养护也困难。

- 实际设计时，水力最佳条件只是考虑因素之一。

2. 渠道中的允许流速问题

渠道允许流速

- 不冲允许流速v'：防止冲刷破坏

0.4m<h<1.0m 时

砂质粘土： 1.0 m/s
粘　土： 1.2 m/s
草皮护坡： 1.6 m/s
干砌块石： 2.0 m/s

- 不淤允许流速v'' ：防止泥沙淤积

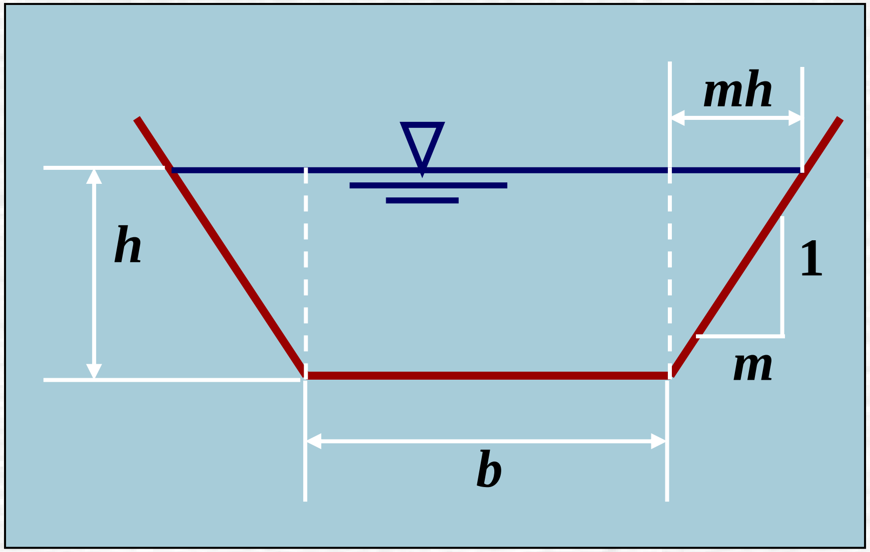
雨水明渠 0.4 m/s
雨水管道 0.75 m/s

一般取 $v'' \geq 0.5$m/s

四. 明渠均匀流水力计算的基本问题

- 校核已有渠道的输水能力（求流量Q）

$$Q = K\sqrt{i} = AC\sqrt{Ri}$$



- 确定渠道底坡i

$$\left.\begin{array}{l} Q = K\sqrt{i} \\ K = AC\sqrt{R} \end{array}\right\} \longrightarrow i = \frac{Q^2}{K^2}$$

设计新渠道（决定断面形状尺寸*b*、*h*）

1. 宽矩形断面渠道，求正常水深

宽矩形：$R \approx h_0$

$$Q = \frac{1}{n} A R^{\frac{2}{3}} i^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{n} b h_0^{\frac{5}{3}} i^{\frac{1}{2}} \Rightarrow h_0$$

2. 已知渠道宽深比$\beta = b/h_0$，求正常水深

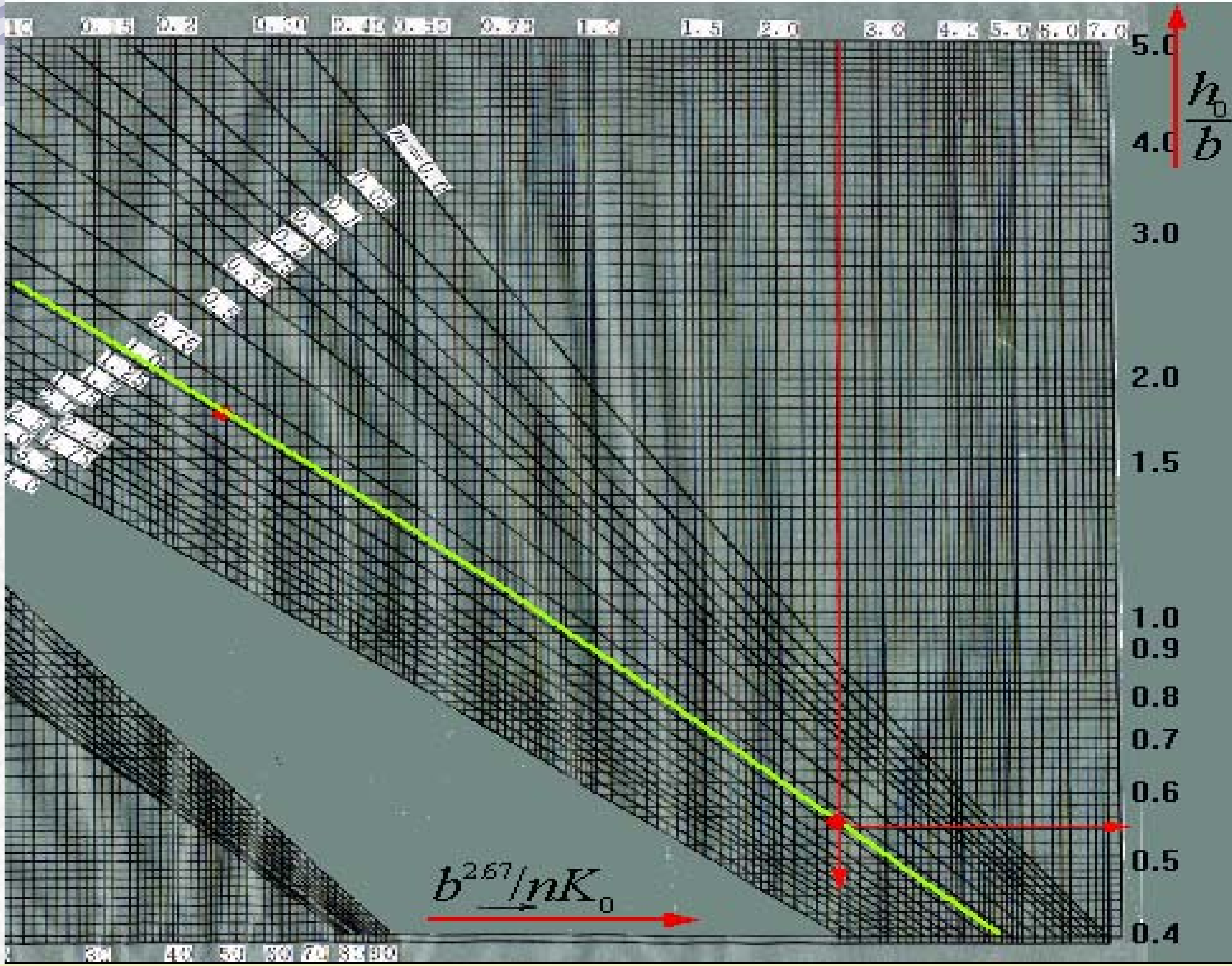
$$Q = \frac{1}{n} A R^{\frac{2}{3}} i^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{n} \frac{A^{\frac{5}{3}} i^{\frac{1}{2}}}{\kappa^{\frac{2}{3}}}$$

$$A = bh_0 + mh_0^2 = \beta h_0^2 + mh_0^2$$

$$\chi = b + 2h_0\sqrt{1+m^2} = \beta h_0 + 2h_0\sqrt{1+m^2}$$

$\Rightarrow Q = f(h_0)$

- 试算
- 查附图I（P649）



附图I　梯形、矩形断面明渠的正常水深h_0求解图

3. 已知Q、i、n、m和$b(h_0)$，求正常水深$h_0(b)$。

(1)试算法

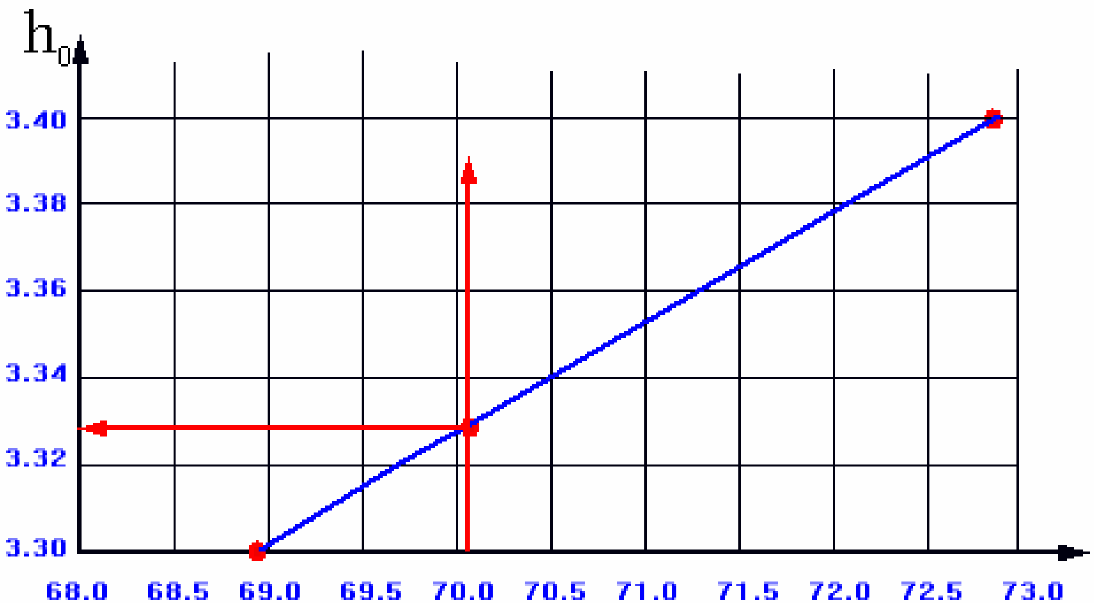
- 求什么设什么

例：设一系列的 h_0

$$Q = f(h_0)$$

$$Q_{已知} = 70\,m^3/s \Rightarrow h_0 = 3.33\,m$$

根据计算得到的h_0、Q，把它们绘成曲线。



当流量$Q=70m^3/s$时，查图得到 $h_0=3.33m$ 。

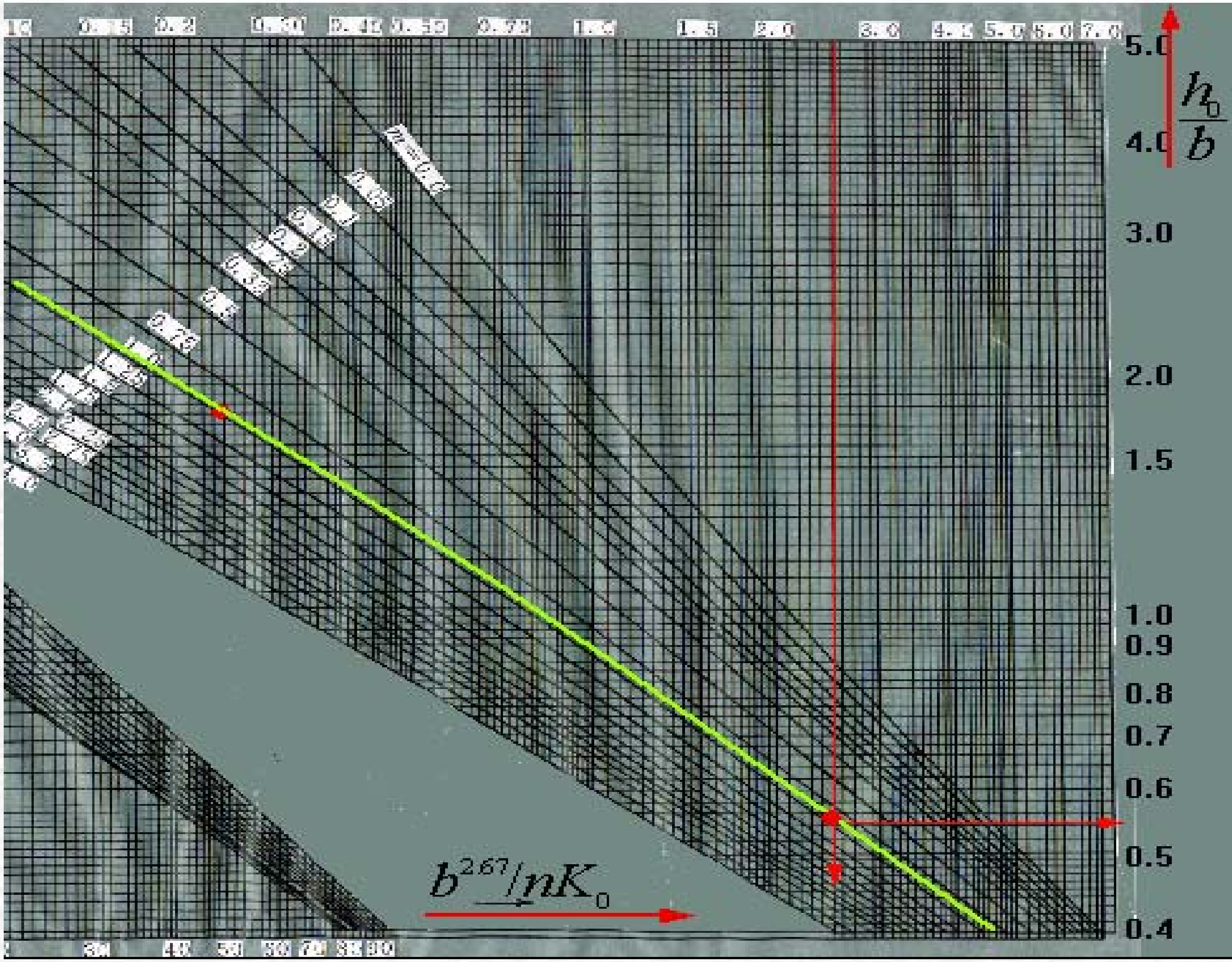
- 同样可以求 b

(2) 图解法

- 只能求 h_0

$$\frac{b^{2.67}}{nk} \xrightarrow{m} \frac{h_0}{b}$$

$$\longrightarrow h_0$$



附图I　梯形、矩形断面明渠的正常水深h_0求解图

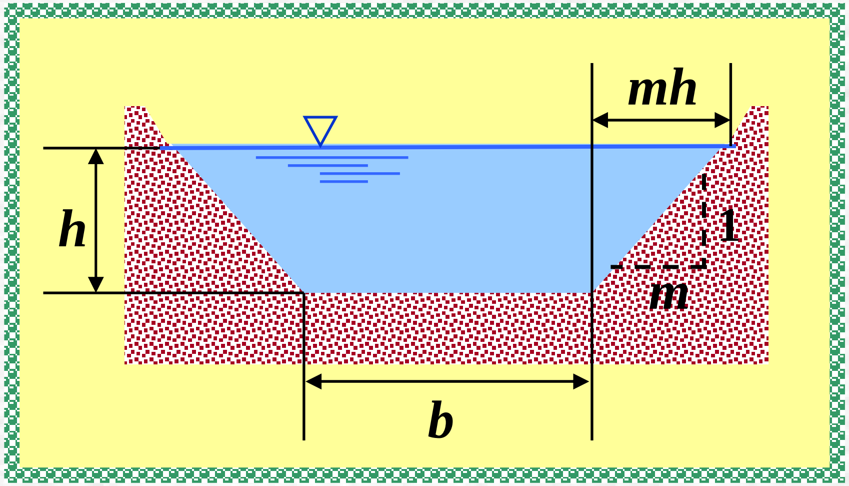
4. 给定最大允许流速v'，求正常水深 h_0 及 b。

$$Q = K\sqrt{i} = AC\sqrt{Ri}$$

$$A = bh_0 + mh_0^{\ 2} = \frac{Q}{v'}$$

$$\Rightarrow \quad b, h_0$$

梯形断面的水力计算



基本要素

底宽b　水深h　边坡系数m

面积 → $A = bh + mh^2$

湿周 → $\chi = b + 2h\sqrt{1+m^2}$

水力半径 → $R = \dfrac{A}{\chi} = \dfrac{(b+mh)h}{b+2h\sqrt{1+m^2}}$

流量 → $Q = AC\sqrt{Ri} = K\sqrt{i}$

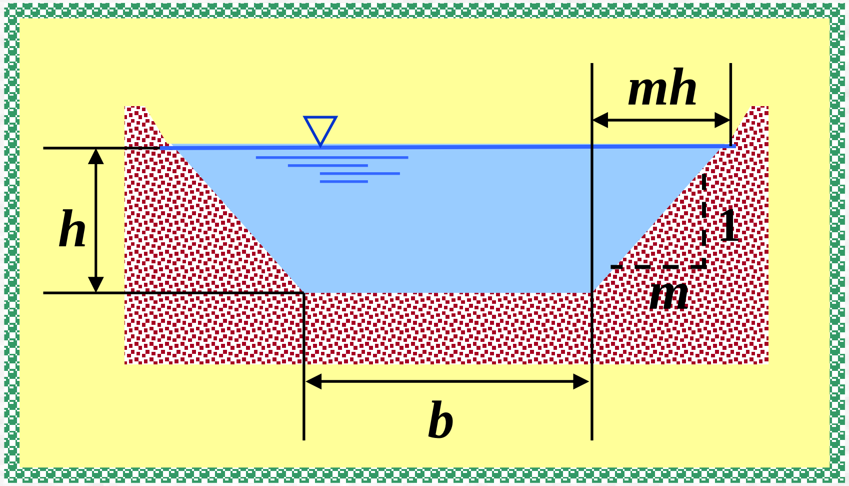
$C = \dfrac{1}{n}R^{1/6}$ 或 $C = \dfrac{1}{n}R^{y}$

当$R < 1\text{m}$时 → $y = 1.5\sqrt{n}$

例 - 1

已知 m, b, h, n, i

求 Q(校核渠道输水能力)



面 积 → $A = bh + mh^2$

湿 周 → $\chi = b + 2h\sqrt{1+m^2}$

水力半径 → $R = A/\chi$

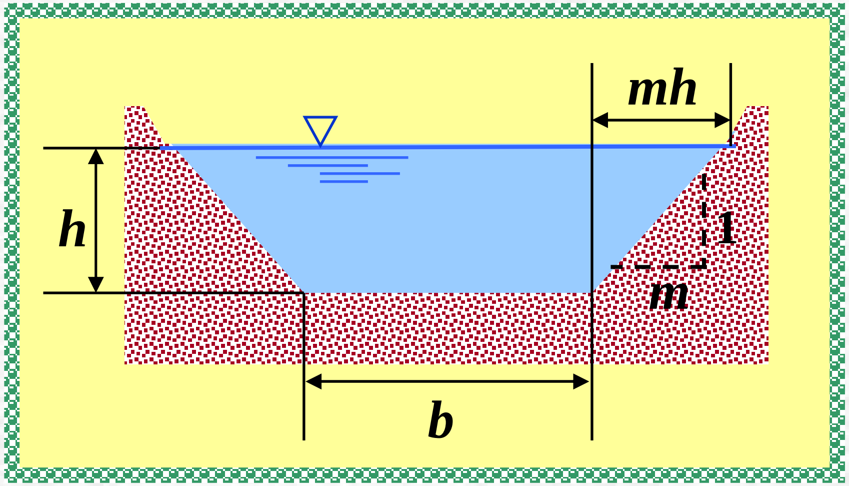
流 量 → $Q = AC\sqrt{Ri} = K\sqrt{i}$

$$C = \frac{1}{n}R^{\frac{1}{6}}$$

例 - 2

已知 m, b, h, n, Q

求 i (设计渠槽的底坡)



面 积 → $A = bh + mh^2$

湿 周 → $\chi = b + 2h\sqrt{1+m^2}$

水力半径 → $R = A/\chi$

流量 $Q = AC\sqrt{Ri} = K\sqrt{i}$

流量模数 $K = AC\sqrt{R}$

$$C = \frac{1}{n}R^{\frac{1}{6}}$$

底坡 → $i = \dfrac{Q^2}{K^2}$

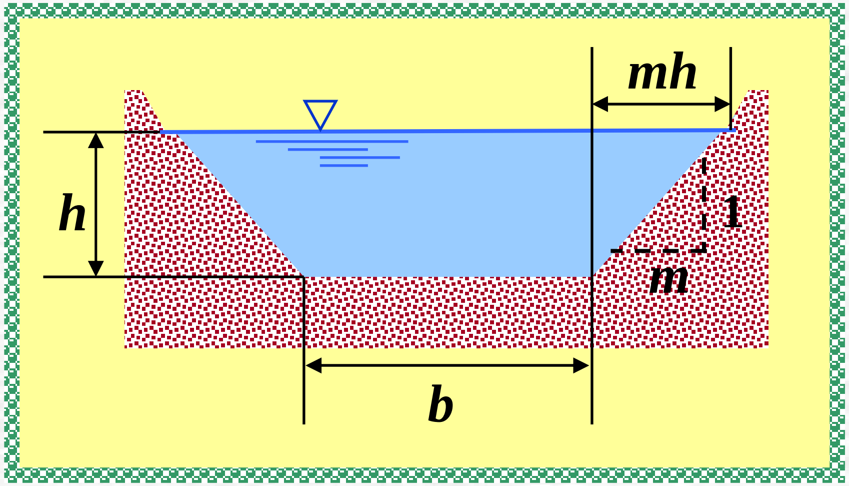
例 - 3

已知

$m=1.5,\ n=0.0225,\ i=0.0004,\ h_0=1.4,\ Q=12\text{m}^3/\text{s}$

求

b



$$K_0 = Q/\sqrt{i}$$

$$K = AC\sqrt{R}$$

$$C = \frac{1}{n}R^{1/6}$$

$$R = A/\chi$$

$$K = \frac{1}{n}\frac{[(b+mh_0)h_0]^{5/3}}{(b+2h_0\sqrt{1+m^2})^{2/3}} = \frac{(1.4b+2.94)^{5/3}}{0.0225(b+5.05)^{2/3}}$$

假设b,求出K, 试算到 $K=K_0$

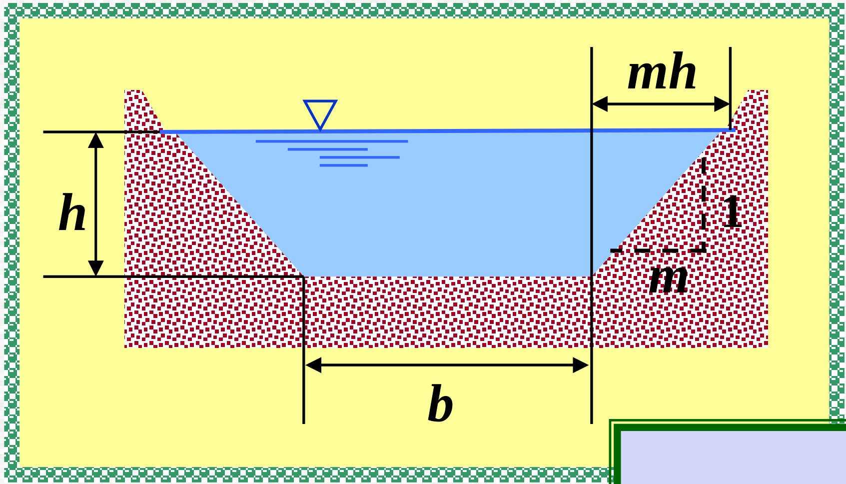
$$b = 7.05m$$

例 - 4

已知

m=1.0, n=0.02, i=0.0004, b=5.0m, Q=10m³/s

求 h_0



$$K_0 = Q/\sqrt{i}$$

$$K = AC\sqrt{R}$$

$$\left\{\begin{aligned} C &= \frac{1}{n}R^{1/6} \\ R &= A/\chi \end{aligned}\right.$$

$$\frac{b^{2.67}}{nK} = \frac{\left(\frac{1}{h/b} + 2\sqrt{1+m^2}\right)^{2/3}}{\left(\frac{1}{h/b} + m\right)^{5/3} (h/b)^{8/3}}$$

$$\frac{b^{2.67}}{nK} = f(m, \frac{h}{b})$$

假设h/b,求出K, 试算到 $K=K_0$

或

查图

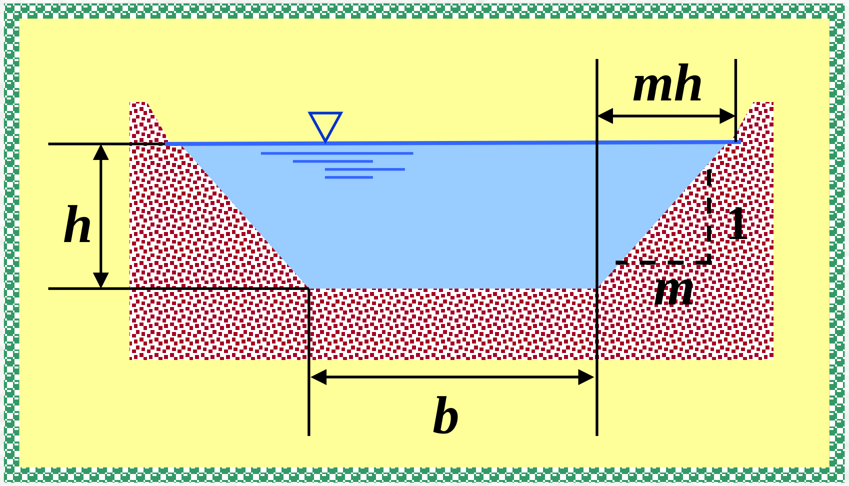
$$h_0 = 1.49\ m$$

例 - 5

已知 m, n, i, Q

选定 $\beta = b/h_0$

求 h_0和b



流量公式是m, n, i, Q, b, h之间的关系式，已知 m, n, i, Q，并补充了$\beta = b/h_0$，即可求出h_0和b .

例 - 6

已知 m, n, i, Q

选定允许流速$[v]$

求 h_0和b

$$A = Q/[v] = f(b,h)$$

$$[v] = C\sqrt{Ri} \;\rightarrow\; R = A/\chi = g(b,h)$$

联立求解

五. 圆管无压均匀流

管道不满流，具有自由表面。

基本要素

直径d　　充满角θ

面 积

$$A=\frac{1}{8}d^2(\theta-\sin\theta)$$

湿周

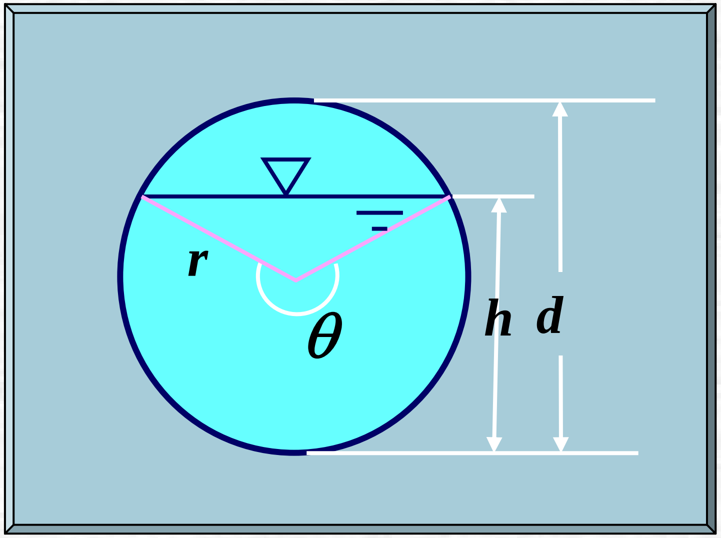
$$\chi=\frac{d}{2}\theta$$

水力半径

$$R=\frac{d}{4}\left(1-\frac{\sin\theta}{\theta}\right)$$

充满度

$$\alpha=\frac{h}{d}=\sin^2\frac{\theta}{4}$$

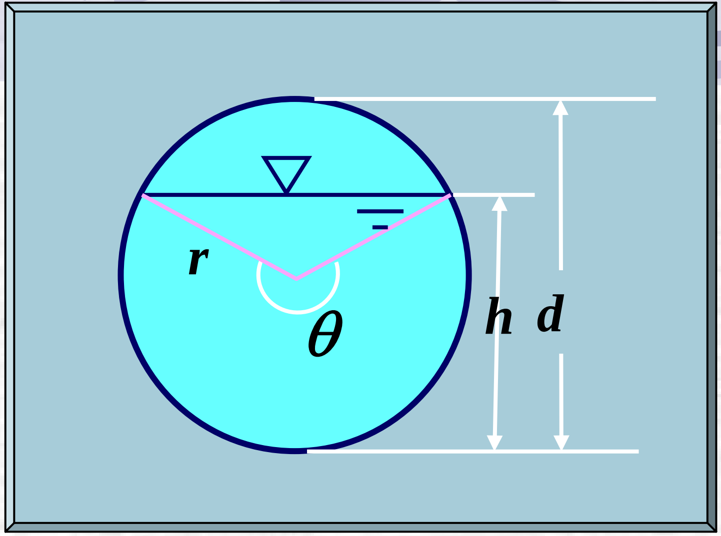


水面宽度

$$B=d\sin\frac{\theta}{2}$$

流量

$$Q = AC\sqrt{Ri} = \frac{\sqrt{i}}{n}\frac{[\frac{d^2}{8}(\theta - \sin\theta)]^{5/3}}{(\frac{d}{2}\theta)^{2/3}}$$



令 $\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}\theta} = 0$

$\theta = 302.4^0$

$\alpha = \frac{h}{d} = 0.9382$

流速

$$v = C\sqrt{Ri} = \frac{\sqrt{i}}{n}[\frac{d}{4}(1 - \frac{\sin\theta}{\theta})]^{2/3}$$

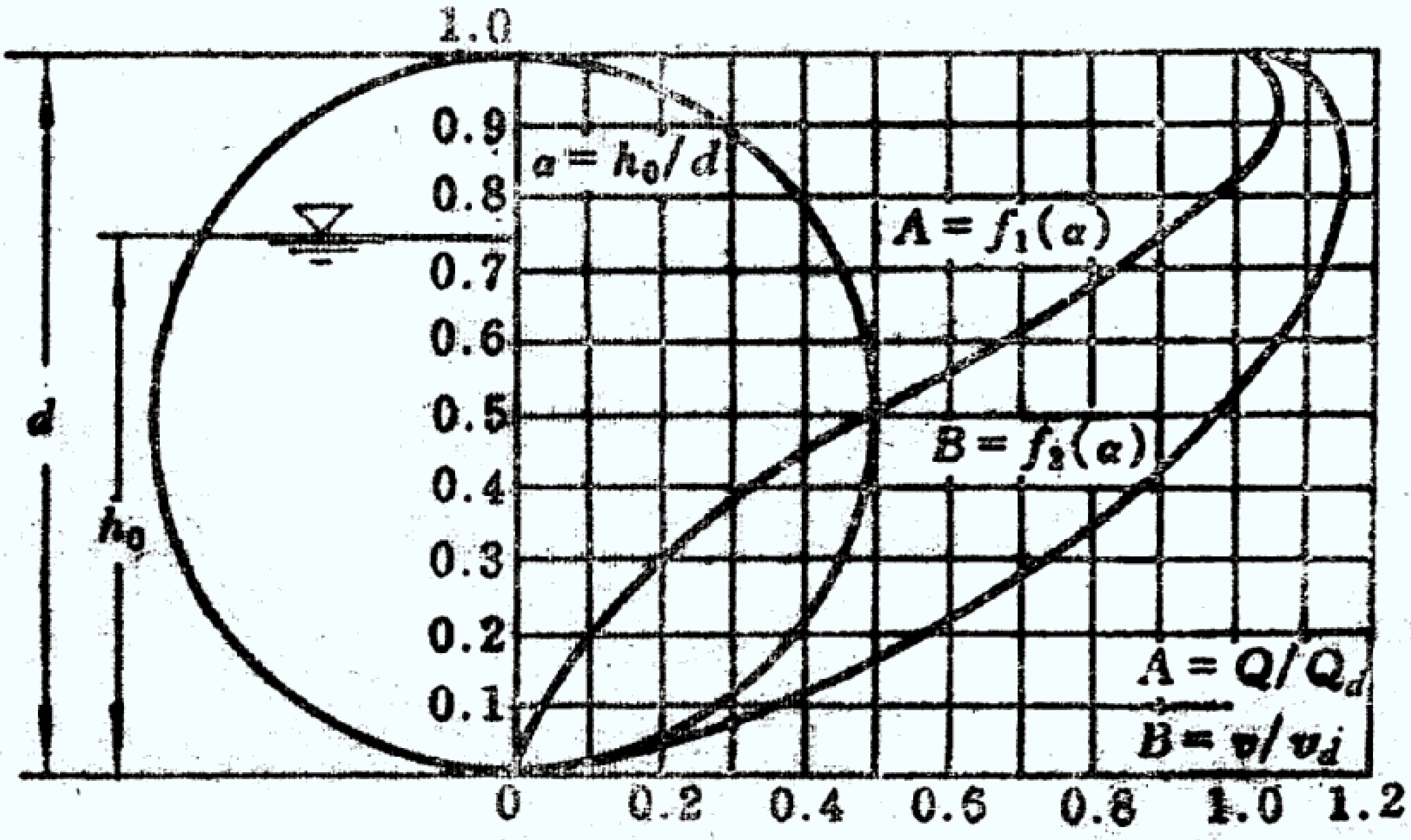
输水性能最优充满度

令 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\theta} = 0$

$\theta = 257.45^0$

$\alpha = \frac{h}{d} = 0.8128$

上述计算过程比较繁琐，工程上一般查图求解。


1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
$\alpha = h_0/d$
$A = f_1(\alpha)$
$B = f_2(\alpha)$
$A = Q/Q_d$
$B = v/v_d$
d
h_0

圆管无压均匀流计算表

§7—2 明渠恒定流的流动类型及其判别

明渠均匀流动的形成条件

① 恒定流

② ***Q*** 沿程不变

③ 为棱柱型渠道

④ ***i*** 和 ***n*** 沿程不变

⑤ $i > 0$

只有人工渠道才能严格满足。

实际工程中，经常需要在河渠上架桥、设涵洞、筑坝、建闸和设立跌水等，破坏均匀流的产生条件，形成非均匀流。

明渠非均匀流的特征

- 断面平均流速v和水深h沿程变化。

$$v \neq const \; ; h \neq const$$

- 水力坡度J（总水头线坡度）、水面坡度J_p（测压管水头线坡度）和渠道底坡 i 互不相等 $J \neq J_p \neq i$ 。

- 重力在流动方向上的分量和阻碍水流运动的摩擦力不相平衡 $G\sin\theta = T$。

均匀流

非均匀流

- 由于明渠非均匀流的断面平均流速*v*和水深*h*沿程变化，所以水面线一般为曲线（称水面曲线）。

- 研究非均匀流就是定性分析、定量计算水面曲线。

- 如桥梁勘测设计时，为预计建桥后墩台对河流影响，需计算桥址附近的水位标高；河道上筑坝蓄水，为确定由于水位抬高造成的水库淹没范围，亦要进行水面曲线的计算。

- 为掌握流动状态的实质，定性分析、定量计算水面曲线之前，首先要确定明渠水流的流动类型及判别。

● 凭直觉，水流有缓、有急，*Q*一定，*h*大，*v*小，水流平缓；*h*小，*v*大，水流湍急。

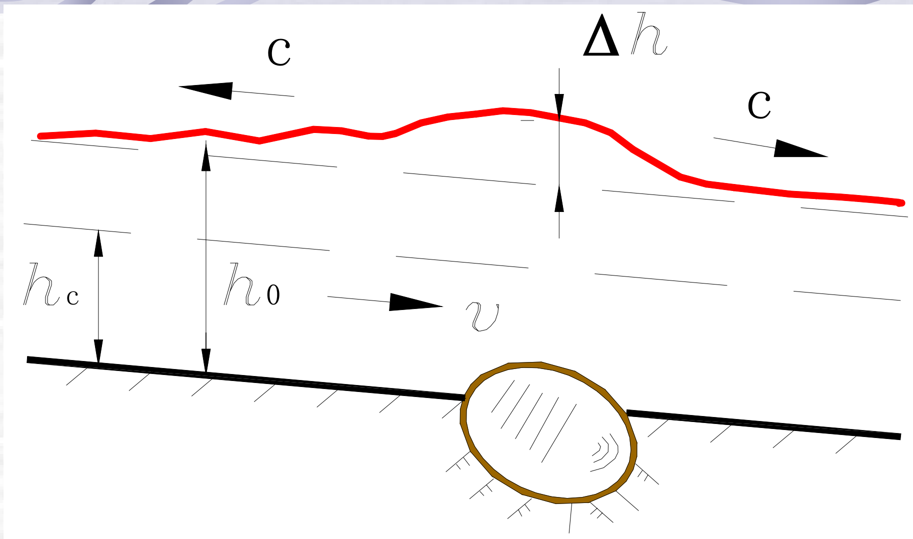
实验室中缓流现象

急流现象

流动类型

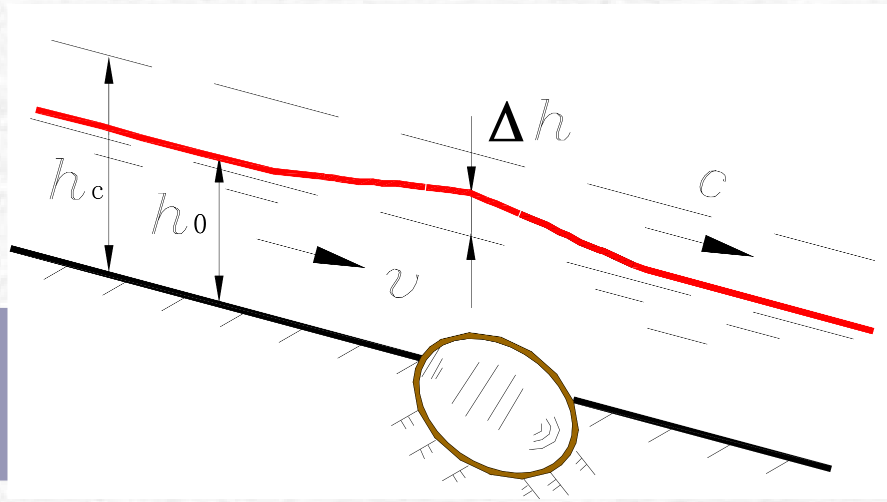
缓流

当渠道中有障碍物产生干扰时，干扰波既能向上游传播，又能向下游传播。



急流

当渠道中有障碍物产生干扰时，干扰波只能向下游传播。

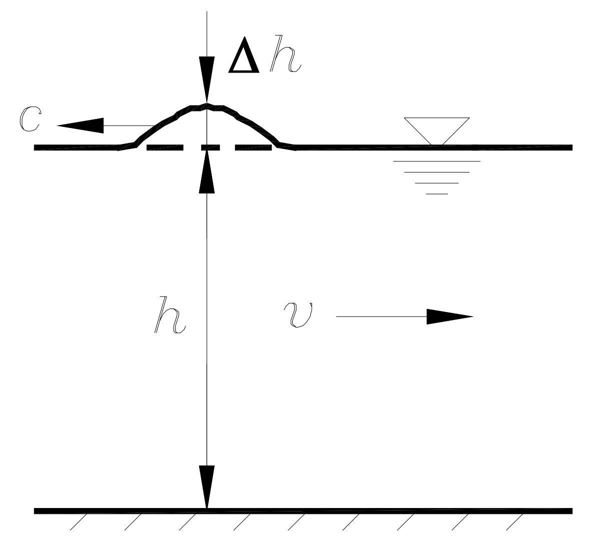


临界流

缓流、急流中间存在不稳定的临界流。

- 下面介绍五种判别流动类型的方法。

一. 波速法

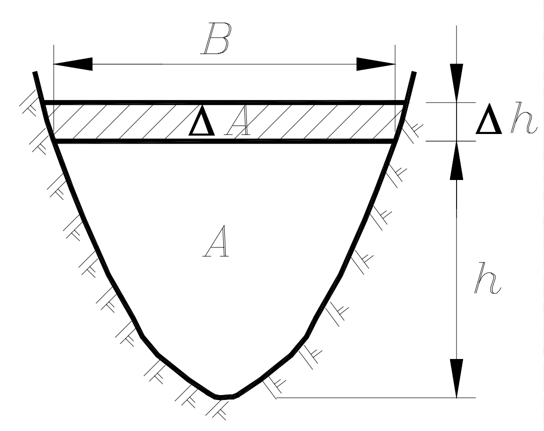


- v：渠中水流断面平均流速；
- c：静水中干扰波的传播速度。

连续方程

能量方程

$$c=\sqrt{g\frac{A}{B}}=\sqrt{g\bar{h}}$$



B：水面宽度；h：渠中平均水深。

矩形断面

$$c=\sqrt{gh}$$

绝对速度

$$c_{绝}=v\pm c=v\pm\sqrt{g\bar{h}}$$

“+”：顺流方向；

“-”：逆流方向

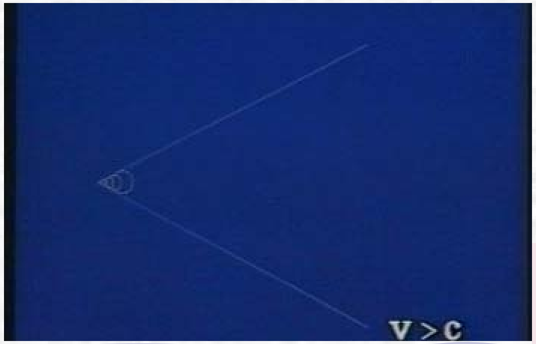
绝对速度

$$c_{绝} = v \pm c = v \pm \sqrt{gh}$$

$v < c \Rightarrow$ 缓流　　$v = c \Rightarrow$ 临界流　　$v > c \Rightarrow$ 急流

缓流

临界流



急流

静水

二. 佛汝德数法

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gl}}$$

重力与惯性力的比值

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{g\bar{h}}} = \frac{v}{c}$$

用 $\bar{h}$ 代替 $\boldsymbol{l}$

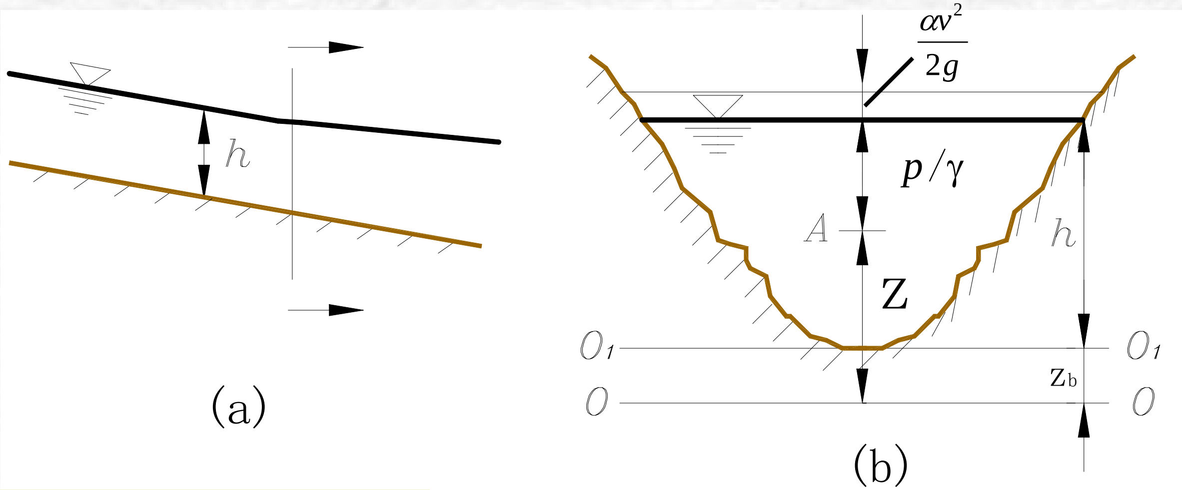
$Fr < 1 \Rightarrow$ 缓流

$Fr = 1 \Rightarrow$ 临界流

$Fr > 1 \Rightarrow$ 急流

三. 断面比能法

- 水流的三种流动类型也可以从能量的角度进行分析判断。



总机械能

$$E = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\alpha v^2}{2g}$$

$$E_s = E - z_b = (z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\alpha v^2}{2g}) - z_b = h + \frac{\alpha v^2}{2g}$$

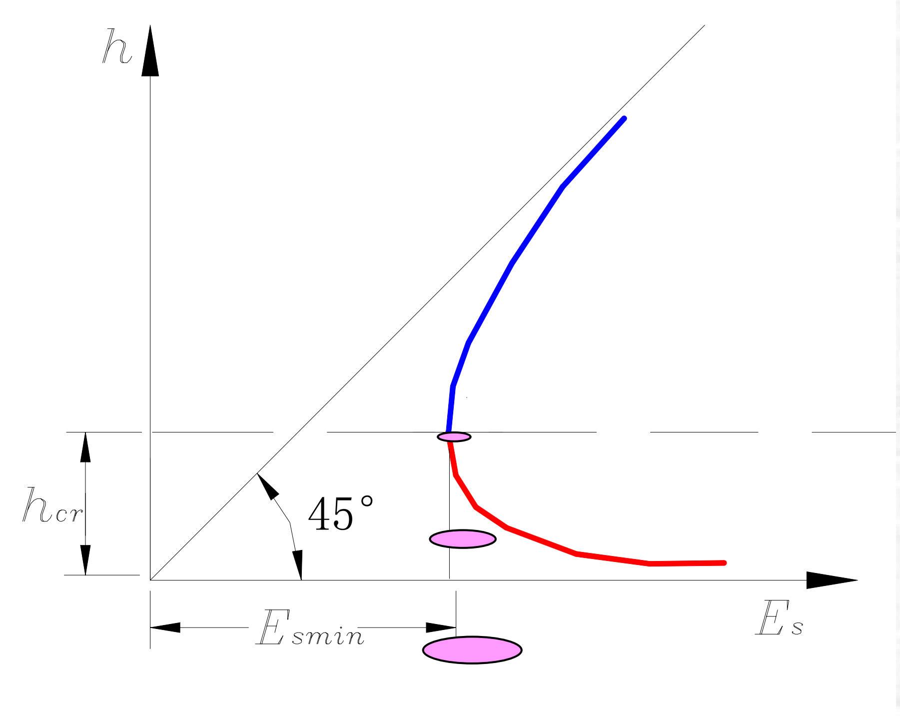
断面比能：单位重量液体相对于过水断面最低点处水平面的总能量。

$$E_s = h + \frac{\alpha v^2}{2g} = h + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} = f(h)$$

当断面形状、尺寸、流量一定时，E_s只是水深h的函数。

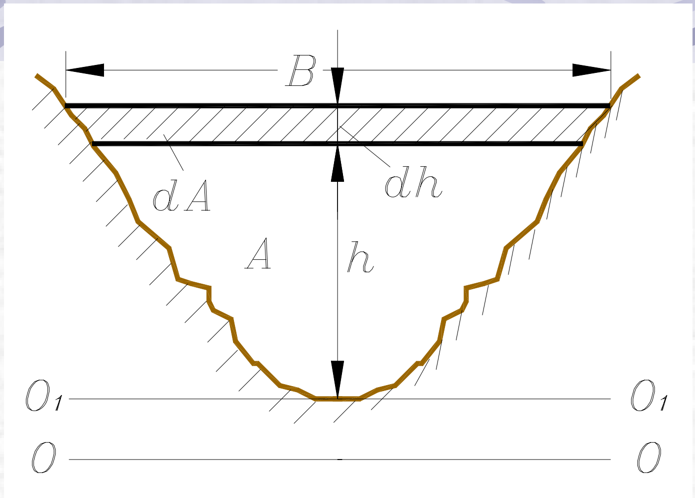
- 当$h \Rightarrow 0$，$A \Rightarrow 0$，$E_s \Rightarrow \infty$，则断面比能曲线与水平轴渐近相切；

- 当 $h \Rightarrow \infty$ ， $A \Rightarrow \infty$ ，$E_s \Rightarrow h \Rightarrow \infty$，则断面比能曲线与$E_s=h$线渐近相切。



临界水深h_{cr}

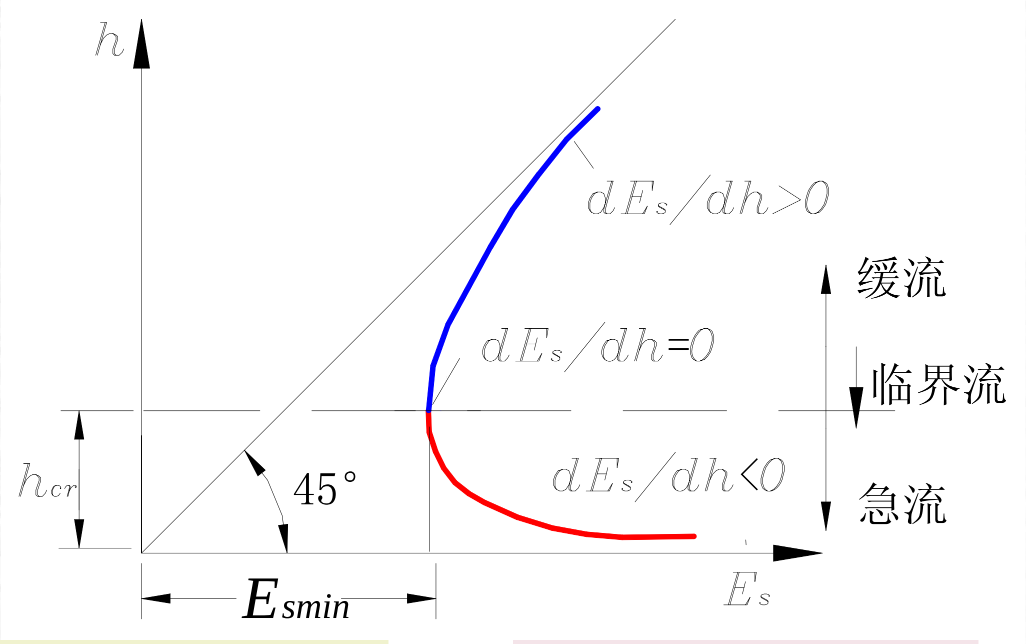
$$\frac{dE_s}{dh} = 1 + \frac{d}{dh}\left(\frac{\alpha Q^2}{2gA^2}\right) = 1 - \frac{\alpha Q^2}{gA^3}\frac{dA}{dh}$$
$$= 1 - \frac{\alpha Q^2 B}{gA^3} = 1 - \frac{\alpha v^2}{g\frac{A}{B}} = 1 - \frac{\alpha v^2}{g\bar{h}} = 1 - \alpha F_r^2$$



$Fr < 1 \Rightarrow$ 缓流

$Fr = 1 \Rightarrow$ 临界流

$Fr > 1 \Rightarrow$ 急流



$\frac{dE_s}{dh} > 0 \Rightarrow$ 缓流

$\frac{dE_s}{dh} = 0 \Rightarrow$ 临界流

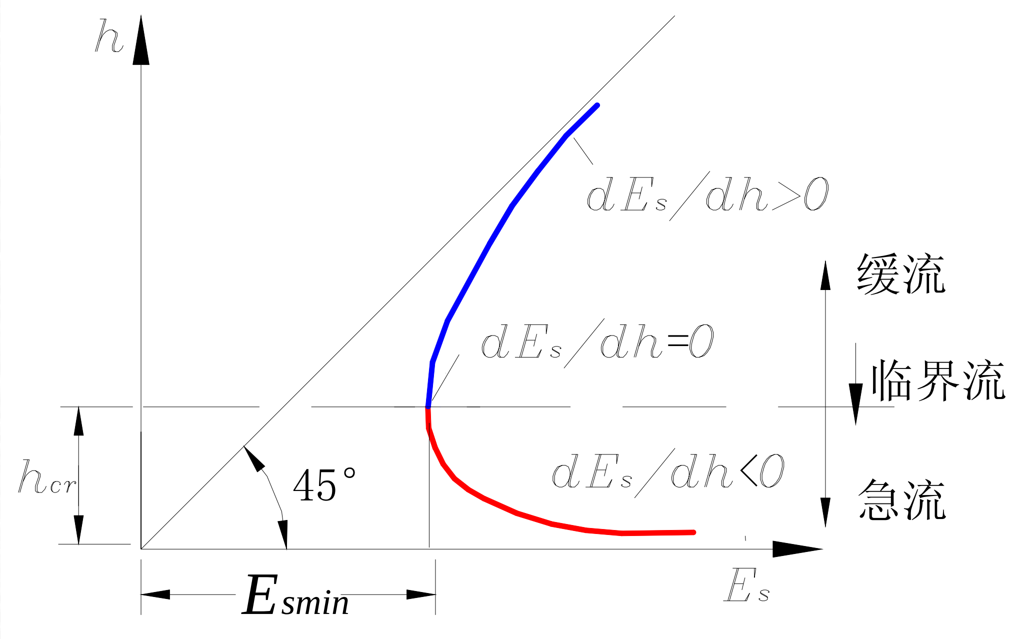
$\frac{dE_s}{dh} < 0 \Rightarrow$ 急流

四. 水深法

$h > h_{cr} \Rightarrow$ 缓流

$h = h_{cr} \Rightarrow$ 临界流

$h < h_{cr} \Rightarrow$ 急流



- 关键是确定临界水深。

$$\frac{dE_s}{dh} = 1 - \frac{\alpha Q^2 B}{gA^3} = 0 \Rightarrow \frac{A_{cr}^3}{B_{cr}} = \frac{\alpha Q^2}{g}$$

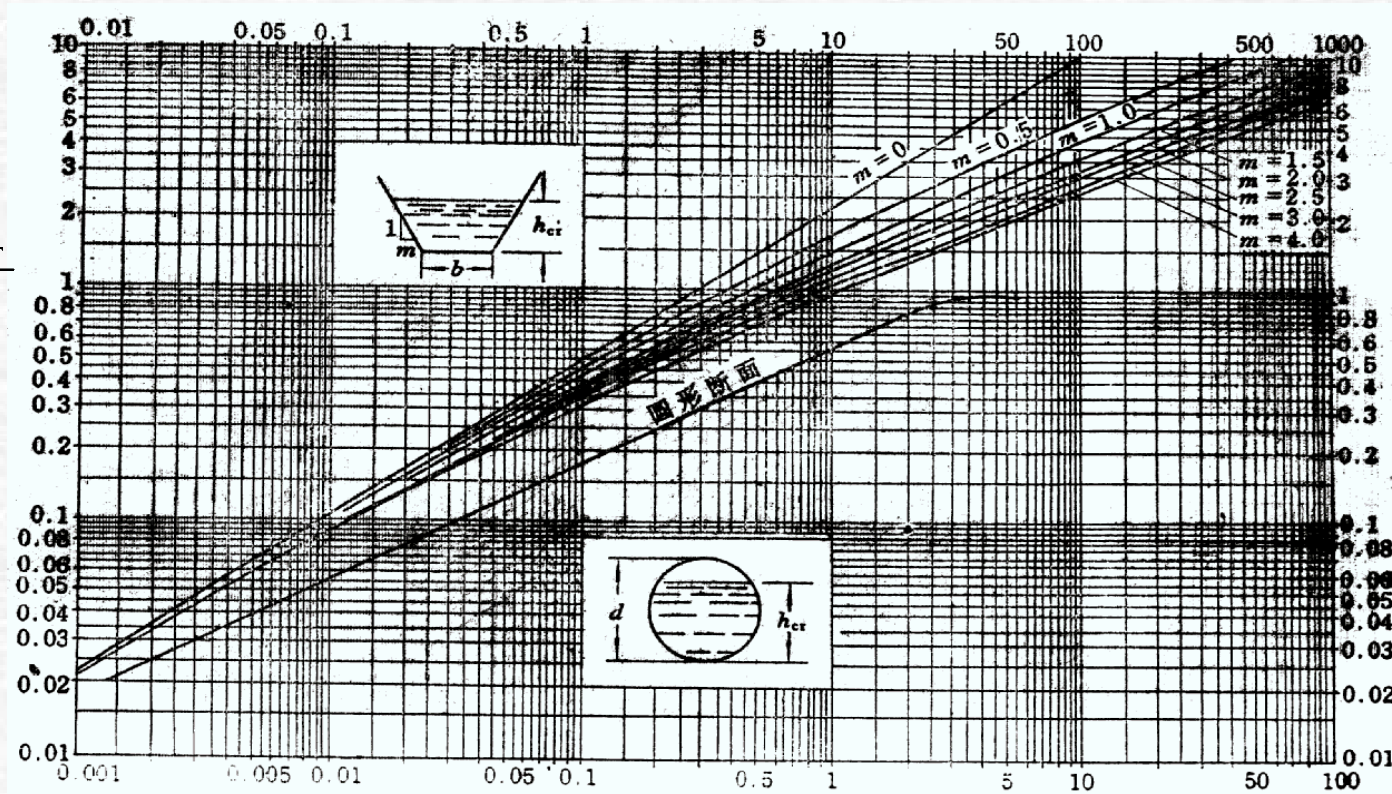
临界方程：计算一般断面的h_{cr}

- A_{cr}、B_{cr}是对应临界水深时的过水断面积、水面宽度。

- 梯形、矩形、圆形断面渠道的临界水深用附图Π求解。

$$\frac{Q}{b^{5/2}}$$

$$\frac{h_{cr}}{d} \text{或} \frac{h_{cr}}{b}$$



$$\frac{h_{cr}}{d} \text{或} \frac{h_{cr}}{b}$$

$$\frac{Q}{d^{5/2}}$$

求解步骤

$$\frac{Q}{b^{5/2}}\left(\frac{Q}{d^{5/2}}\right) \xrightarrow{m} \frac{h_{cr}}{b}\left(\frac{h_{cr}}{d}\right) \rightarrow h_{cr}$$

- 矩形断面渠道的临界水深也可以直接由公式求解。

$$\frac{A_{cr}^3}{B_{cr}} = \frac{\alpha Q^2}{g} \rightarrow \frac{b^3 h_{cr}^3}{b} = \frac{\alpha q^2 b^2}{g} \rightarrow h_{cr} = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}}$$

矩形断面渠道临界水深的计算公式

- 式中 $\boldsymbol{h_{cr}}$：临界水深；$\boldsymbol{q}$：单宽流量。

五. 底坡法

正常水深h_0

明渠中发生均匀流时的水深。

临界水深h_{cr}

明渠中对应断面比能E_s最小的水深。

临界底坡i_{cr}

水流的正常水深刚好等于临界水深时的渠底坡度。

$$Q = CA\sqrt{Ri} = C_{cr}A_{cr}\sqrt{R_{cr}i_{cr}}$$

$$\frac{A_{cr}^3}{B_{cr}} = \frac{\alpha Q^2}{g}$$

$$i_{cr} = \frac{g}{\alpha C_{cr}^2}\frac{\chi_{cr}}{R_{cr}}$$

宽矩形断面渠道

$$\frac{B}{h} > 10,\ \chi_{cr} \approx B_{cr}$$

$$i_{cr} = \frac{g}{\alpha C_{cr}^2}$$

- 在一定流量下，若渠道实际坡度 $i < i_{cr}$，则$h_0 > h_{cr}$，此时渠道称**缓坡渠道**；若渠道实际坡度 $i = i_{cr}$，则$h_0 = h_{cr}$，渠道称**临界坡度渠道**；若渠道实际坡度 $i > i_{cr}$，则$h_0 < h_{cr}$，渠道称**陡坡渠道**。

$$\text{均匀流}\begin{cases} i < i_{cr}, h_0 > h_{cr} \Rightarrow \text{缓流} \\ i = i_{cr}, h_0 = h_{cr} \Rightarrow \text{临界流} \\ i > i_{cr}, h_0 < h_{cr} \Rightarrow \text{急流} \end{cases}$$

- 临界流动不稳定，渠道设计中应避免渠道坡度接近临界底坡。

- 对于某一渠道，i 一定，当流量Q变化时，相应的h_{cr}（i_{cr}）也要变化，从而该渠道的陡、缓坡也随之变化。

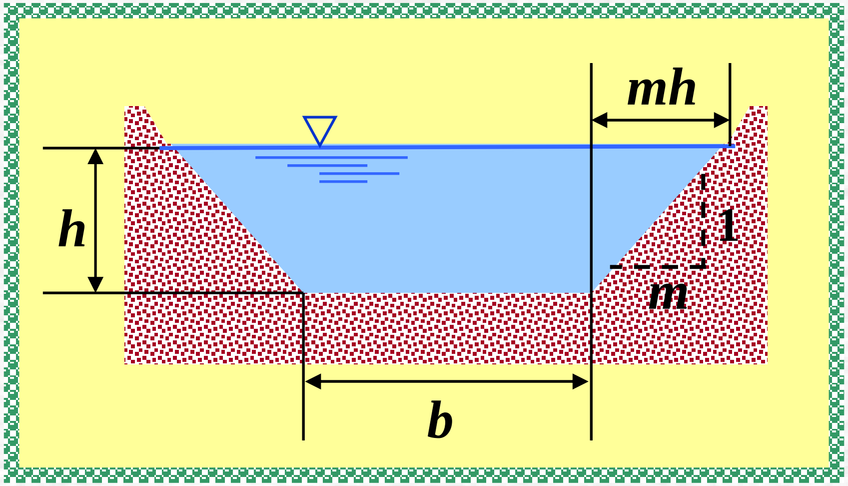
- 若渠道中形成非均匀流，水深不再等于正常水深，则在缓坡上可能出现水深小于临界水深的急流；在陡坡上也可能出现水深大于临界水深的缓流。

例题

已知 m=1.5，n=0.025，i=0.0004，b=5.0m，Q=10m^3/s，h_0=1.40m。试用五种方法判别渠中的流动类型。

解

(1) 波速法



$$v=\frac{Q}{A}=\frac{Q}{bh_0+mh_0^{\;2}}=0.8m/s$$

$$c=\sqrt{g\bar{h}}=\sqrt{g\frac{A}{B}}=3.25m/s$$

$v<c$ → 缓流

(2) 佛汝德数法

$$Fr=\frac{v}{c}=0.246<1$$

→ 缓流

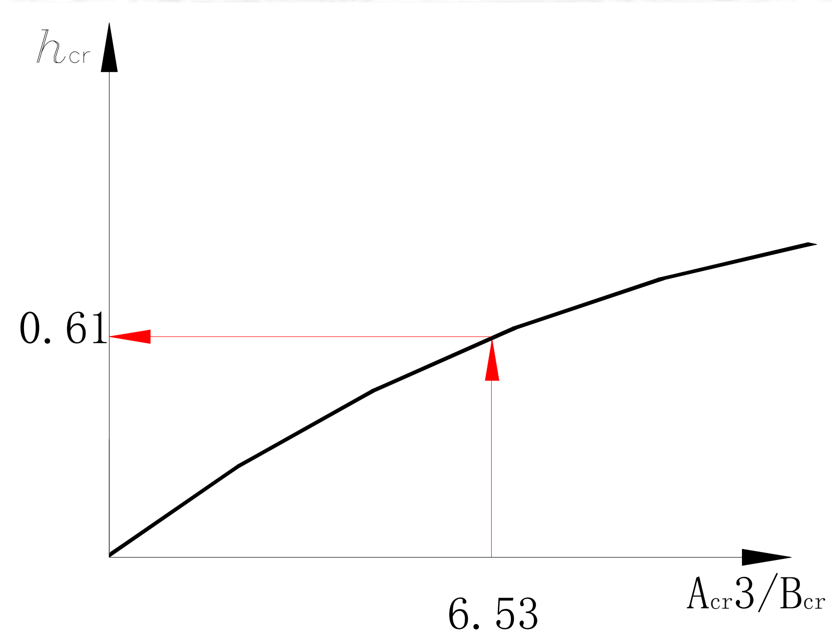
(3) 断面比能法

$$\frac{dE_s}{dh} = 1 - Fr^2 = 0.754 > 0$$ → 缓流

(4) 水深法

试算法

$$\frac{A_{cr}^3}{B_{cr}} = \frac{\alpha Q^2}{g} = 6.53$$

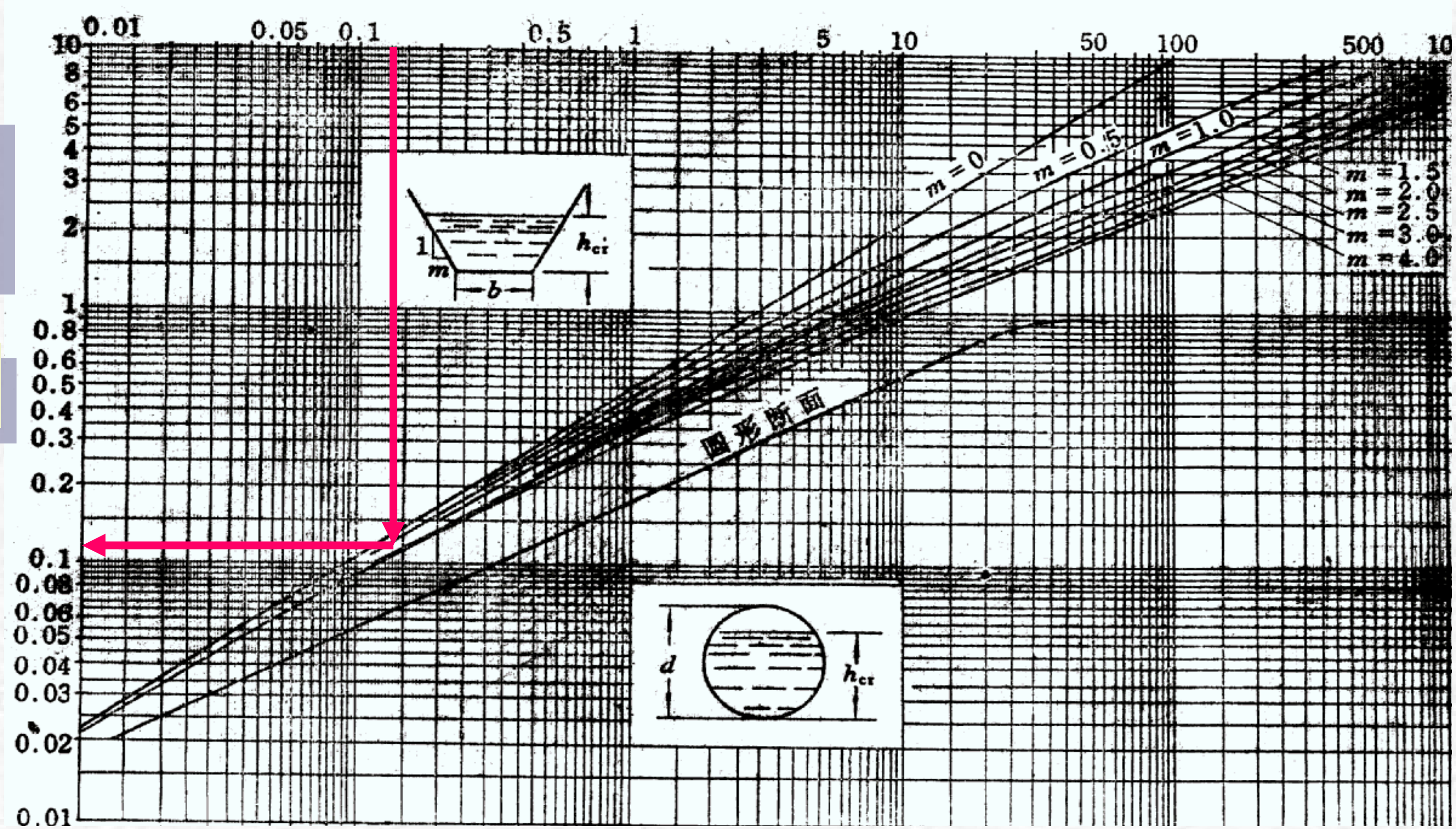


→ $$\frac{A_{cr}^3}{B_{cr}} = \frac{(bh_{cr} + mh_{cr}^2)^3}{b + 2mh_{cr}} = 6.53$$

→ $h_{cr} = 0.61m$ → $h_0 > h_{cr}$ → 缓流

图解法

$\frac{Q}{b^{5/2}}$



$\frac{h_{cr}}{b}$

$Q/b^{2.5} = 0.143$

$m = 1.5$

$h_{cr}/b = 0.12$

$b = 5m$

$h_{cr} = 0.6m$ → $h_0 > h_{cr}$ → 缓流

(5) 底坡法

$$i_{cr}=\frac{g}{\alpha C_{cr}^{2}}\frac{\chi_{cr}}{R_{cr}}$$

取 $h_{cr}=0.61m$ $\alpha=1.0$

$$A_{cr}=bh_{cr}+mh_{cr}^{2}=3.61m^{2}$$

$$\chi_{cr}=b+2h_{cr}\sqrt{1+m^{2}}=7.2m$$

$$R_{cr}=\frac{A_{cr}}{\chi_{cr}}=0.5m$$

$$B_{cr}=b+2mh_{cr}=6.83m$$

$$C_{cr}=\frac{1}{n}R_{cr}^{\frac{1}{6}}=35.64m$$

$$i_{cr}=\frac{g}{\alpha C_{cr}^{2}}\frac{\chi_{cr}}{R_{cr}}=0.0081$$

$i<i_{cr}$ 此渠道为缓坡渠道，发生均匀流时为缓流

§7—3 水跌与水跃

- 流量一定，缓坡渠道中的均匀流一定是缓流 $i<i_{cr} \Rightarrow h_0>h_{cr}$ ，陡坡渠道中的均匀流一定是急流 $i>i_{cr} \Rightarrow h_0<h_{cr}$ 。

- 在流态转变处，即从缓流到急流或从急流到缓流的过渡处，水面变化剧烈（ dh/ds 较大），属于急变流。

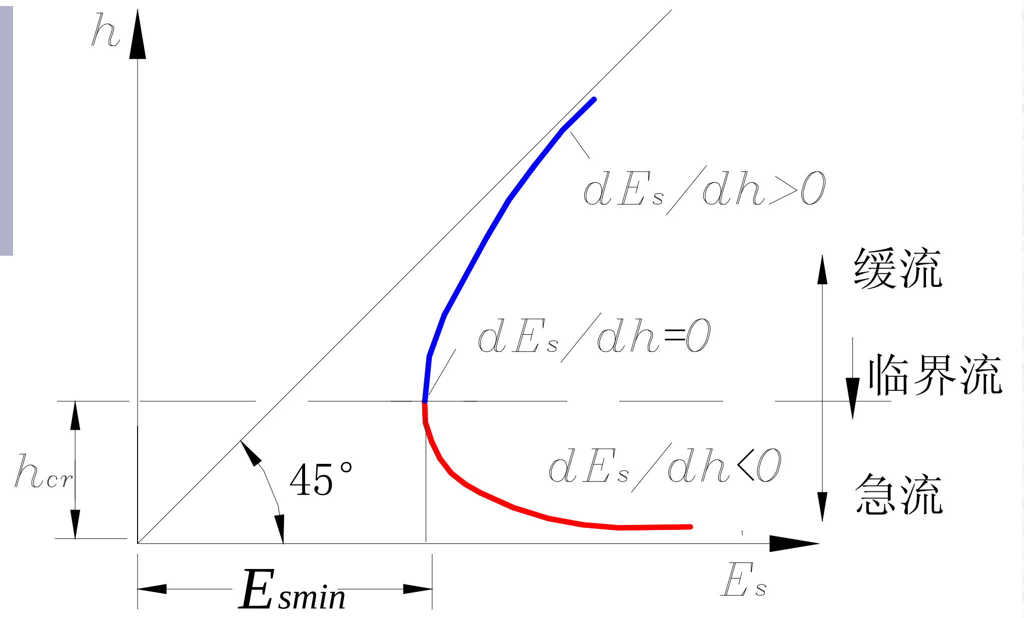
- 急变流的特征：流线弯曲显著；曲率较大；过水断面上压强分布不符合静水压强分布规律。

- 目前对于急变流的研究在理论上不如渐变流成熟，也无统一的分析方法，一般都是采用动量方程从分析整体运动入手，由实验求得经验、半经验公式确定系数，以满足工程要求。

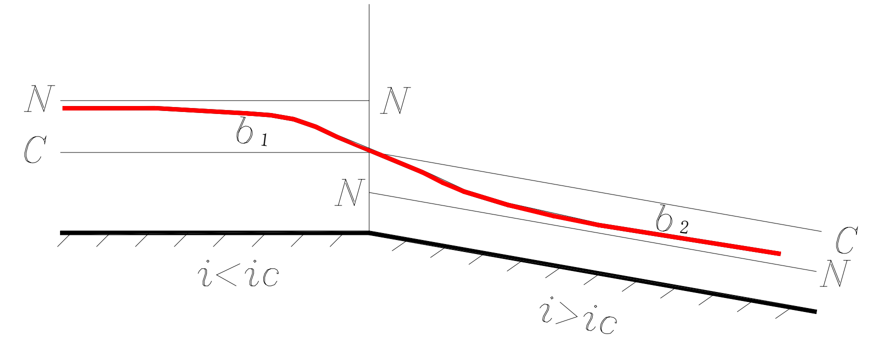
一. 水跌（跌水）

- 水流从缓流向急流过渡的局部水力现象，称水跌（跌水）。

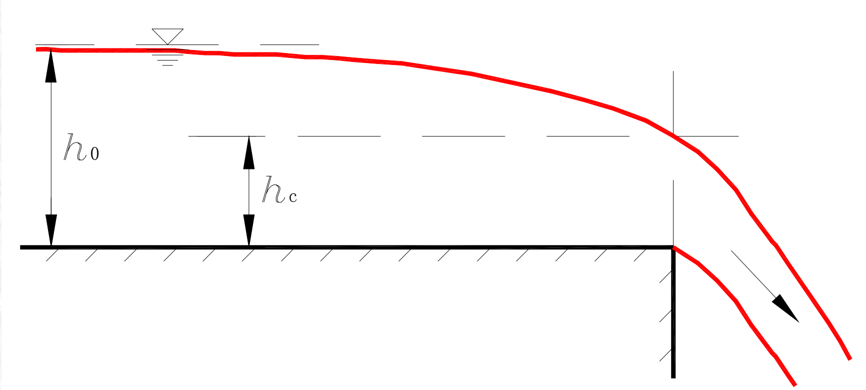
- 水流从缓流向急流过渡将经过临界水深，并且产生水面降落。



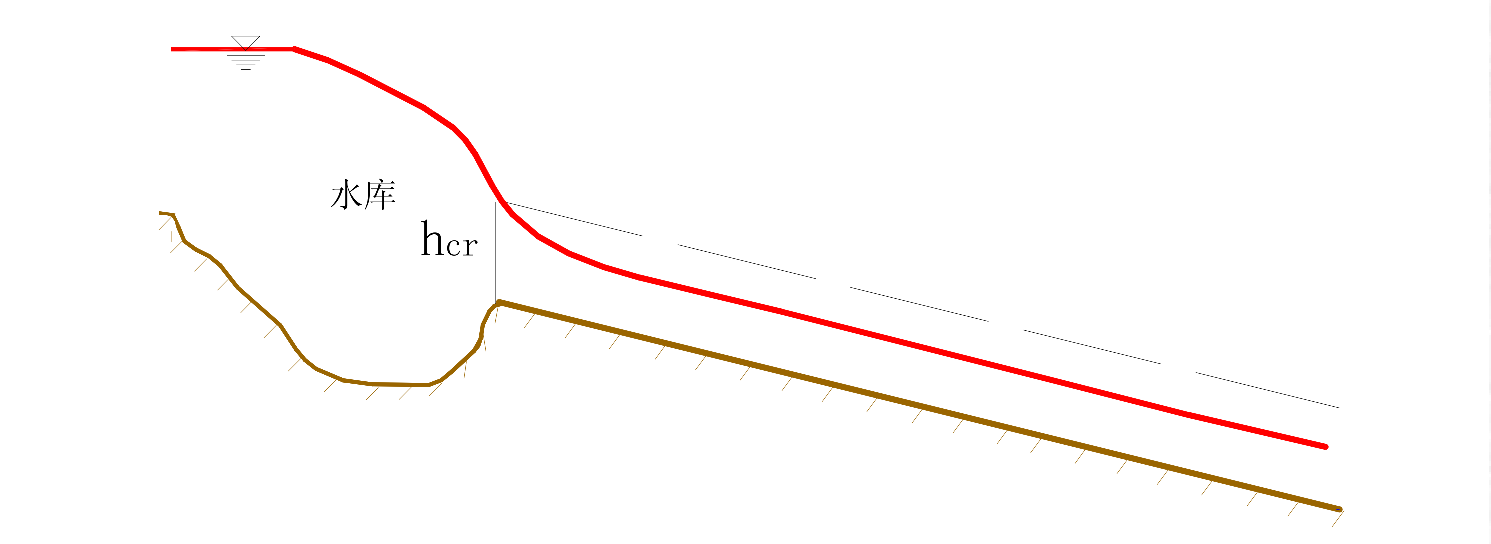
- 由缓坡接陡坡的渠道，缓坡渠道末端有跌坎，以及水库出口接陡坡渠道等一般都将产生水跌现象。



由缓坡接陡坡的渠道



缓坡渠道末端有跌坎



水库出口接陡坡渠道

自然水跌现象

实验水跌现象

二. 水跃

➢ 水流从急流向缓流过渡时发生的水面突然跃起的局部水力现象，称水跃。

溢流坝泄流形成水跃现象

闸下出流形成水跃现象

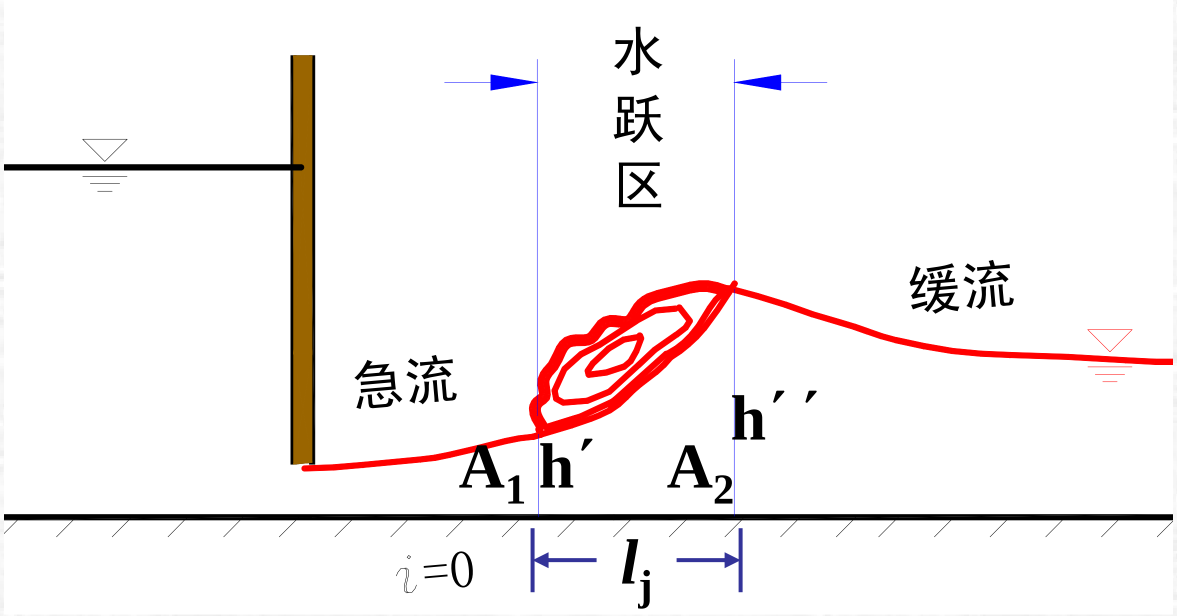
➢ 发生水跃过程中，水流内部产生强烈的摩擦、掺混作用，消耗大量机械能，因此水跃是非常有效的消能工。

跃前断面：A_1

跃后断面：A_2

跃前水深：h'

跃后水深：h''



共轭水深：h'、h''

跃高：$a = h'' - h'$

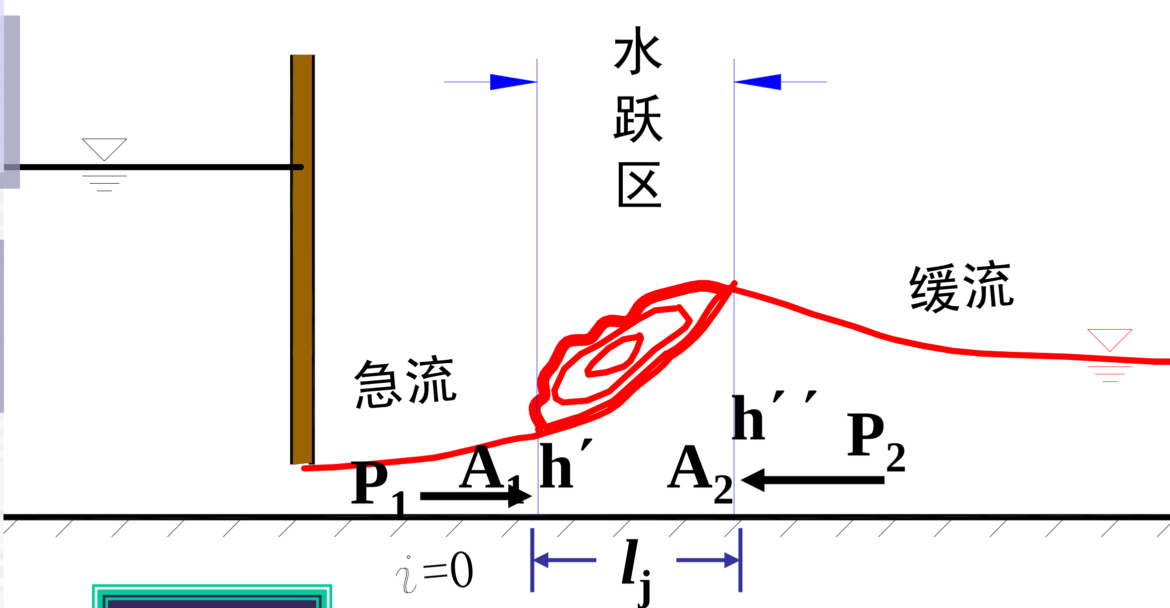
跃长 l_j：跃前、跃后断面的水平距离

1. 水跃的基本方程

➢ 只研究平底坡（i =0）、棱柱型渠道中的完整水跃（h′、h″ 相差显著）。

取A_1、A_2断面间水体为控制体

由于损失水跃未知，故采用动量方程求解。



假设1

l_j较小，渠床的摩擦阻力忽略。

假设2

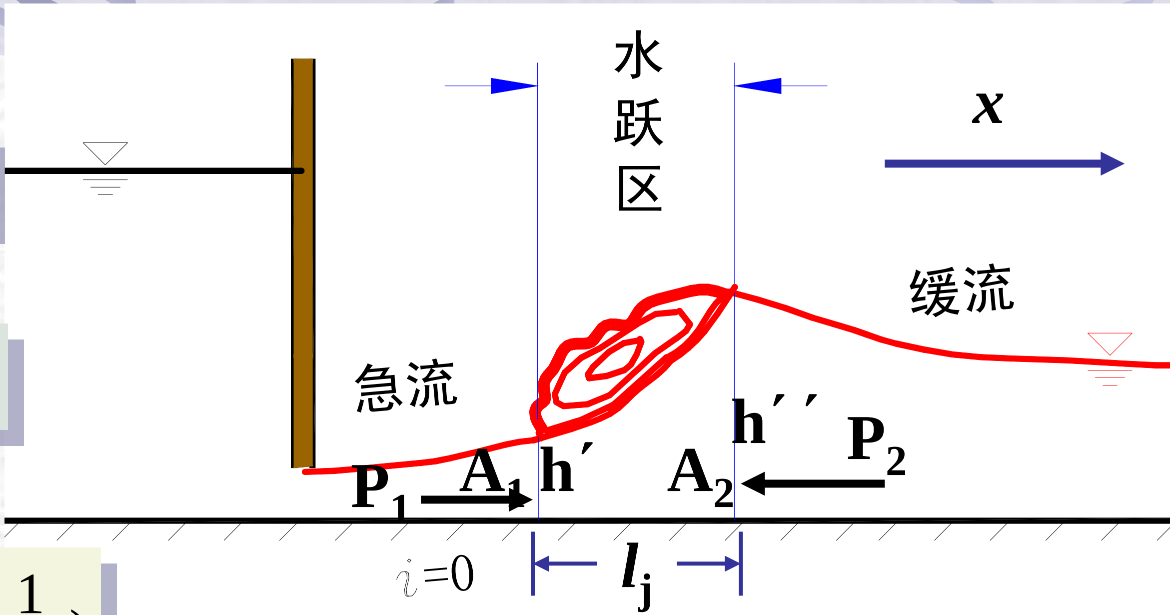
A_1、A_2断面是渐变流断面，动水压强按静水压强规律分布。

列x方向动量方程

$$P_1 - P_2 = \rho Q(v_2 - v_1)$$

$$\gamma y_{c1} A_1 - \gamma y_{c2} A_2 = \frac{\gamma Q^2}{g}\left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1}\right)$$

$$y_{c1} A_1 + \frac{Q^2}{gA_1} = y_{c2} A_2 + \frac{Q^2}{gA_2}$$



平底坡棱柱型渠道的水跃基本方程

- y_{c1}、y_{c2}分别为A_1、A_2断面形心在水面下的深度。

$$y_{c1}A_1+\frac{Q^2}{gA_1}=y_{c2}A_2+\frac{Q^2}{gA_2}$$

➢ Q一定，对于一定形状和尺寸的断面，y_c和A都是水深h的函数。

令
$$y_cA+\frac{Q^2}{gA}=J(h)$$

水跃函数

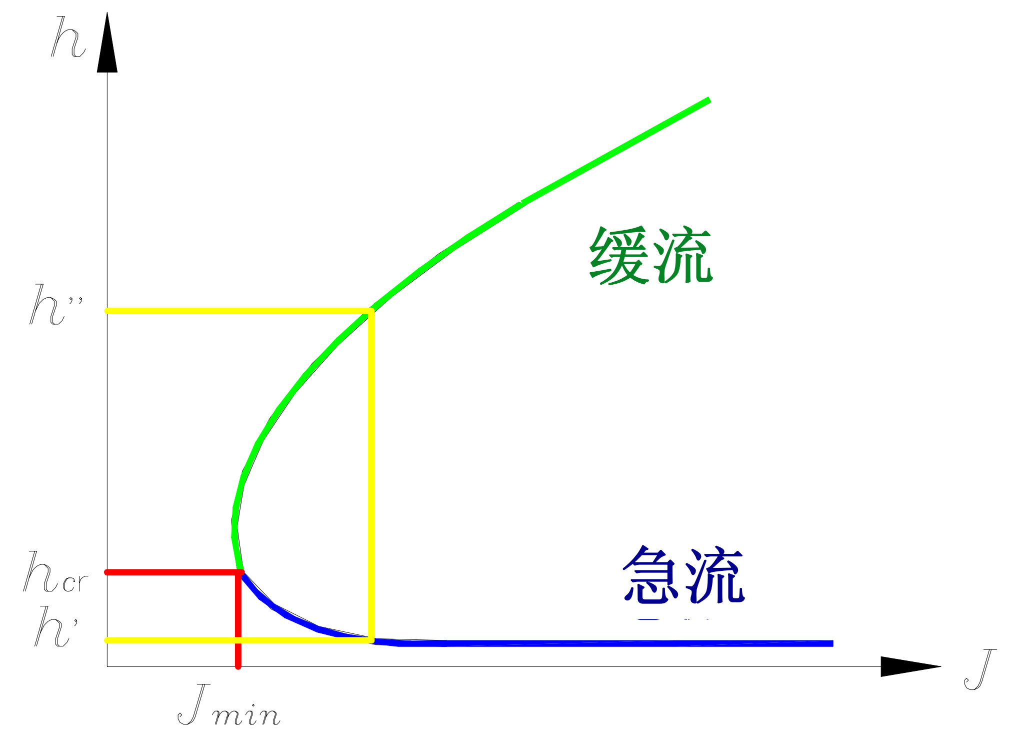
h→0，A → 0， J(h) →∞；

h→∞， A→∞， J(h) →∞ 。

$$J=J_{\min},h=h_{cr}$$

水跃方程

$$J(h^{'})=J(h^{''})$$



共轭水深：h′、h″

2. 矩形断面、平坡、棱柱形渠道的水跃共轭水深关系式

水跃函数

$$J(h)=y_cA+\frac{Q^2}{gA}=\frac{h}{2}bh+\frac{q^2b^2}{gbh}=b\left(\frac{h^2}{2}+\frac{q^2}{gh}\right)$$

水跃方程

$$J(h')=J(h'')$$

$$\frac{h'^2}{2}+\frac{q^2}{gh'}=\frac{h''^2}{2}+\frac{q^2}{gh''}$$

$$h'^2h''+h'h''^2-\frac{2q^2}{g}=0$$

$$h'=\frac{h''}{2}\left(\sqrt{1+\frac{8q^2}{gh''^3}}-1\right)=\frac{h''}{2}\left(\sqrt{1+8Fr_2^2}-1\right)$$

$$h''=\frac{h'}{2}\left(\sqrt{1+\frac{8q^2}{gh'^3}}-1\right)=\frac{h'}{2}\left(\sqrt{1+8Fr_1^2}-1\right)$$

$$h' = \frac{h''}{2}\left(\sqrt{1+\frac{8q^2}{gh''^3}}-1\right) = \frac{h''}{2}\left(\sqrt{1+8Fr_2^2}-1\right)$$

$$h'' = \frac{h'}{2}\left(\sqrt{1+\frac{8q^2}{gh'^3}}-1\right) = \frac{h'}{2}\left(\sqrt{1+8Fr_1^2}-1\right)$$

佛汝德数

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gh}}$$

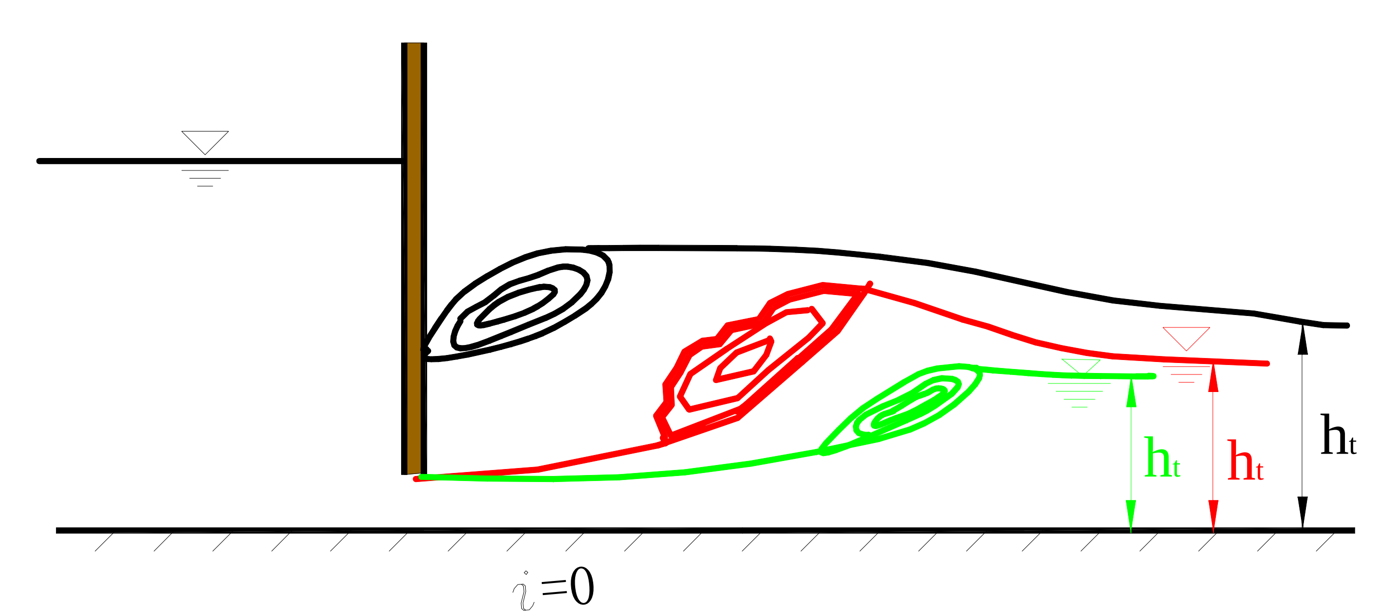
- 由上式知，**h′**↗， **h′′**↘ ； **h′′**↗， **h′**↘ 。

- 若不是平坡渠道，坡度很大，则动量方程中需要考虑重力的影响 。

3. 水跃的类型

➢ 按照水跃发生位置或h_t与h_c''的对比关系分

远驱式水跃	临界式水跃	淹没式水跃
$h_t < h_c''$	$h_t = h_c''$	$h_t > h_c''$



远驱式水跃

临界式水跃

淹没式水跃

水跃发展过程

按照佛汝德数分

- 波状水跃 → $1.4 < Fr < 1.7$
- 弱水跃 → $1.7 < Fr < 2.5$
- 颤动水跃 → $2.5 < Fr < 4.5$
- 稳定水跃 → $4.5 < Fr < 9.0$
- 强水跃 → $Fr > 9.0$

按照成因分

- 自由水跃
  - 自由从急流-缓流产生水跃
- 强迫水跃
  - 利用障碍物形成水跃

4. 水跃长度及能量损失

水跃长度

以跃后水深表示 → $l_j = 6.1h''$

以跃高表示 → $l_j = 6.9(h'' - h')$

以佛汝德数表示 → $l_j = 10.8h'(F_{r1} - 1)^{0.93}$

能量损失

$$\Delta E_j = E_1 - E_2 = \left(h' + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}\right) - \left(h'' + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}\right) = \frac{(h'' - h')^3}{4h'h''}(m)$$

消能系数

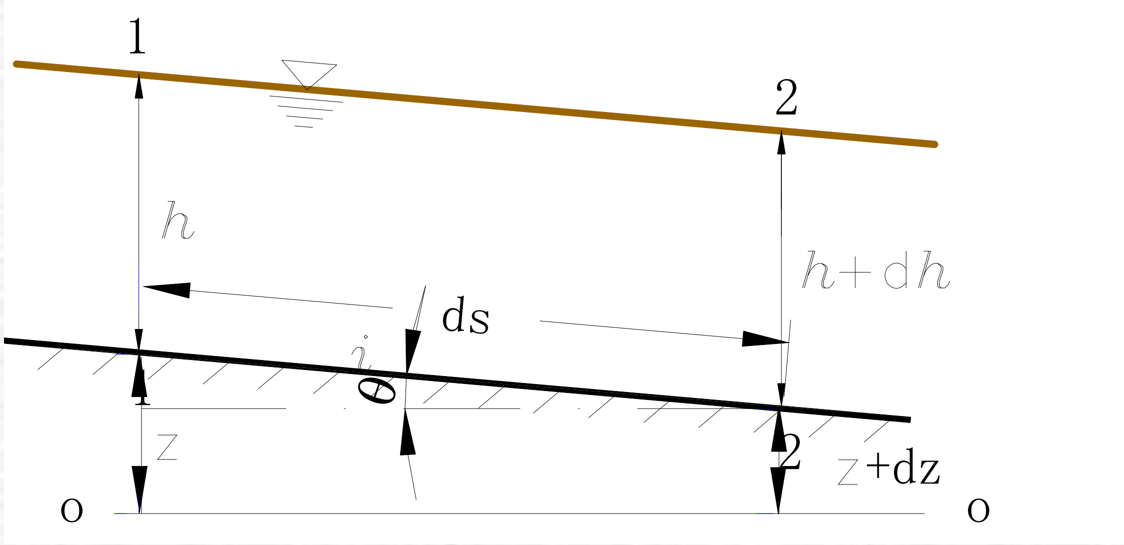
$$k_j = \frac{\Delta E_j}{h' + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}}(\%)$$

消能功率

$$N_j = \gamma Q \Delta E_j$$

§7—4 明渠恒定渐变流的基本微分方程

➢ 为研究明渠恒定渐变流水面曲线的变化规律，即 **h=f(s)**，首先推导基本微分方程。



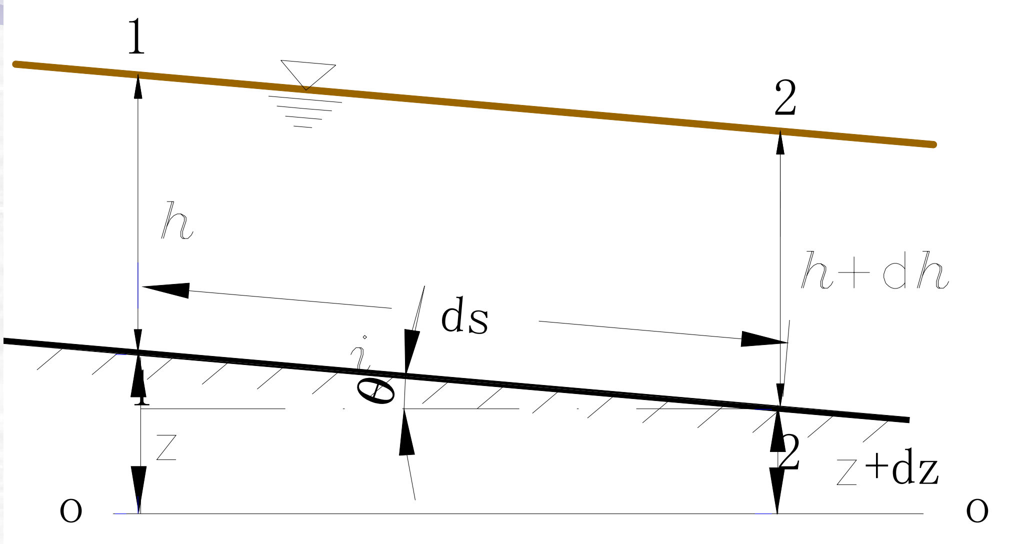
列1-1与2-2断面的能量方程：

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_w$$

$$z + h + \frac{v^2}{2g} = (z + dz) + (h + dh) + \frac{(v + dv)^2}{2g} + dh_f$$

$$z + h + \frac{v^2}{2g} =$$

$$(z + dz) + (h + dh) + \frac{(v + dv)^2}{2g} + dh_f$$



$$dz = -ids$$

$$(v + dv)^2 = v^2 + 2vdv + (dv)^2 \approx v^2 + 2vdv$$

$$-ids + dh + \frac{dv^2}{2g} + \frac{Q^2}{k^2}ds = 0$$

$$d(h + \frac{v^2}{2g}) = (i - \frac{Q^2}{k^2})ds$$

$$\frac{dE_s}{ds} = i - \frac{Q^2}{k^2}$$

明渠恒定渐变流的基本微分方程

$$\frac{dE_s}{ds} = i - \frac{Q^2}{k^2}$$

$$\frac{dE_s}{dh} = \frac{d}{dh}(h + \frac{v^2}{2g}) = \frac{d}{dh}(h + \frac{Q^2}{2gA^2})$$

$$\frac{dE_s}{dh} = 1 + \frac{Q^2}{2g}(-2)A^{(-3)}\frac{dA}{dh}$$

$$\frac{dE_s}{dh} = 1 - \frac{Q^2 B}{gA^3} = 1 - Fr^2$$

$$\frac{dh}{ds} = \frac{dE_s / ds}{dE_s / dh} = \frac{i - Q^2 / k^2}{1 - F_r^2}$$

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - J_f}{1 - F_r^2}$$

明渠恒定渐变流的基本微分方程的另一种形式

$$J_f = \frac{Q^2}{k^2}$$

水力摩阻坡度

正底坡渠道 $\xrightarrow{i>0}$ $$\frac{dh}{ds}=\frac{i-J_f}{1-F_r^2}$$

平底坡渠道 $\xrightarrow{i=0}$ $$\frac{dh}{ds}=-\frac{J_f}{1-F_r^2}$$

反底坡渠道 $\xrightarrow{i<0}$ $$\frac{dh}{ds}=\frac{-|i|-J_f}{1-F_r^2}$$

- 当Q、i和n一定时，J_f、F_r均为水深h的函数，将上式积分，便可得到棱柱形渠道恒定渐变流水面曲线的变化规律，即h=f(s)。

§7—5 棱柱形渠道中渐变流水面曲线定性分析

一. 准备知识

1. 分区

➢ 为便于区分水面曲线沿程变化的情况，一般根据正常水深线N-N线（$h=h_0$）和临界水深线k-k线（$h=h_{cr}$）把渠道水流划分为三个不同的区域，分别称为*a*区、*b*区和*c*区。

*a*区

$h>h_0$, $h>h_{cr}$

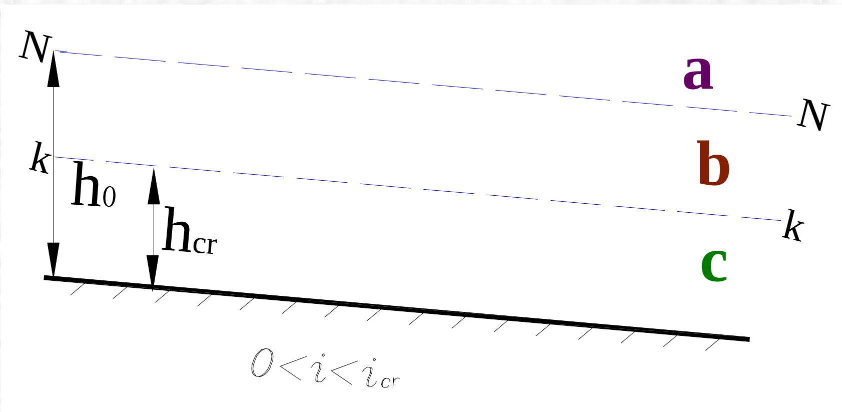
*b*区

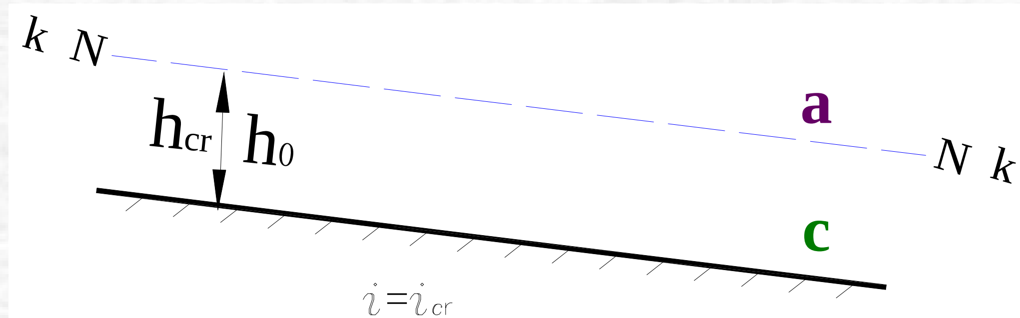
h在h_0、h_{cr}之间

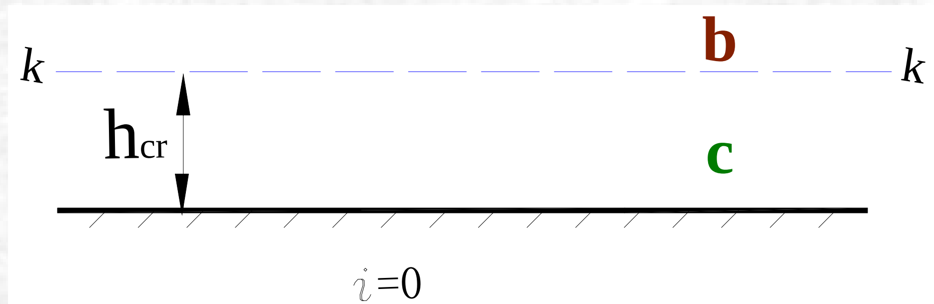
*c*区

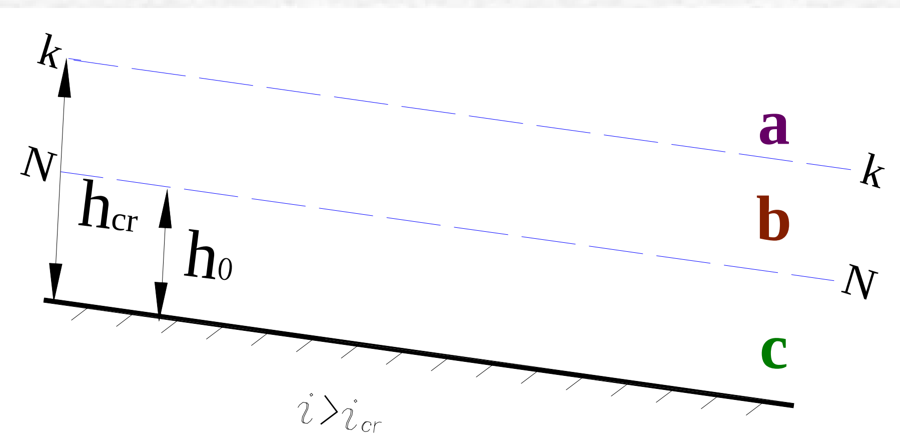
$h<h_0$, $h<h_{cr}$

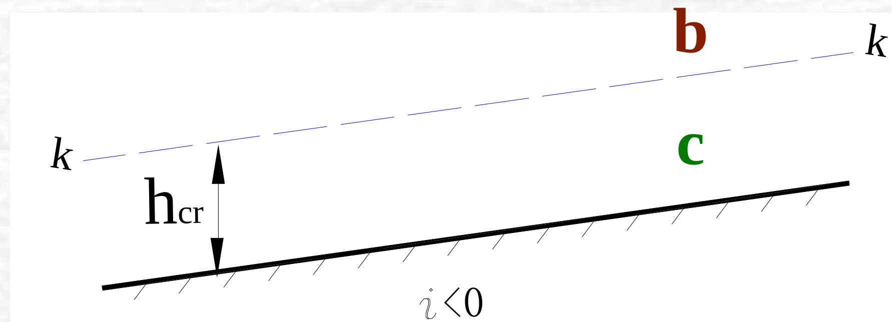
渠道底坡可分为正底坡 $i>0$（又分为缓坡 $i<i_{cr}$、陡坡 $i=i_{cr}$、临界坡 $i>i_{cr}$）、平底坡 $i=0$ 和反底坡 $i<0$ 共五种坡度。











五种坡度的渠道共分十二个区，将产生十二种水面曲线

2.分析水面曲线的基本公式

明渠恒定渐变流的基本微分方程

$$\frac{dh}{ds}=\frac{i-J_f}{1-F_r^2},i>0$$

$$\frac{dh}{ds}=-\frac{J_f}{1-F_r^2},i=0$$

$$\frac{dh}{ds}=\frac{-|i|-J_f}{1-F_r^2},i<0$$

左端

$\frac{dh}{ds}>0$ → 水深沿程增加，产生壅水曲线；

$\frac{dh}{ds}<0$ → 水深沿程减小，产生降水曲线；

$\frac{dh}{ds}\to 0$ → $h\to h_0$，水面线与N-N（均匀流）线渐进相切。

明渠恒定渐变流的基本微分方程

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - J_f}{1 - F_r^2}, i > 0$$

$$\frac{dh}{ds} = -\frac{J_f}{1 - F_r^2}, i = 0$$

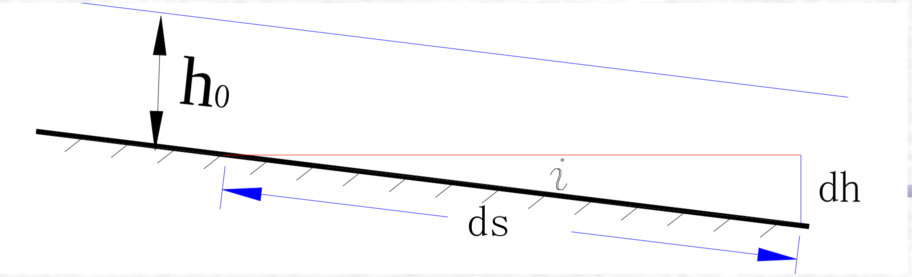
$$\frac{dh}{ds} = \frac{-|i| - J_f}{1 - F_r^2}, i < 0$$

左端

$\frac{dh}{ds} \to +\infty$ → 水深突然增加，产生水跃；

$\frac{dh}{ds} \to -\infty$ → 水深突然减小，产生水跌；

$\frac{dh}{ds} \to i$ → 水面线与水平线渐进相切。



明渠恒定渐变流的基本微分方程

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - J_f}{1 - F_r^2}, i > 0$$

$$\frac{dh}{ds} = -\frac{J_f}{1 - F_r^2}, i = 0$$

$$\frac{dh}{ds} = \frac{-|i| - J_f}{1 - F_r^2}, i < 0$$

右端

$h > h_0$　$J_f = \frac{Q^2}{k^2} = \frac{k_0^2 i}{k^2} < i$　$i - J_f > 0$

缓流

$h < h_0$　$J_f = \frac{Q^2}{k^2} = \frac{k_0^2 i}{k^2} > i$　$i - J_f < 0$

$h = h_0$　$J_f = \frac{Q^2}{k^2} = \frac{k_0^2 i}{k_0^2} = i$　$i - J_f = 0$

$h \to \infty$　$J_f = \frac{Q^2}{k^2} \to 0$　$i - J_f \to i$

明渠恒定渐变流的基本微分方程

$$\frac{dh}{ds}=\frac{i-J_f}{1-F_r^2}, i>0$$

$$\frac{dh}{ds}=-\frac{J_f}{1-F_r^2}, i=0$$

$$\frac{dh}{ds}=\frac{-|i|-J_f}{1-F_r^2}, i<0$$

右端

$h>h_{cr}$ 缓流 $\rightarrow$ $1-F_r^2>0$

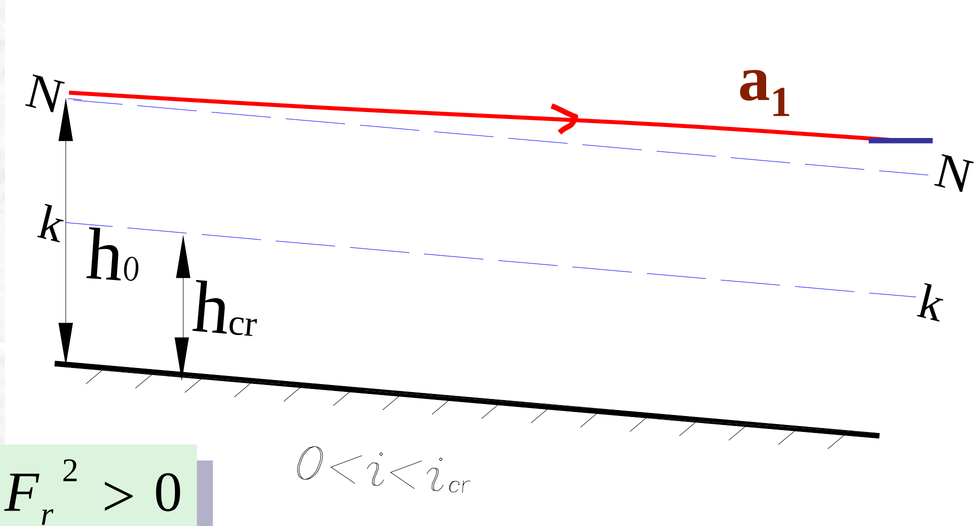
$h<h_{cr}$ 急流 $\rightarrow$ $1-F_r^2<0$

$h=h_{cr}$ 临界流 $\rightarrow$ $1-F_r^2=0$

$h\rightarrow\infty$ $\rightarrow$ $1-F_r^2\rightarrow 1$

二. 定性分析水面曲线

$1. i > 0, i < i_{cr} \ (h_0 > h_{cr})$



a区

$$h > h_0 > h_{cr}$$

$$h > h_0 \Rightarrow i - J_f > 0; h > h_{cr} \Rightarrow 1 - F_r^2 > 0$$

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - J_f}{1 - F_r^2} = \frac{+}{+} > 0$$

➢水深沿程增加，产生壅水曲线 a_1型

上游：$h \to h_0$ $J_f \to i$ $\frac{dh}{ds} \to 0$ 上游与N-N线渐近相切。

下游：$h \to \infty$ $J_f \to 0, F_r \to 0$ $\frac{dh}{ds} \to i$ 下游与水平线渐近相切。

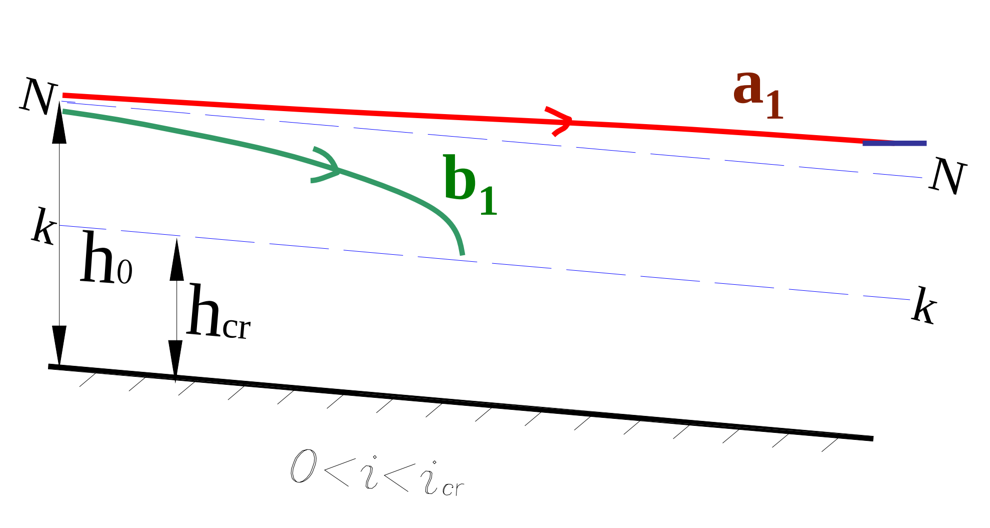
$1.\ i > 0, i < i_{cr}\ (h_0 > h_{cr})$

b区 $h_0 > h > h_{cr}$

$h > h_{cr} \Rightarrow 1 - F_r^{\,2} > 0$

$h < h_0 \Rightarrow i - J_f < 0$

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - J_f}{1 - F_r^{\,2}} = \frac{-}{+} < 0$$

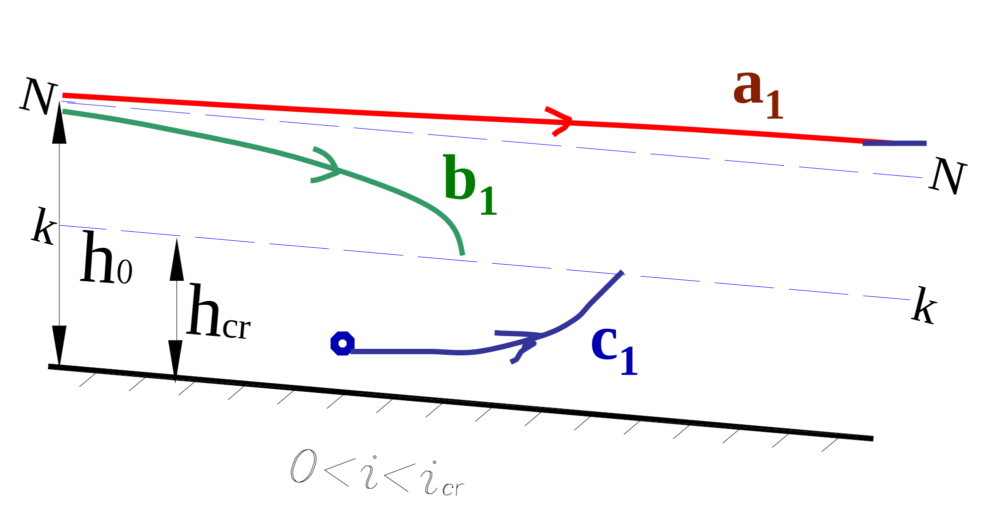


- 水深沿程减小，产生降水曲线 **b_1型**

上游：$h \to h_0$ — $J_f \to i$ — $\frac{dh}{ds} \to 0$ — 上游与N-N线渐近相切。

下游：$h \to h_{cr}$ — $F_r \to 1$ — $\frac{dh}{ds} = \frac{-}{\to 0_+} \to -\infty$ — 产生跌水。

$1.i > 0, i < i_{cr}\ (h_0 > h_{cr})$



c区

$$h < h_{cr} < h_0$$

$$h < h_{cr} \Rightarrow 1 - F_r^2 < 0$$

$$h < h_0 \Rightarrow i - J_f < 0$$

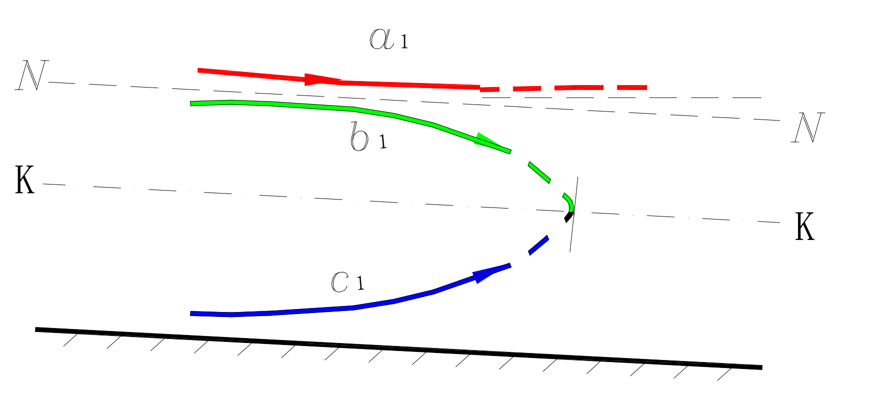
$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - J_f}{1 - F_r^2} = \frac{-}{-} > 0$$

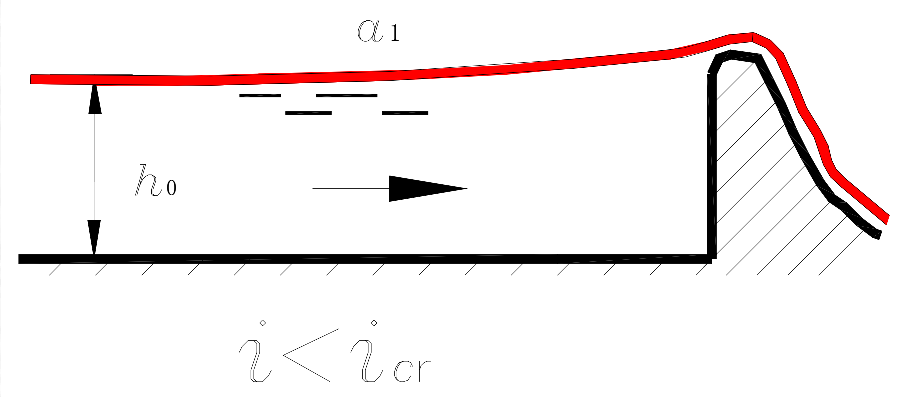
➢水深沿程增加，产生壅水曲线

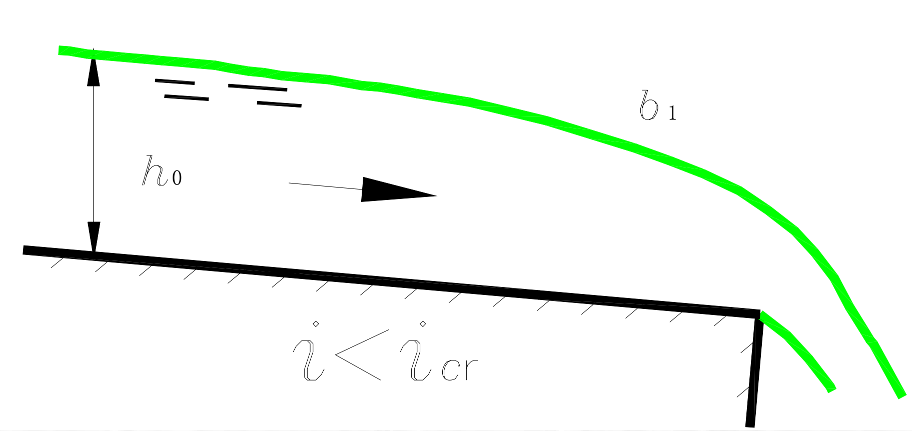
c_1型

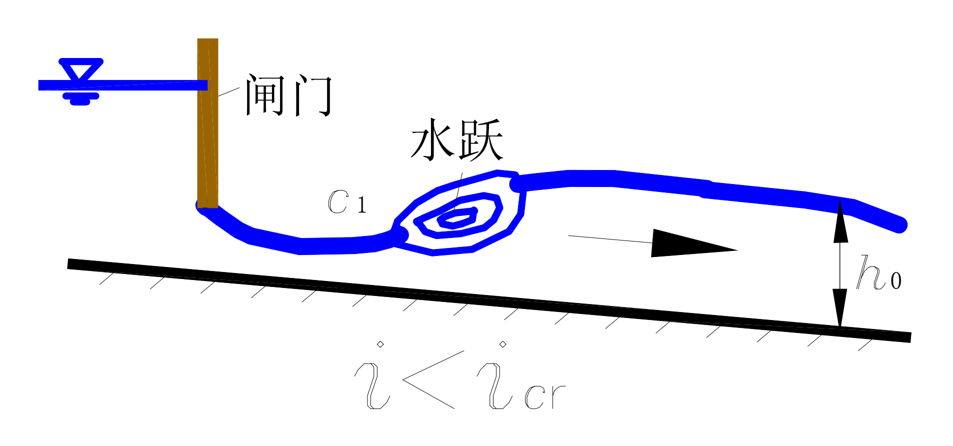
上游： $h \to 0$ 上游开始于某一控制水深。

下游： $h \to h_{cr}$ $F_r \to 1$ $\frac{dh}{ds} = \frac{-}{\to 0_-} \to +\infty$ 产生水跃。

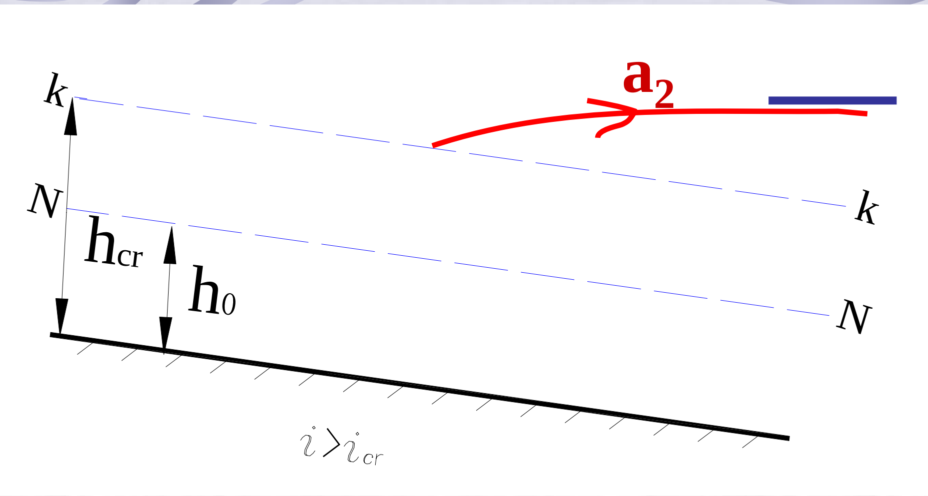

a1
N
N
b1
K
K
c1


a1
h0
i<icr


h0
b1
i<icr


闸门
水跃
c1
h0
i<icr

$2.i > 0, i > i_{cr}\ (h_0 < h_{cr})$



a区

$$h > h_{cr} > h_0$$

$$h > h_0 \Rightarrow i - J_f > 0$$

$$h > h_{cr} \Rightarrow 1 - F_r^{\ 2} > 0$$

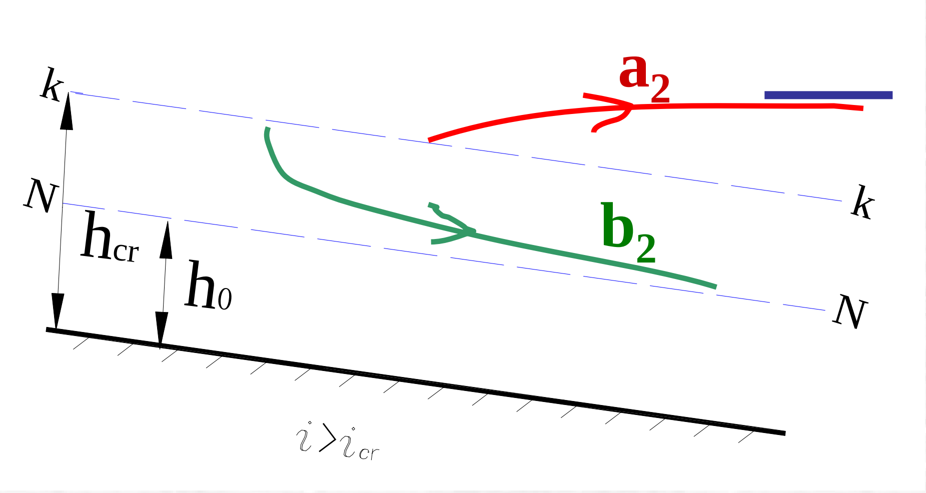
$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - J_f}{1 - F_r^{\ 2}} = \frac{+}{+} > 0$$

➢水深沿程增加，产生壅水曲线 a_2型

上游：$h \to h_{cr}$ $1 - F_r^{\ 2} \to 0_+$ $i - J_f > 0$ $\frac{dh}{ds} = \frac{i - J_f}{1 - F_r^{\ 2}} = \frac{+}{\to 0_+} \to +\infty$ 水跃。

下游：$h \to \infty$ $J_f \to 0, F_r \to 0$ $\frac{dh}{ds} \to i$ 下游与水平线渐近相切。

$2.i > 0, i > i_{cr}\ (h_0 < h_{cr})$



b区 $h_0 < h < h_{cr}$

$h > h_0 \Rightarrow i - J_f > 0$

$h < h_{cr} \Rightarrow 1 - F_r^2 < 0$

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - J_f}{1 - F_r^2} = \frac{+}{-} < 0$$

➢水深沿程减小，产生降水曲线 **b_2型**

上游： $h \to h_{cr}$ $1 - F_r^2 \to 0_-$ $\frac{dh}{ds} = \frac{+}{0_-} \to -\infty$ 产生水跃。

下游： $h \to h_0$ $i - J_f \to 0$ $\frac{dh}{ds} = \frac{\to 0}{-} \to 0$ 与 **N-N** 线渐近相切。

$2.\ i > 0, i > i_{cr}\ (h_0 < h_{cr})$

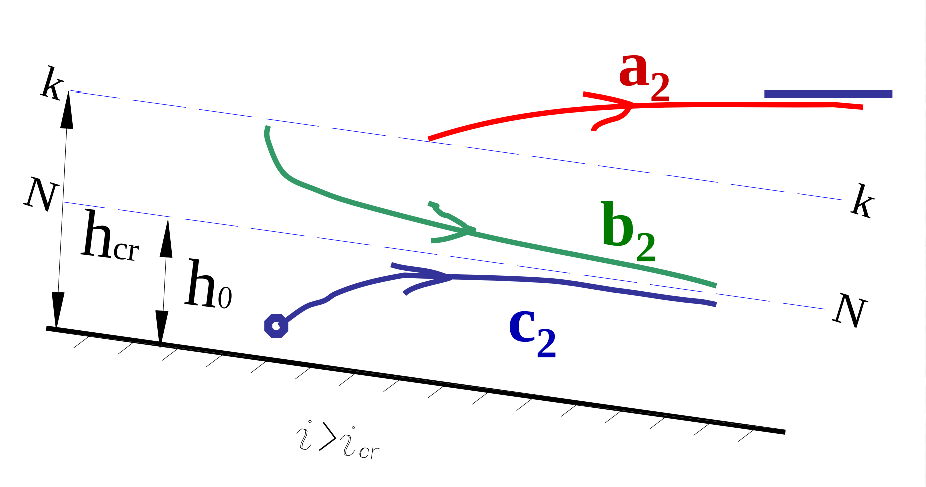
c区

$$h < h_0 < h_{cr}$$

$$h < h_0 \Rightarrow i - J_f < 0$$

$$h < h_{cr} \Rightarrow 1 - F_r^{\ 2} < 0$$

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - J_f}{1 - F_r^{\ 2}} = \frac{-}{-} > 0$$



➢水深沿程增加，产生壅水曲线

c_2型

上游：$h \to 0$

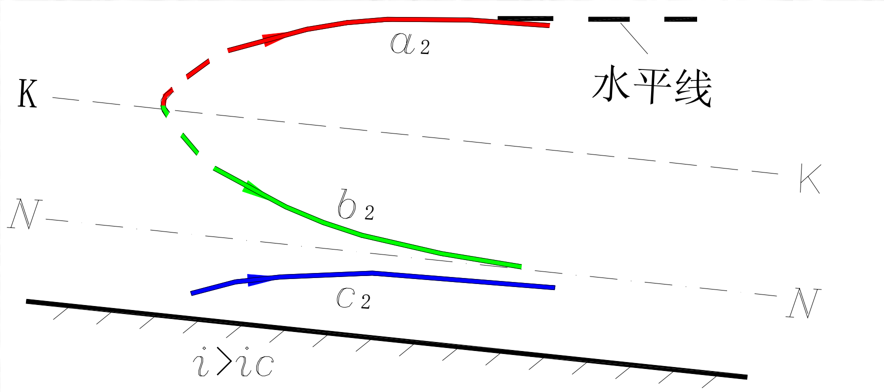
上游开始于某一控制水深。

下游：$h \to h_0$

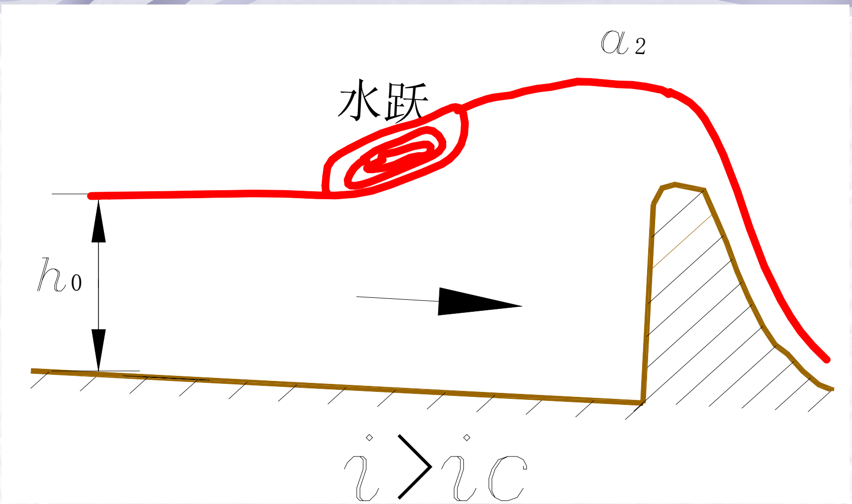
$i - J_f \to 0$

$$\frac{dh}{ds} = \frac{0}{-} \to 0$$

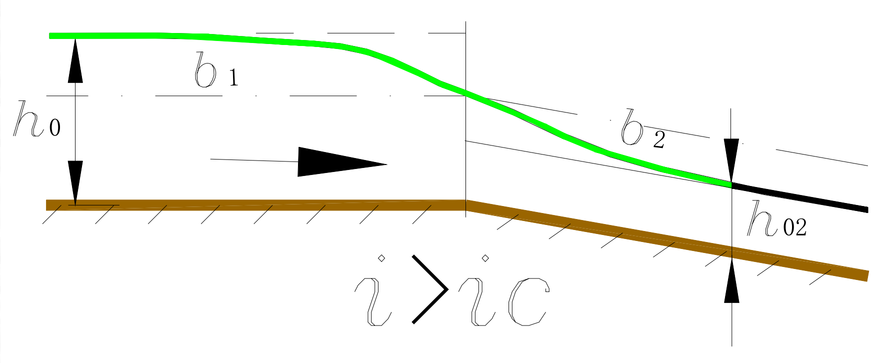
与N-N线渐近相切。



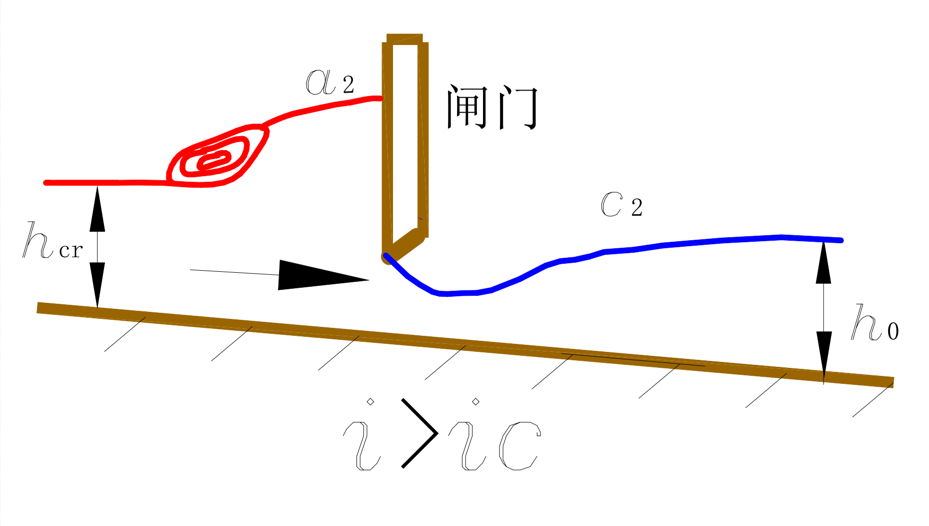
a_2
水平线
K
K
N
b_2
N
c_2
$i>ic$



a_2
水跃
h_0
$i>ic$



b_1
h_0
b_2
h_{02}
$i>ic$

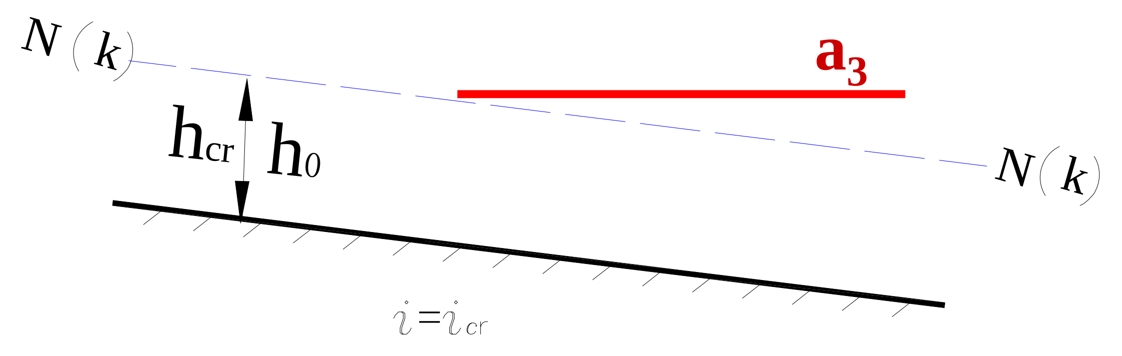


a_2
闸门
h_{cr}
c_2
h_0
$i>ic$

$3. i > 0, i = i_{cr}\ (h_0 = h_{cr})$

a区

$$h > h_0 = h_{cr}$$



$$h > h_0 \Rightarrow i - J_f > 0$$

$$h > h_{cr} \Rightarrow 1 - F_r^2 > 0$$

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - J_f}{1 - F_r^2} = \frac{+}{+} > 0$$

➢水深沿程增加，产生壅水曲线

a_3型

上游：

$$h \to h_{cr} \qquad J_f \to i \qquad F_r \to 1.0 \qquad \frac{dh}{ds} = \frac{i - J_f}{1 - F_r^2} = i\frac{1 - \frac{J_f}{i}}{1 - F_r^2} \to i$$

矩形

$$\frac{J_f}{i} = \frac{k_0^2}{k^2} = \frac{A_0^2 C_0^2 R_0}{A^2 C^2 R} \approx \frac{h_0^3}{h^3} \qquad F_r^2 = \frac{v^2}{gh} = \frac{q^2}{gh^3} = \frac{h_{cr}^3}{h^3}$$

上游渐近水平线

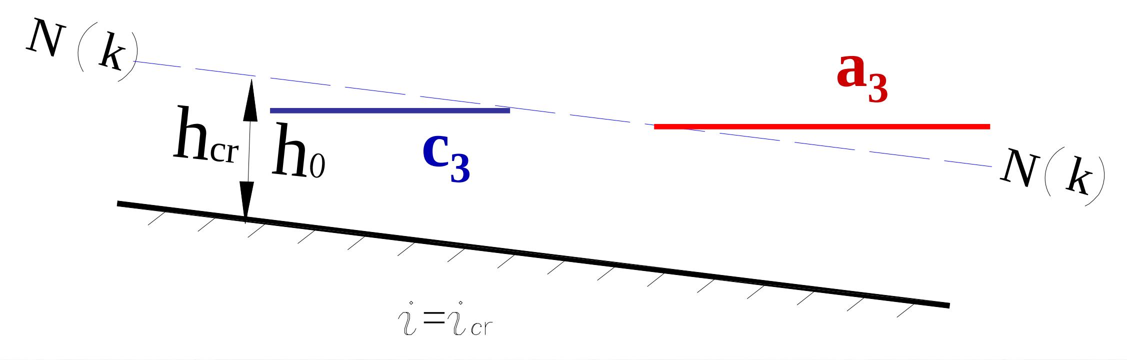
下游：

$$h \to \infty \qquad J_f \to 0, F_r \to 0 \qquad \frac{dh}{ds} \to i$$

下游渐近水平线

$3. i > 0, i = i_{cr} (h_0 = h_{cr})$

c区 $h < h_0 = h_{cr}$



$h < h_0 \Rightarrow i - J_f < 0$

$h < h_{cr} \Rightarrow 1 - F_r^2 < 0$

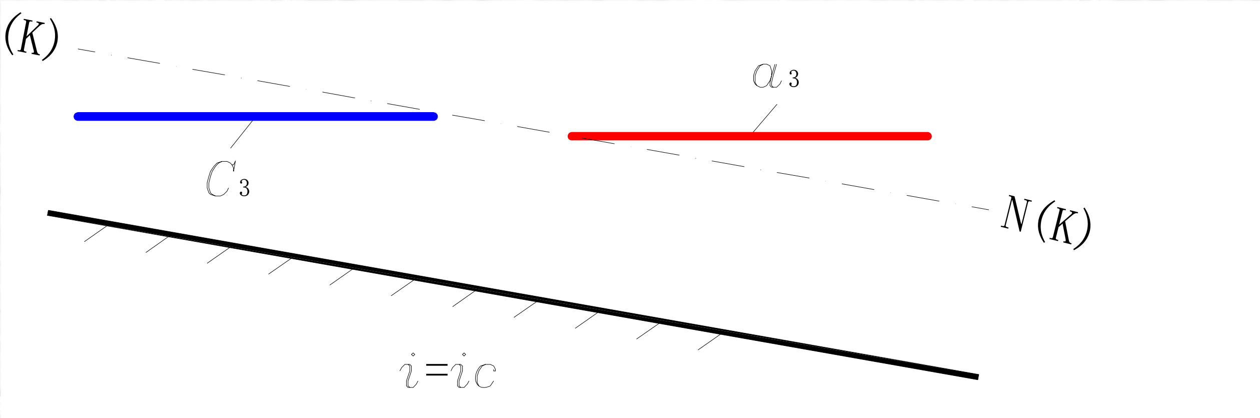
$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - J_f}{1 - F_r^2} = \frac{-}{-} > 0$$

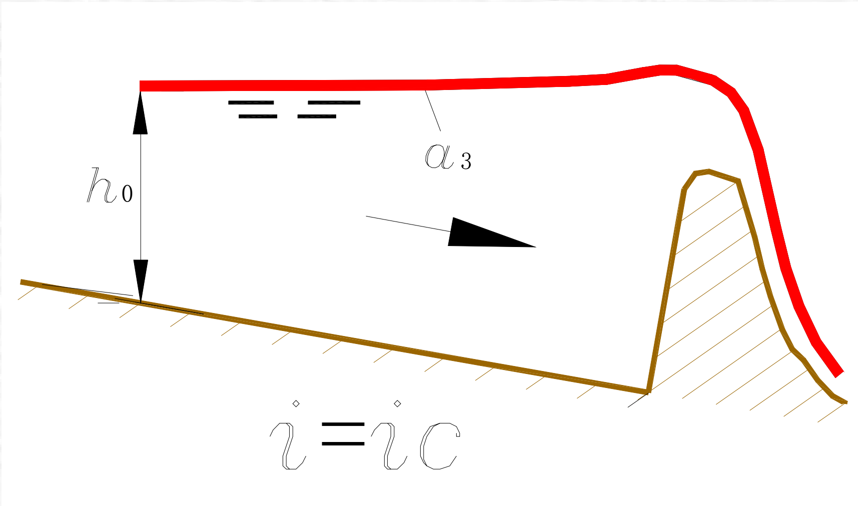
- 水深沿程增加，产生壅水曲线

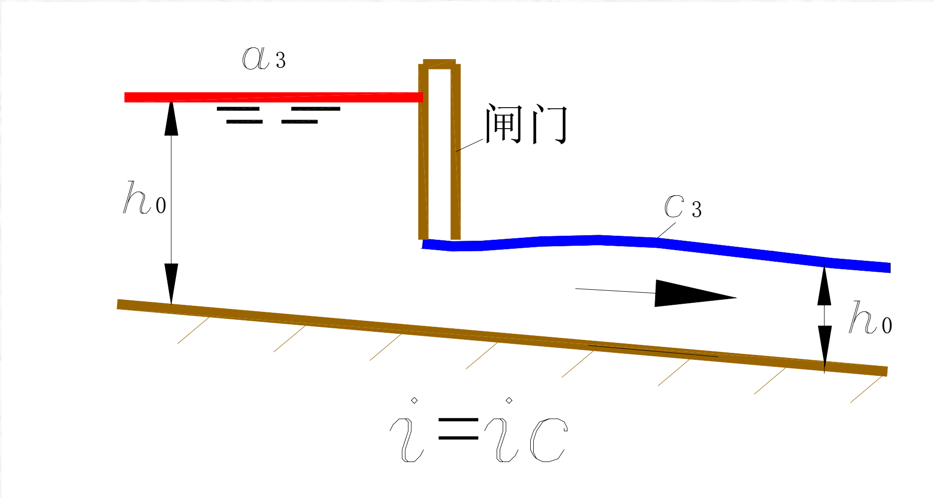
c_3型

a_3变化规律介于a_1（$\smile$）、a_2（$\frown$）之间，是水平线。

c_3变化规律介于c_1（$\smile$）、c_2（$\frown$）之间，也是水平线。





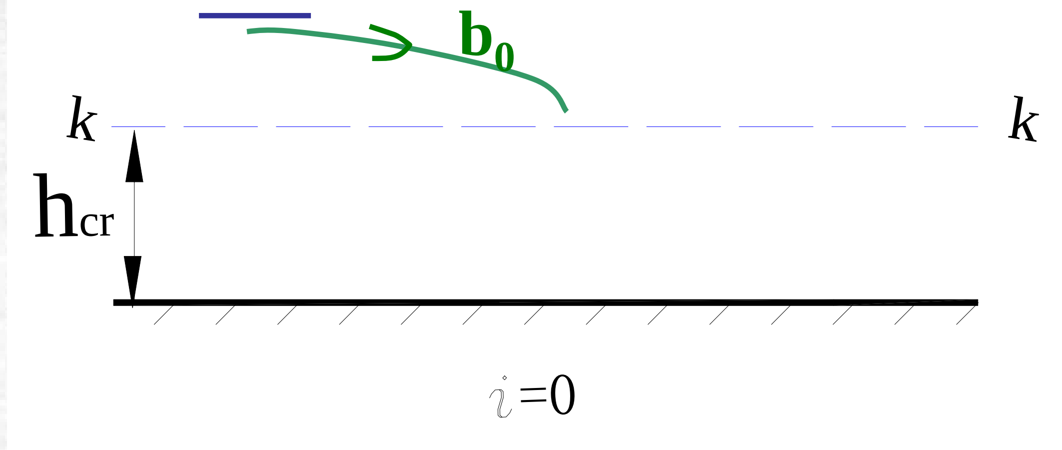


矩形宽槽中可形成a_3、c_3型曲线，此类曲线比较少见。

$4.i=0$

$$\frac{dh}{ds}=\frac{-J_f}{1-F_r^2}$$

没有N-N线



b区

$$h>h_{cr}$$

$$h>h_{cr}\Rightarrow 1-F_r^2>0$$

$$\frac{dh}{ds}=\frac{-J_f}{1-F_r^2}=\frac{-}{+}<0$$

- 水深沿程减小，产生降水曲线 **b_0型**

上游：$h\to\infty$ → $J_f\to 0$，$F_r\to 0$ → $\frac{dh}{ds}=\frac{0}{1}\to 0(i)$ → 渐近水平线

下游：$h\to h_{cr}$ → $F_r\to 1$ → $\frac{dh}{ds}=\frac{-}{\to 0_+}\to -\infty$ → 产生水跌

$4. i = 0$

$$\frac{dh}{ds} = \frac{-J_f}{1-F_r^2}$$

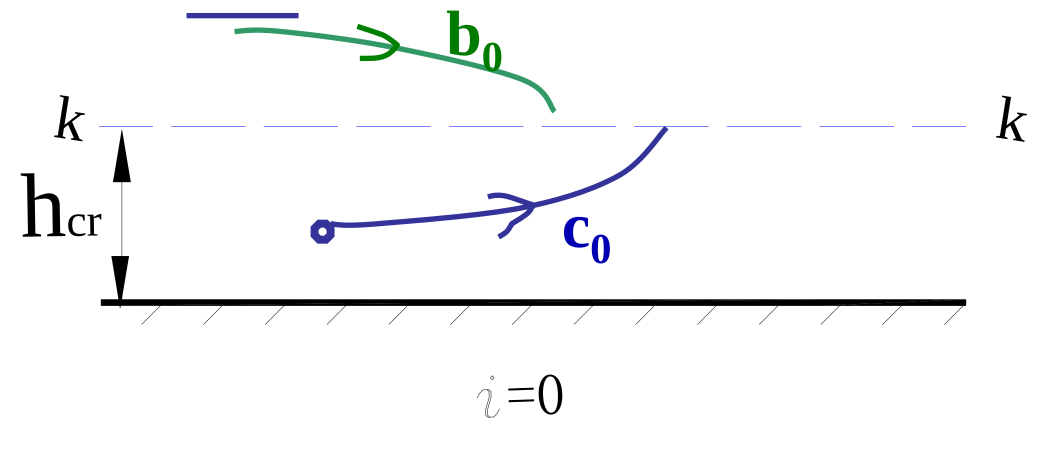
没有N-N线

c区

$$h < h_{cr}$$

$$h < h_{cr} \Rightarrow 1 - F_r^2 < 0$$

$$\frac{dh}{ds} = \frac{-J_f}{1-F_r^2} = \frac{-}{-} > 0$$

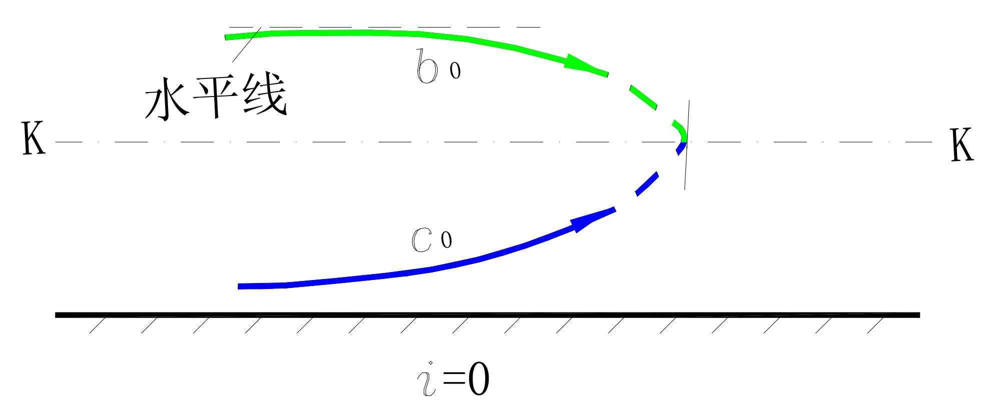


➢水深沿程增加，产生壅水曲线

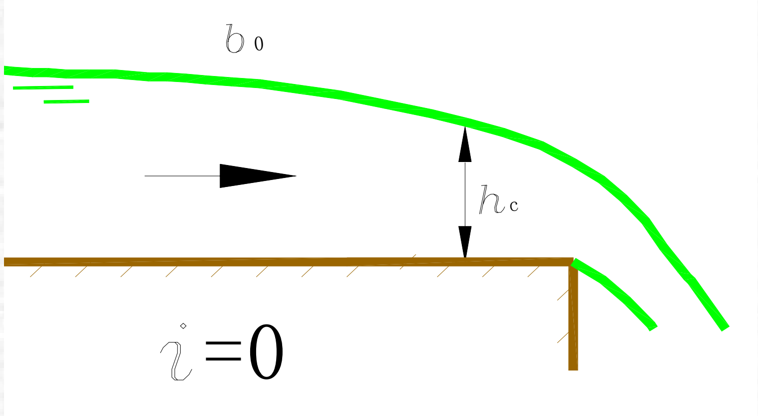
c_0型

上游： $h \to 0$ 开始于某一控制水深

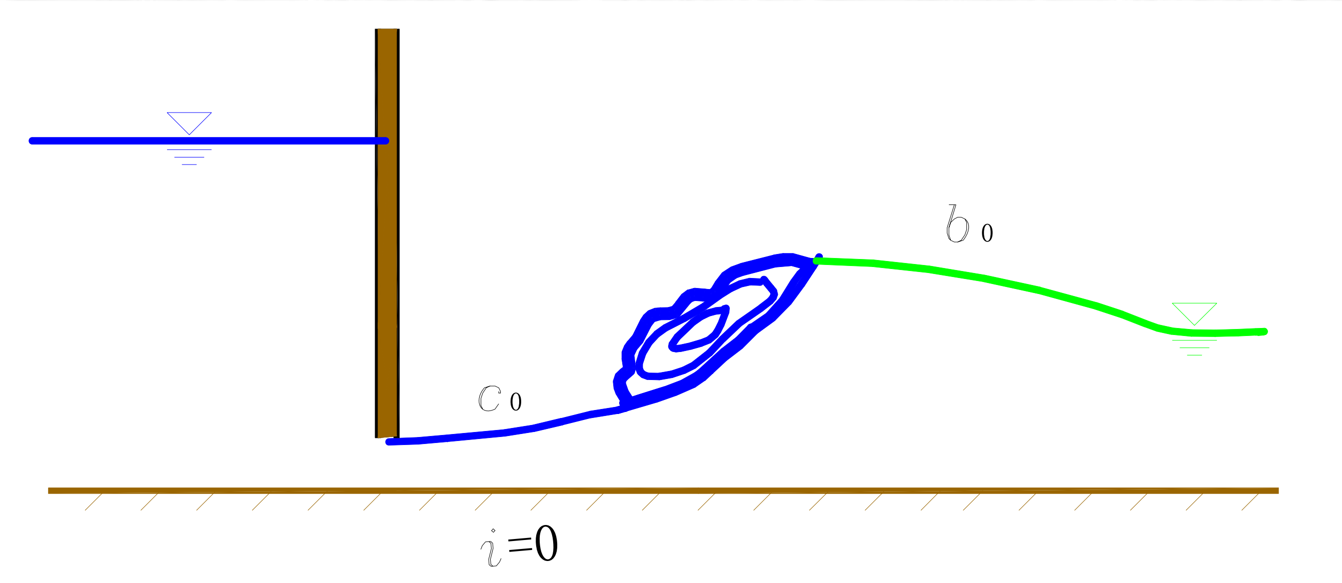
下游： $h \to h_{cr}$ $F_r \to 1$ $\frac{dh}{ds} = \frac{-}{\to 0_-} \to +\infty$ 产生水跃



水平线
b 0
K
K
c 0
i=0



b 0
h c
i=0



b 0
c 0
i=0

5. $i < 0$

$$\frac{dh}{ds} = \frac{-|i| - J_f}{1 - F_r^2}$$

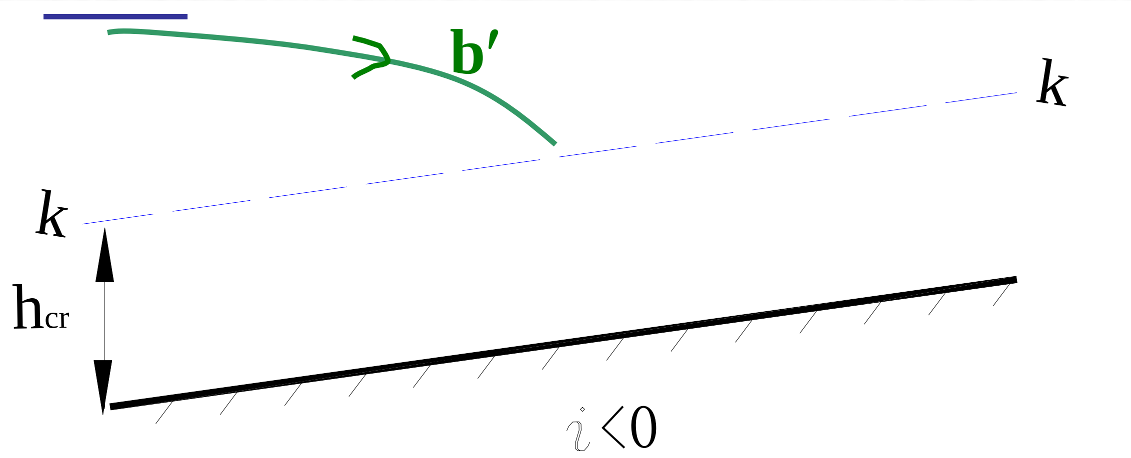
没有N-N线

b区

$$h > h_{cr}$$

$$h > h_{cr} \Rightarrow 1 - F_r^2 > 0$$

$$\frac{dh}{ds} = \frac{-|i| - J_f}{1 - F_r^2} = \frac{-}{+} < 0$$



➢水深沿程减小，产生降水曲线 **b’型**

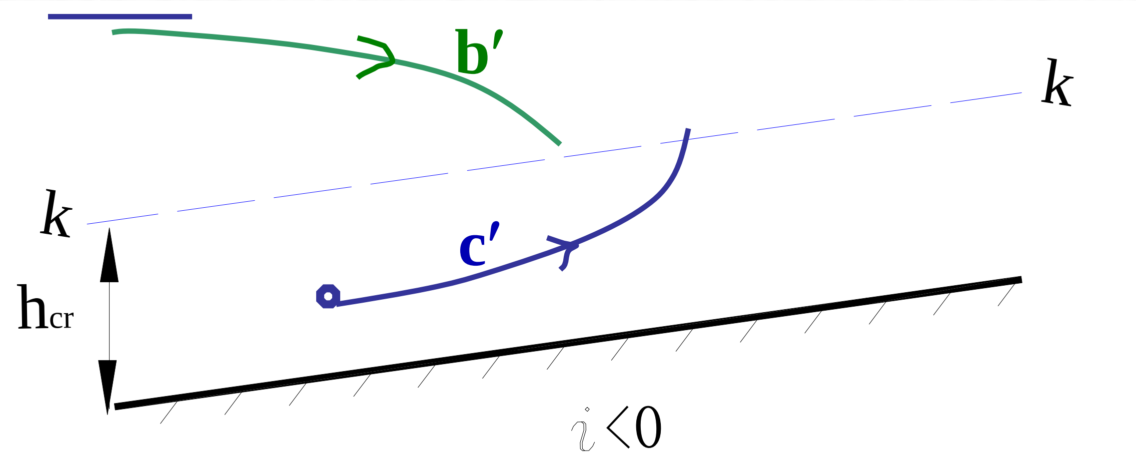
上游： $h \to \infty$ → $J_f \to 0$ → $F_r \to 0$ → $\dfrac{dh}{ds} = \dfrac{i}{1} \to i$ → 渐近水平线

下游： $h \to h_{cr}$ → $F_r \to 1$ → $\dfrac{dh}{ds} = \dfrac{-}{\to 0_+} \to -\infty$ → 产生水跌

$5. i < 0$

$$\frac{dh}{ds} = \frac{-|i| - J_f}{1 - F_r^2}$$

没有N-N线



c区

$$h < h_{cr}$$

$$h < h_{cr} \Rightarrow 1 - F_r^2 < 0$$

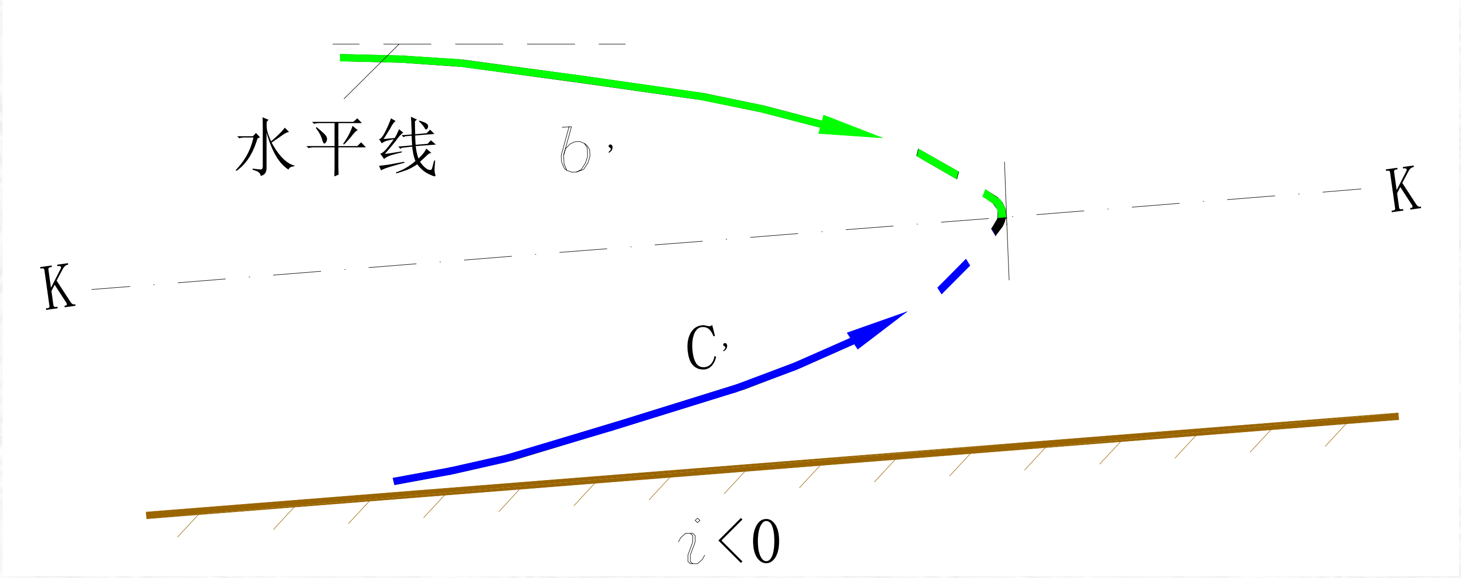
$$\frac{dh}{ds} = \frac{-|i| - J_f}{1 - F_r^2} = \frac{-}{-} > 0$$

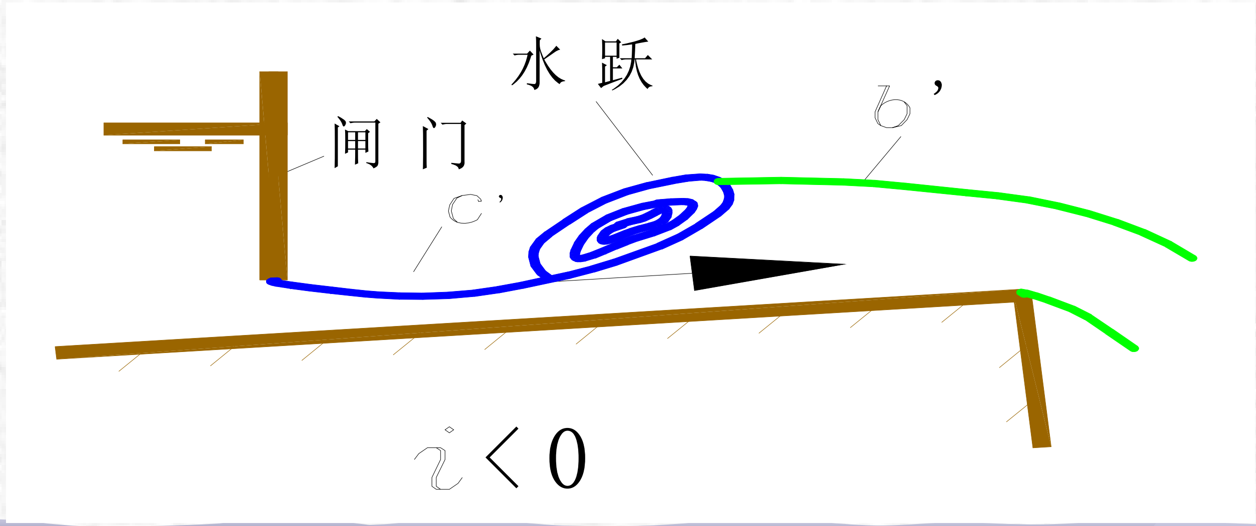
- 水深沿程增加，产生壅水曲线

c'型

上游： $h \to 0$ 开始于某一控制水深

下游： $h \to h_{cr}$ $F_r \to 1$ $\frac{dh}{ds} = \frac{-}{\to 0_-} \to +\infty$ 产生水跃


水平线
b'
K
K
C'
i<0


水 跃
b'
闸 门
c'
i<0