

编者按 在我国现代代进程中, 必须控制人口数量, 提高人口质量, 改善人口结构, 以实现人口与经济、社会、资源、环境协调和可持续发展, 因此, 准确预测未来一个城市、一个地区乃至整个国家人口数量及其增长趋势, 为经济和社会发展决策提供科学依据, 对于加速推进我国由农业大国向工业大国、工业强国迈进具有着极为重要的现实意义。

GM(1,1) 模型在烟台市人口预测中的应用

谭春英, 谢恒星*, 冯雪, 李清翠 (鲁东大学地理与资源管理学院, 山东烟台264025)

摘要 分析了1949~2004年烟台市人口变动状况, 应用GM(1,1)灰色模型拟合了该地区人口数量, 并对未来4年的人口数量进行了预测。结果显示, 1949~2004年烟台市人口整体呈上升趋势, 1960年有1个人口低谷值417.95万人; 分别利用1949~2004年和1979~2004年人口数据建立GM(1,1)灰色模型, 两者的拟合精度均较高, 但后者要优于前者; 利用1979~2004年人口数据建立的灰色模型预测未来4年内烟台市人口分别为664.45万、668.01万、671.59万和675.19万人, 人口有逐年缓慢上升的趋势。

关键词 GM(1,1)模型; 人口预测; 拟合精度; 烟台市

中图分类号 S11⁺7 文献标识码 A 文章编号 0517-6611(2006)17-4469-02

Application of GM(1,1) Model in Yantai Population Prediction

TAN Chunying et al (College of Geography and Resources Management of Ludong University, Yantai, Shandong 264025)

Abstract The population change of Yantai city from 1949 to 2004 was analyzed and GM(1,1) model was applied, which fitted the number of the population in the city, then the population in future four years was predicted. Results showed that the population from 1949 to 2004 was ascending and there was a low value of 4.18 million in 1960. GM(1,1) Model was set up with the population data from 1949 to 2004 and 1979 to 2004, respectively and both of the fitted precision were high, but the latter was better. The population predicted in future four years were 6.64 million, 6.68 million, 6.72 million and 6.75 million, respectively, with the latter model and the population was ascending gradually year by year.

Key words GM(1,1) model; Population prediction; Fitted precision

灰色系统分析是我国学者邓聚龙教授于20世纪80年代前期提出的用于控制和预测的新理论、新技术^[1]。由于它在建模、预测、控制等方面的独到之处, 已在气象、生态、医学和社会经济等领域得到了广泛应用^[2-5]。郝永红、邵珠艳、李如雪分别利用灰色模型分析了中国、山东济宁和山东聊城的人口状况^[6-8]。一个地区人口数量直接影响着其经济、社会的发展和资源的利用, 烟台市是我国最早开放的14个沿海城市之一, 经济发展势头迅猛, 因此, 正确预测烟台市人口的变化对制定合理的经济措施, 保证该地区经济的正常发展是很有必要的。笔者应用GM(1,1)灰色预测模型对烟台市未来4年的人口数量进行了预测, 以期为该区制定合理的经济措施以保证经济的良性发展提供科学依据。

1 GM(1,1) 模型的建模步骤^[1]

(1) 对原始数据序列 $X^{(0)} = [x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)]$ 做1次累加生成, 得到

$$X^{(1)} = [x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)] \quad (1)$$

其中 $x^{(1)}(t) = \sum_{k=1}^t x^{(0)}(k)$

(2) 构造累加矩阵 B 与常数项向量 Y_n , 即

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}[x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)] & 1 \\ \dots & \dots \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n)] & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$Y_n = [x_1^{(0)}(2), x_1^{(0)}(3), \dots, x_1^{(0)}(n)]^T \quad (3)$$

(3) 用最小二乘法解灰参数 \hat{a}

$$\hat{a} = \frac{a}{u} = (B^T B)^{-1} B^T Y_n \quad (4)$$

(4) 将灰参数带入时间函数:

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = [x^{(0)}(1) - \frac{u}{a}]e^{-at} + \frac{u}{a} \quad (5)$$

(5) 对 $\hat{x}^{(1)}$ 求导还原得到

$$\hat{x}^{(0)}(t+1) = -a[x^{(0)}(1) - \frac{u}{a}]e^{-at} \quad (6)$$

$$\text{或 } \hat{x}^{(0)}(t+1) = \hat{x}^{(1)}(t+1) - \hat{x}^{(1)}(t) \quad (7)$$

(6) 计算 $x^{(0)}(t)$ 与 $\hat{x}^{(0)}(t)$ 之差 $^{(0)}(t)$ 及相对误差 $e(t)$

$$^{(0)}(t) = x^{(0)}(t) - \hat{x}^{(0)}(t) \quad (8)$$

$$e(t) = ^{(0)}(t) / x^{(0)}(t) \quad (9)$$

(7) 模型精度检验及应用模型进行预测。为了分析模型的可靠性, 必须对模型进行精度检验。通常是对模型进行后验差检验, 即先计算观察数据离差 s_1

$$s_1^2 = \sum_{t=1}^m [x^{(0)}(t) - \hat{x}^{(0)}(t)]^2 \quad (10)$$

及残差的离差 s_2

$$s_2^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{t=1}^{m-1} [q^{(0)}(t) - \hat{q}^{(0)}(t)]^2 \quad (11)$$

再计算后验比 $c = s_1 / s_2$ (12)

及小误差概率 $p = \{ |q^{(0)}(t) - \hat{q}^{(0)}| < 0.6745 s_1 \}$ (13)

根据后验比 c 和小误差概率 p 对模型进行精度检验。其精度检验等级标准见表1。

表1 灰色预测精度检验等级标准

精度等级	p	c	精度等级	p	c
好	>0.95	<0.35	勉强	>0.70	<0.65
合格	>0.80	<0.5	不合格	0.70	0.65

作者简介 谭春英(1953-), 女, 吉林长春人, 工程师, 从事人文地理的教学与研究工作。* 通讯作者。

收稿日期 2006-05-25

当所建立的模型残差较大, 精度等级达不到要求时, 就

要进行残差GM(1,1)模型建模分析,以修正预测模型,提高预测精度。

2 烟台市人口变化趋势

1949~2004年烟台市人口变化状况见图1、2。由图1可知,烟台市人口整体呈上升趋势,1958年达到建国以来的第1个人口峰值433.43万人,之后由于国家经济政策的一些失误,人口数量开始下降,1960年下降到最低值417.95万人,之后国家及时采取了经济措施,人口数量才得以回升。由图2可知,1962年人口增长率达到最大值4.39%,1970、1975、1982和1988年分别出现比较小的人口快速增长期,2000年烟台市人口达到645.8万人,随后人口数量缓慢增长,人口增长速率接近于0。

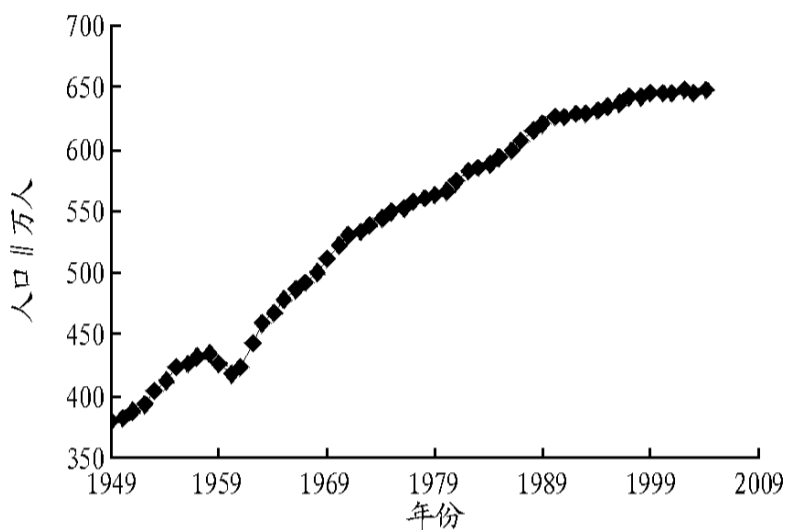


图1 1949~2004年烟台市人口数量变化

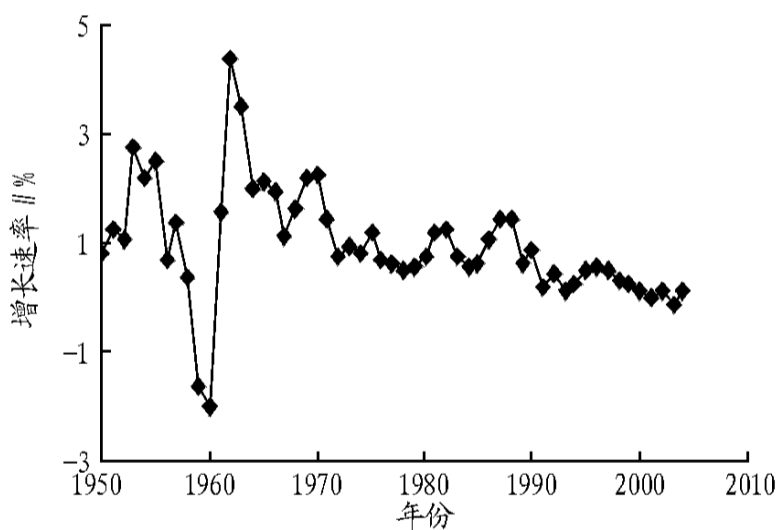


图2 1949~2004年烟台市人口数量增长率的变化

3 应用GM(1,1)模型预测烟台市人口

在DPS5.02数据处理系统软件中,将1949~2004年烟台市人口数据录入电子表格并定义成数据块,执行“其他-灰色系统方法-GM(1,1)模型”菜单操作,在随后弹出的“输入待预测的时间长度”、“残差数列类型”对话框中依次输入“3”和“1”(生成数列残差),得到烟台市人口预测模型为

$$x(t+1) = 42\,916.720\,570 e^{0.009\,585 t} + 42\,535.970\,570 \quad (14)$$

利用该预测模型拟合烟台市人口数量,得到人口数量的拟合值和真实值见图3。由图3可知,模型的拟合效果较好,拟合值与真实值的相对误差在-8.84%~4.68%,在灰色预测模型中相对误差小于10%就是高精度的预测,所以预测结果可信;另外,模型的后验比 $c = 0.24$,小误差概率 $p = 1.00$,由灰色预测精度检验等级标准(表1)可知,该模型精度达到“好”标准,说明模型是可靠的。但由图3可知,由于1960年的异常人口数据导致拟合值与真实值的相对误差达到-8.84%。为提高模型的拟合精度,利用1979~2004年烟

台市人口数据建立灰色模型,得到人口预测模型为:

$$x(t+1) = 108\,455.506\,900 e^{0.005\,346 t} + 107\,892.616\,900 \quad (15)$$

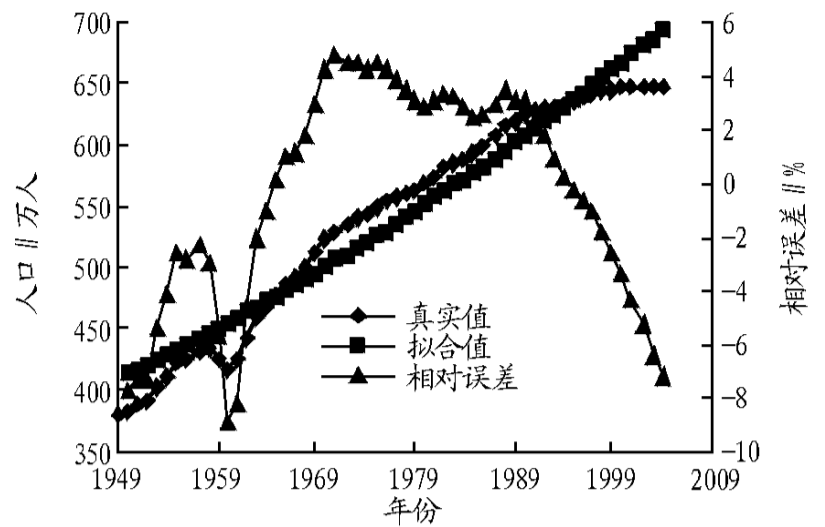


图3 1949~2004年烟台市人口真实值和拟合值

利用该灰色模型拟合烟台市人口数量,得到人口数量的拟合值和真实值见图4。由图4可知,拟合值与真实值的相对误差在-2.49%~1.92%,模型的后验比 $c = 0.29$,小误差概率 $p = 1.00$,模型的精度等级达到“好”水平,且拟合结果要优于模型14)。利用该灰色模型进行人口预测,得到未来4年内烟台市人口数量见图5。由图5可知,未来4年内烟台市人口分别为664.45万、668.01万、671.59万和675.19万人,人口有逐年缓慢上升的趋势。因此,有关部门应该根据人口上升的实际情况制定合理的人口措施,以保证烟台市经济的快速发展。

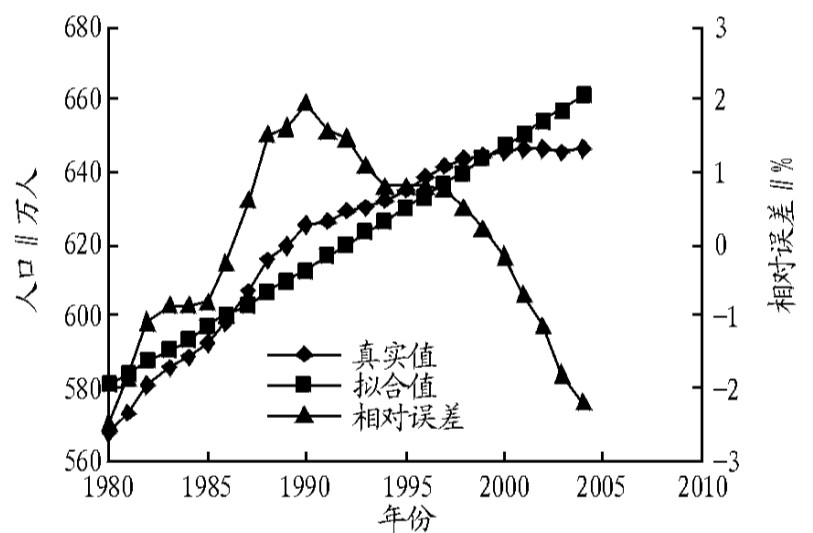


图4 1979~2004年烟台市人口真实值和拟合值

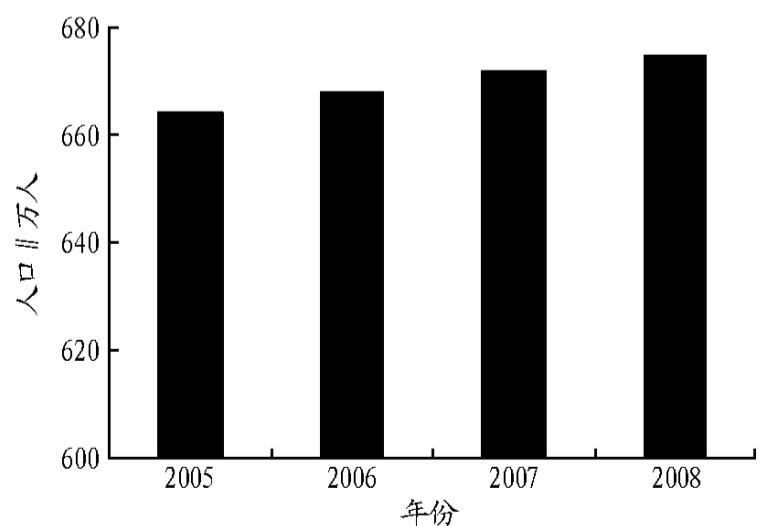


图5 烟台市人口数量预测

4 结论

1949~2004年烟台市人口总体呈上升趋势,1960年达到一个人口低谷值417.95万人。利用1949~2004年烟台市人口数据建立GM(1,1)灰色模型,得到模型的方程为: $x(t+1)$

(下转第4475页)

(上接第4470页)

$= 42\,916.720\,570 e^{0.009\,585 t} + 42\,535.970\,570$, 模型的后验比 $c = 0.24$, 小误差概率 $p = 1.00$, 利用该模型得到人口数据的拟合值与真实值的相对误差在 $-8.84\% \sim -4.68\%$, 模型的拟合精度较高, 但由于1960年的人口数量异常值, 导致模型的总体精度下降。利用1979~2004年烟台市人口数据得到灰色模型的预测方程为: $x(t+1) = 108\,455.506\,900 e^{0.005\,346 t} + 107\,892.616\,900$, 模型的后验比 $c = 0.29$, 小误差概率 $p = 1.00$, 模型的拟合精度较高, 人口数量的拟合值与真实值的相对误差在 $-2.49\% \sim -1.92\%$, 模型的拟合效果要优于前者。利用该灰色预测模型得到未来4年内烟台市人口分别为664.45万、668.01万、671.59万和675.19万人,

人口有逐年缓慢上升的趋势。

参考文献

- [1] 邓聚龙. 灰色控制系统 M. 武汉: 华中理工大学出版社, 1985.
- [2] 詹晓琴. 灰色理论在低温天气预报中的应用 J. 四川气象, 1994, 14(4): 14-17.
- [3] 史作民, 陈涛. 大连市城市生态系统发展趋势研究 J. 应用生态学报, 1996, 7(1): 72-76.
- [4] 冯有辉, 许碧连, 何康, 等. 影响去卵巢大鼠骨量因素的灰色关联分析 [J]. 中国临床药理学与治疗学, 2005, 10(7): 747-749.
- [5] 邓莉, 冉光和. 重庆农村金融发展与农村经济增长的灰色关联分析 [J]. 中国农村经济, 2005(8): 52-57.
- [6] 郝永红, 王学萌. 灰色动态模型及其在人口预测中的应用 J. 数学的实践与认识, 2002, 32(5): 813-820.
- [7] 邵珠艳, 魏曼莎, 贾娜. 济宁市城区人口出生率的预测与分析 J. 数理医药学杂志, 2003, 16(3): 198-199.
- [8] 李如雪, 王振健. 聊城市人口、耕地及粮食系统的分析与讨论 J. 聊城大学学报: 自然科学版, 2004, 17(3): 57-63.