Vol.27 No.33 Nov. 2007 ©2007 Chin.Soc.for Elec.Eng.

文章编号: 0258-8013 (2007) 33-0011-06 中图分类号: TM 35 文献标识码: A 学科分类号: 470-40

永磁球形步进电机转子位置检测的全局优化

王群京1,雍爱霞1,张胜虎2

(1. 合肥工业大学, 安徽省 合肥市 230069; 2. 解放军电子工程学院, 安徽省 合肥市 230037)

Global Optimization on Detecting the Rotor Position of Permanent Magnetic Spherical Stepper Motor

WANG Qun-jing¹, YONG Ai-xia¹, ZHANG Sheng-hu²
(1. Hefei University of Technology, Hefei 230069, Anhui Province, China;
2. PLA. Electronics Engineering Institute, Hefei 230037, Anhui Province, China)

ABSTRACT: The permanent magnetic spherical stepper motor model is introduced in this paper, random encoder is painted on the surface of the rotor, and outputs of optoelectronic sensors are used to express the rotor position. This paper gives group representation of the spherical rotor in three-dimension space; it searches the rotor orientation in state space that consists of outputs of 96 sensors, but traditional single-nod-search method may get into local minima. Defining target function, the paper uses genetic algorithm to seek global optimum according to two-dimension plot of target function, and sets in steepest decent operator to strengthen genetic algorithm's local search, thus gets the current rotor orientation. For the remote target node, simulation shows parallel search method of more-nods could fast convergence to the target orientation, the precision lies on the resolution and search step length.

KEY WORDS: spherical motor; photoelectric sensor; resolution; genetic algorithm; steepest decent algorithm

摘要:介绍了永磁球形步进电机模型,在转子球面上进行随机 编码,光电传感器的输出用来表示转子的位置。对转子球体的 三维旋转进行了群描述;针对 96 个传感器的输出所构成的位 置空间进行搜索,而传统的单点搜索会陷入局部极小值。定 义目标函数,根据目标函数值的二维关系图的特点,采用遗 传算法对函数进行全局寻优,并嵌入最速下降算子来加强遗 传算法的局部搜索能力,得出当前转子的空间位置。对于远 距离目标节点,仿真表明这种多点并行搜索方法能够快速地 收敛到目标位置,精确度取决于传感器的分辨率和搜索步长。

关键词: 球形电机; 光电传感器; 分辨率; 遗传算法; 最速 下降算法

0 引言

球形电动机的研究近年来在国际上受到了广 泛的重视,由于球形电动机结构上的独特性,在电 磁和结构设计、计算以及动力学分析方面比较复 杂,加工工艺方面比较困难,其研究理论和技术尚 处在探索中,研制开发具有前沿性。目前国内外多 自由度电动机有 Laithwaite 等人的感应型球形电 机^[1],Lee等人提出的变磁阻型球形电机^[2],华中理 工大学提出的三维电动机等^[3],美国Hopkins大学 Gregory S. Chirikjian, David Stein等人设计研制了 一种永磁步进球形电动机[4-6]以其体积小、重量轻、 力能指标高、控制简单等优点而成为研究的重点。 这在仿人型机器人的关节和手臂运动控制中、智能 仪表中的三维空间测量、工业控制中的多维空间伺 服控制等场合具有广泛的应用前景。本文基于这一 电机的结构及运动特点,对空间中球形转子的三维 运动进行群描述,建立状态空间并对转子的位置检 测采用混合遗传算法,实现全局并行搜索,搜索空 间大,在搜索过程中不断地向可能包含最优解的方 向调整搜索空间以便寻找最优解或准最优解。克服 了文献[7]中启发式搜索对于远距离目标节点可能 造成搜索效率极低的现象,和文献[6]中提出的数学 近似计算只适用于15°邻域的方法。

1 永磁球形步进电机的模型

1.1 电机的物理模型

本文所研究的永磁球形步进电机是Gregory S.Chirikjian和David Stein等人提出的^[4-6],球形转子 为非导磁材料的中空球体,内嵌有精确定位的 80 个直径约为 0.019 05 m 的稀土永磁体,定子由半球

基金项目: 国家自然科学基金项目(05377010); 安徽省自然科学基 金项目(03044103)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China(05377010).

形底座、鞍形支架、16个铁磁线圈、环形支架以及 环形支架上的起轴承作用的8个小脚轮构成,每个 铁心线圈被一个光电编码环环绕,其中放置6个等 距的光电传感器用于进行非接触位置检测,如图1 所示,定子对转子的覆盖范围小于半个转子,这样 大大扩展了转子的运动范围。



图 1 定子的结构 Fig. 1 Structure of stator

对转子位置进行检测,先要对转子表面用黑、 白两种颜色进行编码^[6],通过光电传感器反馈的信 号,反馈给计算机,传感器接收的颜色信号对应转 子的位置,从而可以控制通电的线圈对,通过某种 导电策略拖动转子作给定的空间运动(图 2)。



图 2 线圈上的光电编码环 Fig. 2 Sensor ring on the coil

1.2 转子球面的数学编码

给转子球面进行编码理论上说越离散越好,本 文采用随机编码方式^[6]: 令N为 1 个正偶数,在球 面上任意选取N个点(o_1 , o_2 ,..., o_n),其中 $o_i \in \mathbb{R}^3$ 且 $\|o_i\| = 1$ 。N/2 个点的颜色为黑色,定义为 $c(o_i) = 1$, N/2 个点的颜色为白色,定义为 $c(o_i) = 0$ 。X为球面上 的任意一点,如果满足关系式: $d(x, o_m) \le d(x, o_i)$, i = 1, 2, ..., m - 1, m + 1, ..., N,其中 $d(x, y) = \arccos(x \cdot y)$,

$$\mathbf{A} = \operatorname{rot}(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma - \sin \alpha \sin \gamma \\ \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma + \cos \alpha \sin \gamma \\ -\sin \beta \cos \gamma \end{bmatrix}$$

(2) 用指数表示。

记 $\hat{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ 表示旋转轴的单位矢量,则 \hat{x} 的反对称矩阵形式为

则 $c(x)=c(o_m)$ 。用Matlab仿真可得如下转子表面喷图 ^[6](图 3)。



图 3 球面随机编码 Fig. 3 Random encoder on the sphere surface

2 转子旋转的群描述及传感器的分辨率

2.1 球形转子旋转的群描述

在三维实坐标空间**R**³中,保持原点不变的所有 的转动变换构成三维转动群,群元的表示方法有 2 种:

(1) 用欧拉角表示。

对应于特殊实正交矩阵群*SO*(3),即所有行列 式为1的3维实正交矩阵构成的连续群^[8-9]

 $SO(s) = \{ O \in O(s); \det(O) = 1 \}$ (1)

其中 **O**(3)为所有三维实正交矩阵构成的连续群,群 元为转动变换 A,可用 3 个 ZYZ 欧拉角α、β、γ来 标记(也可以用广义欧拉角标记),分解为下面单参 数子群元的乘积

$$A = R_z(\alpha)R_y(\beta)R_z(\gamma)$$
(2)

式中: $R_z(\alpha)$ 为绕z轴转 α 角, $R_y(\beta)$ 为绕新的y轴(y'轴)转 β 角, $R_z(\gamma)$ 为绕新的z轴(z''轴)转 γ 角

$$-\cos\alpha\sin\beta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma \quad \cos\alpha\cos\beta$$
$$-\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma + \cos\alpha\cos\gamma \quad \sin\alpha\sin\beta$$
$$\sin\beta\sin\gamma \quad \cos\beta$$
(3)

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 0 & -x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & -x_1 \\ -x_2 & x_1 & 0 \end{bmatrix}$$
(4)

13

所有 3×3 反对称矩阵的矢量空间记为 $X = {X \in \mathbb{R}^{3\times 3}, (X)^{T} = -X}$,则转动变换

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{R}(\hat{\boldsymbol{x}}, t) = \exp(t \cdot \boldsymbol{X}) \tag{5}$$

其中t为在 x 方向上旋转的无穷小量^[8]。

计算传感器的输出 *C*(*A*)表示转子的当前位置, 转子发生空间任意旋转记作 *B*=rot(*α*,*β*,*γ*), *C*(*B*)表示 转子的新位置。设置函数

$$f(\boldsymbol{B}) = \frac{1}{\sqrt{n}} \left\| \boldsymbol{C}(\boldsymbol{B}) - \boldsymbol{C}(\boldsymbol{A}) \right\|$$
(6)

式中 *n* 为传感器的个数,计算 *f*(*B*)函数在 *x* 旋转方向上的斜率,获得函数在位置 *B* 上的梯度信息,以寻求最速下降的方向

$$f'(\boldsymbol{B}) = \lim_{t \to 0} \frac{f(\boldsymbol{B} \cdot e^{tX}) - f(\boldsymbol{B} \cdot e^{-tX})}{2t}$$
(7)

根据李群李代数,有E_f(j=1,2,3)分别表示群元的基底^[8]

$$\boldsymbol{E}_{1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{E}_{2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{E}_{3} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

f(B)的斜率在各基底上分解为

$$f'_{E_j}(\mathbf{B}) = \frac{f(\mathbf{B} \cdot e^{t \cdot E_j}) - f(\mathbf{B})}{t} \quad (j = 1, 2, 3)$$
(8)

式中t表示为*E_j(j=1,2,3)*方向上一无穷小的旋转角度,实际选取应略大于该方向传感器的分辨率。

2.2 传感器的分辨率

转子在空间旋转时,用离散的光电传感器识别 存在着分辨率问题。传感器的分辨率定义为空间某 一位置下,转子任意旋转而产生不变传感器输出的 最大角位移。令转子从初始位置开始,球体的任意 旋转由转动矩阵 **A** ∈ **SO**(3)来确定,传感器的输出向 量为

 $C(A) = [C(A^{T}s_{1}) C(A^{T}s_{2}) ... C(A^{T}s_{n})]^{T}$ (9) 式中 $s_{1}, s_{2}, ..., s_{n}$ 为 n 个传感器对应的位置坐标,满 足 { $s_{i} \in \mathbb{R}^{3}$; $||s_{i}||=1$ }。

从 C(A)位置开始的无穷小旋转矩阵为 B, 计算 传感器输出的不变向量即 $\|C(A) - C(A \cdot B)\| = 0$ 时, 具有 n 个传感器的分辨率有 2 种方法,见文献[7]。

3 转子位置检测的优化

3.1 概述

给定一个传感器输出向量 $C_x=\{C_{si},i=1,2,\ldots,96\}$ 来表示转子未知的位置,没有唯一的解,因为 96 个传感器最多有 2⁹⁶可能的组合,转子却有无穷多 个旋转方向。问题实际上变为:找到1个旋转角度 **B**=rot(α_0 , β_0 , γ_0),使其对应的传感器输出 $||C(B) - C_x|| < e_{s_0}$,误差 e_{s_0} 取决于传感器的分辨率。

 $F = f(\alpha, \beta, \gamma) \qquad (\alpha, \beta, \gamma) \in \boldsymbol{\Omega} \subset \mathbf{R}^{3} \quad F \in \mathbf{R}$ 要求(\alpha_{0}, \beta_{0}, \beta_{0})使得

 $f(B) = f(\alpha_0, \beta_0, \gamma_0) = \min_{(\alpha, \beta, \gamma) \in \Omega} f(\alpha, \beta, \gamma)$ (10) F为正实数,是解的优劣程度的一种度量,Matlab 仿真转子旋转时f(B)与角度的二维关系如图4所示。 可以将F目标函数看成 $\mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ 的非连续实数函数,显 然传统的单点搜索会令搜索过程陷入局部极小值, 遗传算法采用的多点并行搜索同时对搜索空间中 的多个解进行评估,有较好的全局搜索性能。



3.2 状态空间

状态空间是系统用来表述问题状态或有关事 实的主要数据结构,它包含所有可能的问题的初始 状态集合、操作符集合以及目标状态集合^[10]。初始 状态为旋转前的传感器输出,目标状态为传感器输 出*C_x*。转子球面与定子之间的气隙可忽略不计,认 为传感器坐标也在球面上。定义:

球面上 N 个随机点坐标集合

$$o = \{o_i \in \mathbf{R}^3; \|o_i\| = 1, i = 1, 2, ..., N\}$$

传感器坐标集合:

$$s = \{s_i \in \mathbf{R}^3; \|s_i\| = 1, i = 1, 2, \dots, 96\}$$

传感器颜色向量:

$$\boldsymbol{C} = \{\boldsymbol{C}(\boldsymbol{s}_i) = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{o}_m), d(\boldsymbol{s}_i, \boldsymbol{o}_m) = \min(d(\boldsymbol{s}_i, \boldsymbol{o}_i)),$$

 $i = 1, 2, \dots, 96, j = 1, 2, \dots, N, m = 1, 2, \dots, N$

3.3 遗传操作

遗传算法的搜索机制用齐次有限的马尔可夫 链来描述, Λ 为群体空间, $|\Lambda| = 2^{ln}$,意为包含n个 串长为l的串, Λ 的元素 λ_i , $\lambda_i = S_i^j$; $j \in [1,n]$,群 体空间的概率变化由复制、交换、突变 3 种基因操 作引起,它们分别用概率矩阵R、C、M来描述,直 接作用于算法的收敛及收敛速度^[11]。本文采用浮点 数编码,该编码方法克服了二进制编码占用内存空间大、运算时间长的缺点,便于大空间搜索;随机联赛选择是指在群体中随机选择K个个体进行比较,适应度高的个体遗传到子代群体中,K为联赛规模,这里选取K=2。本文采用算术交叉,均匀变异,交叉算子是遗传操作的核心,是产生新个体的主要方法以保持群体的多样性,决定遗传算法的全局搜索能力;变异算子进行遗传算法的局部搜索,本文另采用最速下降法加强系统的局部搜索能力。

3.4 个体适应度的评估

适应度函数是根据目标函数确定的用于区分 进化中个体优劣的标准。适应度的定义对混和遗传 算法(图 6)有较大影响,是算法成功求得全局解的 关键之一,本文构造适应度函数 g(x)

 $g(x) = f_{\max}(x) - f(x) + k_1 [f_{\max}(x) - f_{\min}(x)]$ (11)

由此可知,群体中最大适应度与最小适应度之 比为(1+k₁)/k₁。若k₁过大,当前群体中最大与最小函 数值的个体有较接近的适应度和选择概率,则杂交 算子和变异算子的作用将退化至随机搜索。若k₁过 小,当前群体中函数值较大的个体的适应度和选择 概率过小,失去繁殖机会,导致求得全局极值的概 率下降。一般情况下,k₁取值在 0.01~0.1 之间,相 应的同代群体中个体间的最大适应度和最小适应 度之比为 11~101 之间。由于每次迭代中f_{max}和f_{min}随 群体变化而不同,使得该算法在确定适应度和选择 概率上具有自适应性和鲁棒性^[12],该算法的收敛性 证明见文献[13]。

计算个体的适应度:

(1) 令(α, β, γ)为群体中任一个体, 按式(3)计
 算其相应的旋转矩阵 A。

(2) 计算转子球面上 N 个随机点的新坐标, 其中 o⁽¹⁾ 的上标表示迭代深度。

- $o^{(1)} = \{o_i^{(1)} = A \times o_i; o_i^{(1)} \in \mathbb{R}^3; \|o_i^{(1)}\| = 1, i = 1, 2, ..., N\}$ (12) (3) 计算传感器输出向量。
- $C^{(1)} = \{ C^{(1)}(s_i) = C^{(1)}(o_m), d(s_i, o_m^{(1)}) = \min(d(s_i, o_j^{(1)})) \\ i = 1, 2, \dots, 96, j = 1, 2, \dots, N, m = 1, 2, \dots, N \}$ (13)

(4)计算该个体目标函数值、适应度值。

3.5 最速下降(SD)法

最优化理论认为,目标函数在某点的负梯度方向是函数值下降最快的方向,由此逐步逼近极值 点。SD 算法有较强的局部搜索能力,在整个搜索 中处理小范围搜索和搜索加速的问题。 (1)选定初始点*x*_k∈*Q*, *k*=0,由式(8)求该点
 梯度∇*f* = (*f*'_{E1} *f*'_{E2} *f*'_{E3})。

(2) 若 ∇f = 0, 增加步长 t 直至 ∇f 为一不为 零的向量。

(3) 在初始点处沿方向 –∇f 作线性搜索,

 $\boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{x}_k - t \cdot \nabla \boldsymbol{f}$, k = k+1 .

3.6 混合遗传算法

混合遗传算法如图 5 所示,迭代的终止条件包括:①达到预先设定的最大迭代次数;②当前群体 中最优个体值达到设定的误差范围内;③迭代若干 次,群体中个体不再发生变化。



Fig. 5 Hybrid genetic algorithm

4 仿真计算

球形电机是一个完整的三维场模型,边界条件 复杂,增加了磁性能、力矩分析的复杂性^[14-16]。为 计算方便,忽略气隙,假定电机的转子坐标和定子 坐标于同一球面,令球心坐标为三维坐标原点,球 半径为一。计算初始位置时传感器的输出,用Matlab 仿真,当转子绕一个特定轴旋转时,目标函数f(**B**) 与角度的一维关系如图 6 所示。显然 0°到



图 6 绕 Y 轴旋转时 f(B)与角度的关系 Fig. 6 Plot of f(B) as B varies through Y axis

15°区间内,函数值近似线性变化,可以用数学方法模拟其三维函数的求解^[6]。

取一传感器的合法输出*C*_x作为转子的目标位 置,随机产生遗传算法的初始种群,种群规模为 100,图7为初始种群的分布,令*P*_c=0.6,*P*_m=0.05, *P*₅=0.4,最速下降算法中步长*t*应略大于当前位置下 的分辨率,精确描述某位置的分辨率理论上要求找 出所有方向上的最大角位移,但本文最速下降过程 中每一步转子运动方向是确定的,只要计算该运动 方向上不变传感器输出的最大角位移即可,可以实 时计算,也可以建造表格进行查找,如表1所示, 精确到 0.001°,为计算简便,取*t*=1°。



图 7 初始种群的分布 Fig. 7 Distribution of original population

表 1 初始种群的适应度、各旋转方向的分辨率 Tab. 1 Fitness and each directional resolution of original population

		适应度 -	分辨率		
γ_{J} yo γ_{T} $\pi_{T}(\alpha, \rho, \gamma)$	函数值		(1°00)	(0 1° 0)	(0 0 1°)
20.96 211.53 149.8 0.	73598	0.09028	0.650	0.231	0.407
105.08 249.42 177.54 0.	60381	0.22246	0.362	0.018	0.445
170.43 245.95 47.88 0	.6455	0.18077	0.176	0.335	0.310

设置最大迭代次数 600 次,从初始种群开始遗 传迭代,图 8 为迭代第 240 次种群的目标函数值的 分布,迭代过程中个体最优解与个体平均值的跟踪 性能如图 9 所示,可以看出图中只有 2 个平台,搜 索过程比较迅速,遗传迭代到 238 次时,种群中的 某个体达到了当前精度下的函数最小值: f= 0.10206,与向量*C*_x对应的转子目标位置误差*e*_{sp}= (0.31°, 0.24°, 0.63°)。



图 8 迭代第 245 次的种群分布

Fig. 8 Population distribution of the 245th generation



图 9 迭代过程中种群最优解与平均解

Fig. 9 Optimum and average value of each generation

5 结束语

本文针对永磁步进球形电机的旋转特点采用 一种混合遗传算法进行转子位置检测的优化,它结 合遗传算法和最速下降算法的优点,既能收敛到全 局最优解,又解决了遗传算法局部搜索能力差的问 题,可以使得搜索达到快速而又准确的效果,为球 形电机闭环控制的实际应用奠定基础。

参考文献

- Williams F, Laithwaite E, Eastham J F. Development and design of spherical induction motors[C]. Proc. Ins. Elec. Eng, USA, 1959.
- [2] Lee Kok-Meng, Pei Jianfa. Kinematic analysis of a three degreeof-freedom spherical wrist actuator[J]. Mechatronics, 1994, 4(6): 581-605.
- [3] 黄声华.三维电动机及其控制系统[M].武汉:华中理工大学出版 社,1998.
- [4] Chirikjian G S, Stein D. Kinematic design and commu- tation of a spherical stepper motor[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 1999, 4(4): 342-353.
- [5] Stein D, Chirikjian G S. Experiments in the commutation and motion planning of a spherical stepper motor[C]. ASME 2000 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference Baltimore, Maryland, 2000.
- [6] Stein D, Scheinerman E R, Chirikjian G S. Mathematical models of binary spherical-motion encoders[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2003, 8(2): 234-244.
- [7] 王群京,雍爱霞. 一种永磁球形步进电机转子位置的检测方法
 [J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(22): 92-96.
 Wang Qunjing, Yong Aixia. A kind of method of measuring the rotor position of permanent magnetic spherical stepper motor
 [J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(22): 92-96(in Chinese).
- [8] 马中骐. 物理学中的群论[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [9] 徐婉棠,喀兴林. 群论及其在固体物理中的应用[M]. 北京: 高等 教育出版社, 1999.
- [10] Luger G F. 史忠植,张银奎译.人工智能:复杂问题求解的结构 和策略[M].北京:机械工业出版社,2004.
- [11] 张文修,梁怡. 遗传算法的数学基础[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2000.
- [12] 赵明旺. 连续可微函数全局优化的混合遗传算法[J]. 控制与决策, 1997, 12(5): 589-592.

Zhao Mingwang. A hybrid genetic algorithm for global optimization of continuous[J]. Control and Decision, 1997, 12(5): 589-592(in Chinese).

- [13] 刘莉,周晓阳. 混合遗传算法收敛性分析[M]. 应用数学,2004, 17(增),111-113.
- [14] 王群京,陈丽霞,吴立建,等.基于加权无向图的永磁球形步进 电机运动控制[J].中国电机工程学报,2005,25(9):130-134.
 Wang Qunjing, Chen Linxia, Wu Lijian, et al. The control of a permanent magnet spherical stepper motor based on weighted graph [J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(9): 130-134(in Chinese).
- [15] 吴立建,王群京,杜世俊,等.磁场积分法在永磁步进球形电动 机场分析中的应用[J].中国电机工程学报,2004,24(9):192-197.
 Wu Lijian, Wang Qunjing, Du Shijun, et al. Integral equation method for simulation of magnetic field of permanent magnetic spherical stepper[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(9): 192-197(in Chinese).
- [16] 王群京,陈丽霞,李争,等. 基于光电传感器编码的永磁球形步 进电机运动控制[J]. 中国电机工程学报,2005,25(13):113-117.

Wang Qunjing, Chen Lixia, Li Zheng, et al. The control of a permanent magnet spherical stepper motor based on the coder of optoelectronic sensors[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(13): 113-117(in Chinese).

收稿日期: 2007-04-15。

作者简介:

王群京(1960一), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为电机及其控制;

雍爱霞(1974一),女,合肥工业大学博士研究生,解放军电子工程 学院讲师,电力电子及电力传动专业,研究方向为电动汽车的电传动系 统,yax1974@126.com。

(责任编辑 丁玉瑜)