

文章编号:1000-6893(2008)05-1274-07

简化的鲁棒自适应模糊动态面控制及其应用

周丽, 姜长生, 都延丽

(南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 210016)

Simplified Robust Adaptive Fuzzy Dynamic Surface Control and Its Application

Zhou Li, Jiang Changsheng, Du Yanli

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,
Nanjing 210016, China)

摘 要: 针对不确定严格反馈块控非线性系统, 提出了一种简化的鲁棒自适应模糊动态面控制方法。利用 T-S 模糊系统在线逼近系统的不确定及外界干扰, 简化自适应参数调整方法, 解决了动态面控制自适应参数过多的问题。基于 Lyapunov 方法及小增益理论证明了闭环系统半全局一致最终有界。该方法设计的控制器复杂性低且具有最少的在线调整自适应参数, 易于工程实现。最后对所提出的方法进行了某推力矢量战斗机的 Herbst 机动仿真, 结果表明了方法的有效性。

关键词: 飞行控制; 反推法; 动态面控制; T-S 模糊系统; 小增益理论

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Abstract: A simplified robust adaptive fuzzy dynamic surface control approach is presented for a general class of strict-block-feedback uncertain nonlinear systems whose uncertainties and disturbances are approximated on line by T-S fuzzy systems. The adjusting mechanism of adaptive parameters is simplified to avoid the determination of too many parameters. All signals in the closed-loop system are proved to be semiglobally uniformly ultimately bounded by the Lyapunov method combined with the small gain approach. As a result, the controller designed by this approach has lower complexity and minimum adaptive parameters to be tuned on line. Herbst maneuver simulation results for a fighter with thrust vector demonstrate the effectiveness and robustness of the proposed control scheme.

Key words: flight control; backstepping approach; dynamic surface control; T-S fuzzy system; small gain approach

反推法是非线性控制系统设计中广泛使用的一种方法, 已应用于航空航天、机器人等控制并取得了良好的效果^[1-3]。文献[4-5]将神经网络、模糊系统与反推法结合, 解决了一大类未知非线性系统的设计问题。然而上述自适应控制器需要对大量的自适应参数进行在线调整, 当应用于飞机、导弹等复杂对象的控制时其计算量往往是机载计算机难以承受的。为了解决这个问题, 文献[6]针对单输入单输出(Single-input Single-output, SISO)不确定非线性系统提出了一种直接鲁棒自适应模糊控制方法, 将在线调整自适应参数减少为 $2N$ 个 (N 为系统的状态向量维数), 文献[7]进一步对自适应律进行改进, 将自适应参数减少为 N 个。

文献[6-7]提出的方法虽然明显减少了自适应参数, 但由于反推法的设计过程使控制律仍存

在计算膨胀问题, 不利于控制器的实现。针对此问题, 文献[8]提出了动态面控制(Dynamic Surface Control, DSC)方法, 解决了反推法的计算膨胀问题。针对不确定非线性系统, 文献[9]进行了基于神经网络的自适应动态面控制的研究, 文献[10]针对神经网络自适应动态面控制的过渡过程振荡现象, 提出了一种新的神经网络学习率调整方法, 并将其应用到超机动 Herbst 飞行控制中, 取得了较好的效果。

本文将文献[7]提出的模糊自适应方法推广到控制增益矩阵存在不确定的严格反馈块控非线性系统, 并结合 DSC 提出了一种简化的鲁棒自适应模糊动态面控制方法。系统的不确定和外界干扰由 T-S 模糊系统在线逼近, 简化的自适应律使在线调整自适应参数仅为子系统个数, DSC 使控制律所含项不再随系统相对阶增加而增加, 降低了控制器的复杂性。最后基于 Lyapunov 方法以及小增益定理, 证明了闭环系统所有信号有界, 系

收稿日期:2007-08-08; 修订日期:2008-01-24

基金项目:国家自然科学基金(90405011)

通讯作者:周丽 E-mail: lkzhouli@163.com

统的跟踪误差指数收敛到有界紧集内。该方法具有控制律简单及自适应参数少的特点,便于工程实现。对某推力矢量战斗机的Herbst机动仿真结果表明此方法在降低反推控制器复杂性的同时仍具有较好的鲁棒性。

1 问题陈述

考虑如下形式严格反馈不确定非线性系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(\tilde{x}_i) + G_i(\tilde{x}_i)x_{i+1} + \Phi_i, \quad 1 \leq i \leq n-1 \\ \dot{x}_n &= f_n(\tilde{x}_n) + G_n(\tilde{x}_n)u + \Phi_n \\ y &= x_1 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $x = \tilde{x}_n = [x_1^T \ x_2^T \ \dots \ x_n^T]^T$ 为状态向量; $x_i \in \mathbb{R}^{\rho_i}$ ($i=1, 2, \dots, n$), $\rho_i > 0$, ρ_i 为第 i 个子系统的维数; $\tilde{x}_i = [x_1^T \ x_2^T \ \dots \ x_i^T]^T$; $u = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_{\rho_n}]^T \in \mathbb{R}^{\rho_n}$ 为系统的控制输入; $y \in \mathbb{R}^{\rho_1}$ 为系统的输出; f_i 和 G_i 为相应维数的已知向量或矩阵函数; Φ_i 为由参数不确定和未知外界干扰构成的复合干扰,可表示为

$$\left. \begin{aligned} \Phi_i &= \Delta f_i(\tilde{x}_i) + \Delta G_i(\tilde{x}_i)x_{i+1} + d_i \\ \Phi_n &= \Delta f_n(\tilde{x}_n) + \Delta G_n(\tilde{x}_n)u + d_n \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

本文的目标是设计鲁棒自适应模糊控制器,使系统输出能稳定跟踪给定的参考输入 $y_r(t)$, $t \geq 0$ 。

2 T-S 模糊系统及小增益定理

2.1 T-S 模糊系统

由模糊逻辑系统的万能逼近定理可知,对于任何定义在致密集 $\Omega \in \mathbb{R}^m$ ($m > 0$) 上的连续函数 f 及任意的 $\epsilon > 0$,一定存在模糊逻辑系统 $F(x) = \hat{f}(x, A)$,使得 $\sup_{x \in \Omega} |f(x) - F(x)| \leq \epsilon$ 。使用文献[6]中的T-S模糊系统来逼近系统式(1)中的复合干扰,则模糊逼近的输出可表示为

$$\hat{f}(x, A) = \zeta^T(x)Ax \quad (3)$$

式中: $\zeta(x) = [\zeta_1(x) \ \zeta_2(x) \ \dots \ \zeta_l(x)]^T$ 为模糊基函数, l 为模糊规则数; A 为未知常数矩阵。

2.2 小增益定理^[11-12]

定义 1 对系统 $\dot{x} = f(x, u)$, 如果函数 $V(x) \in C^1$ (C^1 表示函数存在一阶连续导函数) 满足如下条件:

(1) 存在 \mathcal{K}_∞ 类函数 q_1, q_2 使得

$$q_1(\|x\|) \leq V(x) \leq q_2(\|x\|), \quad \forall x \in \mathbb{R}^n \quad (4)$$

(2) 存在 \mathcal{K}_∞ 类函数 q_4 及常数 $c > 0, b \geq 0$, 使

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x, u) \leq -cV(x) + q_4(\|u\|) + b \quad (5)$$

成立,则称 $V(x)$ 为 exp-输入-状态实际稳定 (exp-Input-to-State practically Stable) Lyapunov 函数,简称 exp-ISpS Lyapunov 函数。

引理 1 考虑由如下形式的两个子系统构成的闭环反馈系统:

$$\Sigma_{s,w} : \begin{cases} \dot{\tilde{x}} = f(x, w) \\ \tilde{s} = H(x) \end{cases} \quad (6)$$

$$\Sigma_{w,s} : \begin{cases} \dot{y} = g(y, \tilde{s}) \\ w = K(y, \tilde{s}) \end{cases} \quad (7)$$

如果存在常数 $a_1, a_2 > 0$, 以及 \mathcal{KL} 类函数 l_1, l_2 和 \mathcal{X} 类函数 χ_1, χ_2 , 使得所有定义在 $[0, \infty)$ 的解 $X(x, w, t)$ 及 $Y(y, s, t)$ 对几乎所有的 $t \geq 0$, 满足如下条件

$$\|H(X(x, w, t))\| \leq l_1(\|x\|, t) + \chi_1(\|w\|_\infty) + a_1 \quad (8)$$

$$\|K(Y(y, s, t))\| \leq l_2(\|y\|, t) + \chi_2(\|\tilde{s}\|_\infty) + a_2 \quad (9)$$

若

$$\chi_1(\chi_2(\zeta)) < \zeta \text{ (或 } \chi_2(\chi_1(\zeta)) < \zeta), \quad \forall \zeta > 0 \quad (10)$$

成立,则由式(6)和式(7)构成的闭环系统是输入-状态实际稳定 (Input-to-State practically Stable, ISpS) 的。

3 控制器设计及稳定性分析

3.1 控制器设计

假设 1 控制增益矩阵 G_i 有界,即存在常数 $g_{i1} \geq g_{i0} > 0$, 使得 $g_{i0} \leq \|G_i\| \leq g_{i1}$ 。

假设 2 系统的外界干扰有界,即 $\|d_i\| \leq D(t)$, $D(t)$ 为 C^1 上的有界函数。

考虑式(2),由前述T-S模糊系统理论可知 Φ_i 可表示为 $\Phi_i = \zeta_i^T A_i^* \tilde{x}_i + \epsilon_i$, 其中: ϵ_i 为模糊系统的逼近误差, $\|\epsilon_i\| \leq \epsilon_i^*$, ϵ_i^* 为正常数; A_i^* 为理想权值矩阵, 设 \bar{A}_i 为 A_i^* 的初始值, 令 $A_i^y = A_i^* - \bar{A}_i$, 定义 $\tilde{A}_i = A_i^y - \hat{A}_i$ 为 A_i^y 的估计误差, \hat{A}_i 为其估计值, 通过对 \hat{A}_i 进行调整来调节模糊系统的输出。

控制器需要经过 n 步递推设计得到, 为了方便起见, 以下将 $f_i(\tilde{x}_i), G_i(\tilde{x}_i)$ 简记为 f_i, G_i 。

步骤 1 定义误差状态向量 $s_1 = y - y_r$, 对其按时间 t 求导得

$$\dot{s}_1 = f_1 + G_1 x_2 + \Phi_1 - \dot{y}_r \quad (11)$$

用 T-S 模糊系统在线逼近 Φ_1 , 则 Φ_1 可表示为

$$\Phi_1 = \zeta_1^T \mathbf{A}_1^* \hat{\mathbf{x}}_1 + \zeta_1^T \bar{\mathbf{A}}_1 \hat{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{e}_1 = c_1 \zeta_1^T \mathbf{A}_{1c} \hat{\mathbf{s}}_1 + \zeta_1^T \bar{\mathbf{A}}_1 \hat{\mathbf{s}}_1 + \mathbf{v}_1 \quad (12)$$

式中: $c_i = \|\mathbf{A}_i^*\|_F$; $\hat{\mathbf{s}}_i = [\hat{s}_1^T \ \hat{s}_2^T \ \cdots \ \hat{s}_i^T]^T$; 令 $\mathbf{A}_i^* = c_i \mathbf{A}_{ic}$, 则 $\|\mathbf{A}_{ic}\| \leq 1 (i=1, 2, \dots, n)$, $\|\cdot\|$ 表示向量或矩阵的 2 范数, $\|\cdot\|_F$ 表示矩阵的 Frobenius 范数; $\mathbf{v}_1 = \zeta_1^T \mathbf{A}_1^* \mathbf{y}_r + \mathbf{e}_1$, 令 $\theta_1 = \max\{\|\mathbf{A}_1^*\|, \|\mathbf{e}_1\|\}$ 得

$$\|\mathbf{v}_1\| \leq \theta_1 \psi_1 \quad (13)$$

式中: $\psi_1 = 1 + \|\zeta_1\| \cdot \|\mathbf{y}_r\|$, 将式(12)代入式(11)得

$$\dot{\hat{\mathbf{s}}}_1 = \mathbf{f}_1 + \mathbf{G}_1 \mathbf{x}_2 + c_1 \zeta_1^T \mathbf{A}_{1c} \hat{\mathbf{s}}_1 + \zeta_1^T \bar{\mathbf{A}}_1 \hat{\mathbf{s}}_1 + \mathbf{v}_1 - \dot{\mathbf{y}}_r \quad (14)$$

令虚拟控制律及参数自适应律为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{h}_1 &= \mathbf{G}_1^{-1} [-k_1 \hat{\mathbf{s}}_1 - \hat{\lambda}_1 \varphi_1 \hat{\mathbf{s}}_1 - \zeta_1^T \bar{\mathbf{A}}_1 \hat{\mathbf{s}}_1 - \mathbf{f}_1 + \dot{\mathbf{y}}_r] \\ \dot{\hat{\lambda}}_1 &= \bar{\omega}_1 [\varphi_1 \|\hat{\mathbf{s}}_1\|^2 - \sigma_1 (\hat{\lambda}_1 - \bar{\lambda}_1)] \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中: $k_i, \bar{\omega}_i, \sigma_i > 0$ 为常数; $\lambda_i = \max\{c_i^2, \theta_i^2\}$, $\hat{\lambda}_i$ 为其估计值, $\bar{\lambda}_i$ 为初始值; $\varphi_i = \|\zeta_i\|^2 / (4\gamma_i^2) + \psi_i^2 / (2\rho_i)$, $\gamma_i, \rho_i > 0$ 为常数, $i=1, 2, \dots, n$. 根据文献[8]提出的动态面控制方法, 将 \mathbf{h}_1 通过时间常数为 τ_1 的一阶低通滤波器

$$\tau_1 \dot{\mathbf{z}}_1 + \mathbf{z}_1 = \mathbf{h}_1, \quad \mathbf{z}_1(0) = \mathbf{h}_1(0) \quad (16)$$

得到 \mathbf{h}_1 的估计值 \mathbf{z}_1 .

步骤 i 定义误差状态向量 $\mathbf{s}_i = \mathbf{x}_i - \mathbf{z}_{i-1}$, $2 \leq i \leq n-1$, 对其按时间 t 求导得

$$\dot{\mathbf{s}}_i = \mathbf{f}_i + \mathbf{G}_i \mathbf{x}_{i+1} + \Phi_i - \dot{\mathbf{z}}_{i-1} \quad (17)$$

类似步骤 1, Φ_i 可表示为

$$\Phi_i = c_i \zeta_i^T \mathbf{A}_{ic} \hat{\mathbf{s}}_i + \zeta_i^T \bar{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{s}}_i + \mathbf{v}_i \quad (18)$$

式中: $\mathbf{v}_i = \zeta_i^T \mathbf{A}_i^* [\mathbf{y}_r^T \ \mathbf{z}_2^T \ \cdots \ \mathbf{z}_i^T]^T + \mathbf{e}_i$, 令 $\theta_i = \max\{\|\mathbf{A}_i^*\|, \|\mathbf{e}_i\|\}$, $\psi_i = 1 + \|\zeta_i\| \cdot \|\mathbf{y}_r^T \ \mathbf{z}_2^T \ \cdots \ \mathbf{z}_i^T\|$, 则

$$\|\mathbf{v}_i\| \leq \theta_i \psi_i \quad (19)$$

将式(18)代入式(17)得

$$\dot{\mathbf{s}}_i = \mathbf{f}_i + \mathbf{G}_i \mathbf{x}_{i+1} + c_i \zeta_i^T \mathbf{A}_{ic} \hat{\mathbf{s}}_i + \zeta_i^T \bar{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{s}}_i + \mathbf{v}_i - \dot{\mathbf{z}}_{i-1} \quad (20)$$

设计如下虚拟控制律及参数自适应律

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{h}_i &= \mathbf{G}_i^{-1} [-k_i \mathbf{s}_i - \hat{\lambda}_i \varphi_i \mathbf{s}_i - \zeta_i^T \bar{\mathbf{A}}_i \hat{\mathbf{s}}_i - \mathbf{f}_i + \\ &\quad \dot{\mathbf{z}}_{i-1} - \mathbf{G}_{i-1}^T \mathbf{s}_{i-1}] \\ \dot{\hat{\lambda}}_i &= \bar{\omega}_i [\varphi_i \|\mathbf{s}_i\|^2 - \sigma_i (\hat{\lambda}_i - \bar{\lambda}_i)] \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

类似于步骤 1, 将 \mathbf{h}_i 通过时间常数为 τ_i 的低通滤波器得到 \mathbf{h}_i 的估计值 \mathbf{z}_i .

步骤 n 定义误差状态向量 $\mathbf{s}_n = \mathbf{x}_n - \mathbf{z}_{n-1}$, 对其按时间 t 求导得

$$\dot{\mathbf{s}}_n = \mathbf{f}_n + \mathbf{G}_n \mathbf{u} + \Phi_n - \dot{\mathbf{z}}_{n-1} \quad (22)$$

Φ_n 由 T-S 模糊系统来逼近, 可表示为

$$\Phi_n = c_n \zeta_n^T \mathbf{A}_{nc} \hat{\mathbf{s}}_n + \zeta_n^T \bar{\mathbf{A}}_n \hat{\mathbf{s}}_n + \mathbf{v}_n \quad (23)$$

式中: $\mathbf{v}_n = \zeta_n^T \mathbf{A}_n^* [\mathbf{y}_r^T \ \mathbf{z}_2^T \ \cdots \ \mathbf{z}_n^T]^T + \mathbf{e}_n$, 令 $\theta_n = \max\{\|\mathbf{A}_n^*\|, \|\mathbf{e}_n\|\}$, $\psi_n = 1 + \|\zeta_n\| \cdot \|\mathbf{y}_r^T \ \mathbf{z}_2^T \ \cdots \ \mathbf{z}_n^T\|$, 则

$$\|\mathbf{v}_n\| \leq \theta_n \psi_n \quad (24)$$

将式(23)代入式(22)得

$$\dot{\mathbf{s}}_n = \mathbf{f}_n + \mathbf{G}_n \mathbf{u} + c_n \zeta_n^T \mathbf{A}_{nc} \hat{\mathbf{s}}_n + \zeta_n^T \bar{\mathbf{A}}_n \hat{\mathbf{s}}_n + \mathbf{v}_n - \dot{\mathbf{z}}_{n-1} \quad (25)$$

则闭环系统式(1)的控制输入可设计为

$$\mathbf{u} = \mathbf{G}_n^{-1} [-k_n \mathbf{s}_n - \hat{\lambda}_n \varphi_n \mathbf{s}_n - \zeta_n^T \bar{\mathbf{A}}_n \hat{\mathbf{s}}_n - \mathbf{f}_n + \dot{\mathbf{z}}_{n-1} - \mathbf{G}_{n-1}^T \mathbf{s}_{n-1}] \quad (26)$$

其中参数自适应律

$$\dot{\hat{\lambda}}_n = \bar{\omega}_n [\varphi_n \|\mathbf{s}_n\|^2 - \sigma_n (\hat{\lambda}_n - \bar{\lambda}_n)] \quad (27)$$

注 1 当 \mathbf{G}_i 不是方阵时其逆矩阵不存在, 文中 \mathbf{G}_i^{-1} 表示矩阵的最小二乘广义逆。

注 2 由上述设计过程来看, 动态面控制降低了控制器复杂性且简化的自适应律使得无论系统状态向量的维数及模糊系统的规则数为多少, 自适应参数都为子系统的个数, 极大减轻了系统的计算量。

3.2 控制器稳定性分析

定义系统式(1)的第 i 个子系统的边界层误差

$$\mathbf{b}_i = \mathbf{G}_i (\mathbf{z}_i - \mathbf{h}_i), \quad 1 \leq i \leq n-1 \quad (28)$$

由式(28)及 $\mathbf{s}_2 = \mathbf{x}_2 - \mathbf{z}_1$, 可得 $\mathbf{x}_2 = \mathbf{s}_2 + \mathbf{h}_1 + \mathbf{G}_1^{-1} \mathbf{b}_1$ 将其代入式(14)可得式(29)中 $\dot{\mathbf{s}}_1$ 的表达式, 同理可得 $\dot{\mathbf{s}}_i$ 及 $\dot{\mathbf{s}}_n$ 的表达式。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{s}}_1 &= -k_1 \mathbf{s}_1 + \mathbf{G}_1 \mathbf{s}_2 - \hat{\lambda}_1 \varphi_1 \mathbf{s}_1 + c_1 \zeta_1^T \mathbf{w}_1 + \mathbf{v}_1 + \mathbf{b}_1 \\ \dot{\mathbf{s}}_i &= -k_i \mathbf{s}_i + \mathbf{G}_i \mathbf{s}_{i+1} - \hat{\lambda}_i \varphi_i \mathbf{s}_i + c_i \zeta_i^T \mathbf{w}_i + \mathbf{v}_i - \\ &\quad \mathbf{G}_{i-1}^T \mathbf{s}_{i-1} + \mathbf{b}_i, \quad 2 \leq i \leq n-1 \\ \dot{\mathbf{s}}_n &= -k_n \mathbf{s}_n - \hat{\lambda}_n \varphi_n \mathbf{s}_n + c_n \zeta_n^T \mathbf{w}_n + \mathbf{v}_n - \mathbf{G}_{n-1}^T \mathbf{s}_{n-1} \\ \tilde{\mathbf{s}} &= \mathbf{H}(\mathbf{s}) = \mathbf{s} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

式(29)即引理 1 中子系统 $\Sigma_{i,w}$ 形式, 其中: $\mathbf{s} =$

$[s_1^T \ s_2^T \ \dots \ s_n^T]^T; \mathbf{w} = [w_1^T \ w_2^T \ \dots \ w_n^T]^T$ 。
令 $w_i = \mathbf{A}_{ic} \vec{s}_i$, 则式(29)的反馈方程 $\Sigma_{w, \vec{s}}$ 可写成

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{1c} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_{2c1} & \mathbf{A}_{2c2} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{A}_{nc1} & \mathbf{A}_{nc2} & \dots & \mathbf{A}_{ncn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_n \end{bmatrix} \quad (30)$$

定理 1 对于由式(29)和式(30)构成的闭环反馈系统, 若系统的 Lyapunov 函数满足 $\dot{V} \leq -\mu V + \gamma^2 \|\mathbf{w}\|^2 + \phi$, 则当 $\gamma\gamma' < 1$ 时系统状态有界。其中 γ' 为反馈系统的增益函数。

证明 因 V 是包含原点的连续正定函数, 由文献[14]中引理 4.3 知, 存在 \mathcal{K}_∞ 类函数 q_1 和 q_2 使得 $q_1(\|\mathbf{x}\|) \leq V \leq q_2(\|\mathbf{x}\|)$, 其中 \mathbf{x} 为系统的状态向量, 则

$$\dot{V} \leq -\mu q_1(\|\mathbf{x}\|) + \gamma^2 \|\mathbf{w}\|^2 + \phi \quad (31)$$

根据定义 1 及文献[11]中引理 1 知存在 \mathcal{K}_∞ 类函数 $q_1(\zeta) = \zeta^2, q_4(\zeta) = \gamma^2 \zeta^2$ 使子系统式(30)是 ISpS 的, 其增益函数可表示为^[7] $\chi_1(\zeta) = q_1^{-1} \circ q_2 \circ q_1^{-1} \circ q_4$ (“ \circ ”为复合操作符号)。由 $\|\mathbf{w}\| \leq \gamma' \|\mathbf{s}\|$ 可知系统式(31)的增益函数为 $\chi_2(\zeta) = \gamma' \zeta$ 。根据引理 1, 当 $\chi_1(\chi_2(\zeta)) < \zeta$ 时, 即 $q_1^{-1} \circ q_2 \circ q_1^{-1} \circ q_4(\chi_2(\zeta)) < \zeta$, 由式(30)和式(31)构成的闭环系统是 ISpS 的。

由于 $q_2 \circ q_1^{-1} \circ q_4(\chi_2(\zeta)) < q_1(\zeta)$, 因此有 $q_4(\chi_2(\zeta)) < q_1(\zeta)$, 由于 $\chi_2(\zeta) = \gamma' \zeta, q_1(\zeta) = \zeta^2$, 可得 $\gamma^2 (\gamma')^2 \zeta^2 < \zeta^2$, 因此当 $\gamma\gamma' < 1$ 时满足小增益定理成立的条件, 可以证明闭环系统式(30)和式(31)是 ISpS 的。根据定义 1 可知系统状态在 $[0, \infty)$ 上有界, 即存在一个 \mathcal{KL} 类函数 l 和常数 φ 满足

$$\|\mathbf{x}\| \leq l(\|\mathbf{x}(0)\|, t) + \varphi \quad (32)$$

定理 1 得证。

由式(30)可知, $\|\mathbf{w}\|^2 = \|\mathbf{A}_{1c} \vec{s}_1\|^2 + \dots + \|\mathbf{A}_{nc} \vec{s}_n\|^2$, 并由 $\|\mathbf{A}_{ic}\| \leq 1$ 得 $\|\mathbf{w}\| \leq \sqrt{n} \|\mathbf{s}\|$, 所以子系统式(30)的增益函数 $\gamma' = \sqrt{n}$ 。

定理 2 考虑闭环系统式(1), 给定已知有界输入参考信号 y_r 以及初始紧集

$$\Omega_0 = \left\{ \sum_{i=1}^n s_i^T s_i + \sum_{i=1}^n \tilde{\omega}_i^{-1} \tilde{\lambda}_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \bar{\mathbf{b}}_i^T \bar{\mathbf{b}}_i \right\} \leq 2p$$

采用控制输入式(26)、虚拟控制律和参数自适应律式(15)、式(21)和式(27), 选择适当的控制器参数 $k_i, \sigma_i, \tilde{\omega}_i$, 滤波常数 τ_i 以及参数 $\gamma = [\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \dots + \gamma_n^2]^{1/2} < 1/\sqrt{n}$, 可以保证: 闭环系统所有

信号有界; 系统的跟踪误差指数收敛到有界紧集内。

证明 定义系统式(1)的 Lyapunov 函数

$$V = \left[\sum_{i=1}^n s_i^T s_i + \sum_{i=1}^n \tilde{\omega}_i^{-1} \tilde{\lambda}_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \bar{\mathbf{b}}_i^T \bar{\mathbf{b}}_i \right] / 2 \quad (33)$$

式中: $\tilde{\lambda}_i = \lambda_i - \hat{\lambda}_i$ 为 λ_i 的估计误差; $\bar{\mathbf{b}}_i = \mathbf{G}_i^{-1} \mathbf{b}_i$, 对其求导得 $\dot{\bar{\mathbf{b}}}_i = -\bar{\mathbf{b}}_i / \tau_i - \mathbf{B}_i$, 其中 $\mathbf{B}_i = \sum_{j=1}^i (\partial \mathbf{h}_j / \partial \mathbf{x}_j^T) \dot{\mathbf{x}}_j + (\partial \mathbf{h}_j / \partial \mathbf{z}_{i-1}^T) \dot{\mathbf{z}}_{i-1} + (\partial \mathbf{h}_j / \partial \hat{\lambda}_i) \dot{\hat{\lambda}}_i$ 。对 V 按时间 t 求导, 将式(29)及参数自适应律代入式(33)得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \sum_{i=1}^n [-k_i \|s_i\|^2 - \tilde{\lambda}_i \varphi_i \|s_i\|^2 + c_i s_i^T \zeta_i^T w_i + s_i^T v_i] + \\ & \sum_{i=1}^{n-1} s_i^T \bar{\mathbf{b}}_i - \sum_{i=1}^n [\tilde{\lambda}_i \varphi_i \|s_i\|^2 - \sigma_i \tilde{\lambda}_i (\lambda_i - \bar{\lambda}_i)] + \\ & \sum_{i=1}^{n-1} [-\|\bar{\mathbf{b}}_i\|^2 / \tau_i - \bar{\mathbf{b}}_i^T \mathbf{B}_i] \end{aligned} \quad (34)$$

由不等式 $2\mathbf{x}^T \mathbf{y} \leq \mathbf{x}^T \mathbf{x} / v^2 + v^2 \mathbf{y}^T \mathbf{y}, \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbf{R}^n, v > 0$ 知 $c_i s_i^T \zeta_i^T \mathbf{A}_{ic} \vec{s}_i \leq c_i^2 s_i^T s_i / (4\gamma_i^2) + \gamma_i^2 \cdot \|\mathbf{w}_i\|^2$ 。由不等式 $s_i^T v_i \leq \|s_i\|^2 \theta_i^2 \varphi_i^2 / (2\rho_i) + \rho_i / 2$ 得 $c_i s_i^T \zeta_i^T \mathbf{A}_{ic} \vec{s}_i + s_i^T v_i \leq \lambda_i \varphi_i \|s_i\|^2 + \gamma_i^2 \|\mathbf{w}_i\|^2 + \rho_i / 2$, 则

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \sum_{i=1}^n [-k_i \|s_i\|^2 + \gamma_i^2 \|\mathbf{w}_i\|^2 + \rho_i / 2] + \\ & \sum_{i=1}^{n-1} s_i^T \bar{\mathbf{b}}_i + \sum_{i=1}^{n-1} [-\|\bar{\mathbf{b}}_i\|^2 / \tau_i - \bar{\mathbf{b}}_i^T \mathbf{B}_i] + \\ & \sum_{i=1}^n \sigma_i \tilde{\lambda}_i (\lambda_i - \bar{\lambda}_i) \end{aligned} \quad (35)$$

将不等式 $\tilde{\lambda}_i (\lambda_i - \bar{\lambda}_i) \leq [-\tilde{\lambda}_i^2 + (\lambda_i - \bar{\lambda}_i)^2] / 2, s_i^T \bar{\mathbf{b}}_i \leq \|s_i\|^2 + \|\bar{\mathbf{b}}_i\|^2 / 4, \bar{\mathbf{b}}_i^T \mathbf{B}_i \leq \|\bar{\mathbf{b}}_i\|^2 \|\mathbf{B}_i\|^2 / (2\eta_i) + \eta_i / 2, \eta_i > 0$ 代入式(35)得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & - \sum_{i=1}^n [k_i^* \|s_i\|^2 + \sigma_i \tilde{\lambda}_i^2 / 2] + \\ & \sum_{i=1}^n \gamma_i^2 \|\mathbf{w}_i\|^2 + \phi - \sum_{i=1}^{n-1} [1/\tau_i - g_{i1}^2 / 4] \|\bar{\mathbf{b}}_i\|^2 + \\ & \sum_{i=1}^{n-1} \|\mathbf{B}_i\|^2 \|\bar{\mathbf{b}}_i\|^2 / (2\eta_i) \end{aligned} \quad (36)$$

式中: $\phi = \sum_{i=1}^{n-1} \eta_i / 2 + \sum_{i=1}^n [\rho_i + \sigma_i (\lambda_i - \bar{\lambda}_i)^2] / 2, k_i^* = k_i - 1$ 。由文献[13]中的引理 4.3 知存在 \mathcal{K}_∞ 类函数 κ_{i1} 和 κ_{i2} , 使得 $\kappa_{i1}(\|\mathbf{X}_i\|) \leq \|\mathbf{B}_i\|^2 \leq \kappa_{i2} \|\mathbf{X}_i\|$, 其中 $\mathbf{X}_i = [\hat{\mathbf{x}}_i^T \ s_{i-1}^T \ s_i^T]^T$, 因此

$$\dot{V} \leq - \sum_{i=1}^n [k_i^* \|s_i\|^2 + \sigma_i \tilde{\omega}_i^{-1} \tilde{\lambda}_i^2 / 2] + \gamma^2 \|\mathbf{w}\|^2 -$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} [1/\tau_i - g_{i1}^2/4 - \kappa_{i1}/(2\eta_i)] \|\bar{\mathbf{b}}_i\|^2 + \phi + \sum_{i=1}^{n-1} [(\|\mathbf{B}_i\|^2 - \kappa_{i2}) \|\bar{\mathbf{b}}_i\|^2 / (2\eta_i)] \quad (37)$$

令 $\eta_i = \kappa_{i2} / (2/\tau_{i+1} - g_{i1}^2/2 - 2\mu)$, $\mu = \min\{k_i^*, \sigma_i \bar{\omega}_i / 2\}$, 则式(37)可化简为

$$\dot{V} \leq -\mu V + \gamma^2 \|\mathbf{w}\|^2 + \phi \quad (38)$$

由定理 1 可知当 $\gamma < 1/\sqrt{n}$ 时, 系统状态在 $[0, \infty)$ 上有界, 即存在 \mathcal{KL} 类函数 β 和常数 φ 满足

$$\|[\mathbf{s}^T(t), \hat{\boldsymbol{\lambda}}^T(t), \bar{\mathbf{b}}^T(t)]\| \leq \beta(\|[\mathbf{s}^T(0), \hat{\boldsymbol{\lambda}}^T(0), \bar{\mathbf{b}}^T(0)]\|, t) + \varphi \quad (39)$$

式中: $\hat{\boldsymbol{\lambda}} = [\hat{\lambda}_1 \ \hat{\lambda}_2 \ \dots \ \hat{\lambda}_n]^T$. 由式(39)知, 存在有界正常数 H_i , 使 $\|\mathbf{B}_i\| \leq H_i$.

当 $\gamma < 1/\sqrt{n}$ 时, 式(38)可以写成

$$\dot{V} \leq -\sum_{i=1}^n [k_i \|\mathbf{s}_i\|^2 + \sigma_i \bar{\omega}_i \bar{\omega}_i^{-1} \hat{\lambda}_i^2 / 2] + \phi - \sum_{i=1}^{n-1} [1/\tau_i - g_{i1}^2/4 - H_i^2/(2\eta_i)] \|\bar{\mathbf{b}}_i\|^2 \quad (40)$$

令 $\eta'_i = H_i / (2/\tau_i - g_{i1}^2/2 - 2\mu')$, $\mu' = \min\{k_i, \sigma_i \bar{\omega}_i / 2\}$, 则式(40)可写

$$\dot{V} \leq -2\mu' V + \phi \quad (41)$$

由式(39)知 $\mathbf{s}_i, \bar{\mathbf{b}}_i, \hat{\boldsymbol{\lambda}}_i$ 有界, 且由 $\mathbf{s}_1 = \mathbf{x}_1 - \mathbf{y}_r$ 知 \mathbf{x}_1 有界, 从而由式(15)知 \mathbf{h}_1 有界, 由 $\mathbf{x}_2 = \mathbf{s}_2 + \mathbf{G}_1^{-1} \mathbf{b}_1 + \mathbf{h}_1$ 知 \mathbf{x}_2 有界. 以此类推, $\mathbf{x}_i (3 \leq i \leq n)$ 有界. 因此闭环系统式(1)的状态有界. 对式(41)两边从 $[0, t]$ 积分可得

$$V \leq [V(0) - \phi/2\mu'] e^{-2\mu' t} + \phi/2\mu' \quad (42)$$

由式(33)可知 $\|\mathbf{s}_1\| \leq \sqrt{2V}, |\tilde{\lambda}_i| \leq \sqrt{2\bar{\omega}_i V}$, 则由式(42)得

$$\|\mathbf{s}_1\| \leq \sqrt{[2p - \phi/\mu'] e^{-2\mu' t} + \phi/\mu'} \quad (43)$$

$$|\tilde{\lambda}_i| \leq \sqrt{\bar{\omega}_i [(2p - \phi/\mu') e^{-2\mu' t} + \phi/\mu']} \quad (44)$$

即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{s}_1\| = \sqrt{\phi/\mu'}, \lim_{t \rightarrow \infty} |\tilde{\lambda}_i| = \sqrt{\bar{\omega}_i \phi/\mu'}$, 系统的跟踪误差 \mathbf{s}_1 以及权值估计误差 $\tilde{\lambda}_i$ 收敛于有界紧集内, 定理 2 得证.

由式(43)和式(44)可知, 通过调整参数 $k_i, \sigma_i, \bar{\omega}_i$ 可以调整收敛域的大小.

4 Herbst 机动仿真

以新型推力矢量战斗机为研究对象^[14], 设计了超机动飞行控制系统, 进行了 Herbst 机动仿真, 并与文献[14]中的基于径向基函数神经网络 (Radius Basis Function Neural Network, RBFNN) 的反推法进行了比较. 该战斗机的姿态动力学 6 自由度非线性方程描述如下:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\Omega}} &= \mathbf{f}_s(\bar{\mathbf{x}}_s) + \mathbf{g}_{s1}(\bar{\mathbf{x}}_s) \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\Phi}_1 \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} &= \mathbf{f}_f(\bar{\mathbf{x}}_f) + \mathbf{g}_f(\bar{\mathbf{x}}_f) \mathbf{u} + \boldsymbol{\Phi}_2 \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

式中: $\boldsymbol{\Omega} = [\alpha \ \beta \ \mu]^T$ 为姿态角向量; $\boldsymbol{\omega} = [p \ q \ r]^T$ 为姿态角速度向量; $\bar{\mathbf{x}}_s = [v \ \gamma \ \alpha \ \beta \ \mu]^T$; $\bar{\mathbf{x}}_f = [T \ v \ \gamma \ \alpha \ \mu \ p \ q \ r]^T$; $\mathbf{u} = [\delta_a \ \delta_c \ \delta_r \ \delta_y \ \delta_z]^T$ 分别为副翼、鸭翼、方向舵、侧向及法向推力矢量的偏转. $\mathbf{f}_s, \mathbf{g}_{s1}, \mathbf{f}_f, \mathbf{g}_f$ 为标称系统的非线性向量或矩阵函数, 其具体含义见文献[14]; $\boldsymbol{\Phi}_1 = \Delta \mathbf{f}_s + \mathbf{g}_{s2} \mathbf{u} + \mathbf{d}_1, \boldsymbol{\Phi}_2 = \Delta \mathbf{f}_f + \Delta \mathbf{g}_f \mathbf{u} + \mathbf{d}_2$ 为气动参数摄动引起的不确定及外界干扰; 舵面融合方案采用舵面联动法. 这样式(45)可转化为闭环系统式(1)形式. 控制目标是使姿态角 $\boldsymbol{\Omega}$ 稳定跟踪期望的制导指令 $\boldsymbol{\Omega}_c$. 飞行控制系统结构如图 2 所示. 其中外环控制器为姿态角控制器, 其输出 $\boldsymbol{\omega}_d$ 经滤波后得到内环控制器 (姿态角速度控制器) 的期望输入.

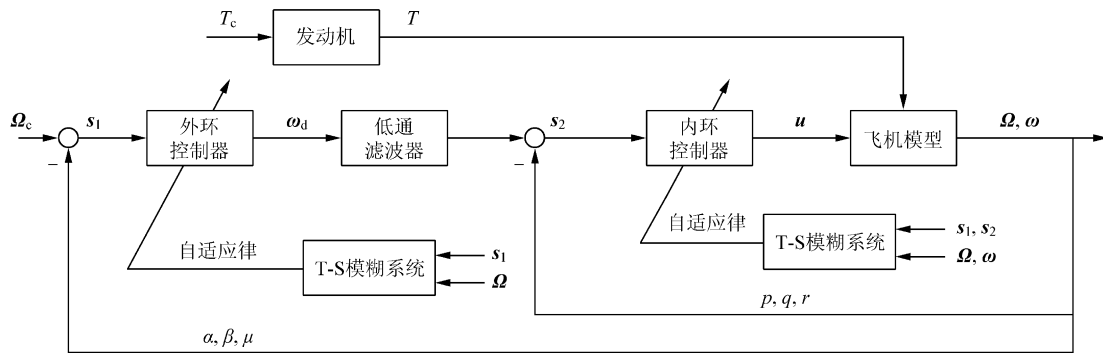


图 1 基于 T-S 模糊系统的鲁棒自适应反推飞控系统结构

Fig. 1 Principle of robust and adaptive backstepping flight control system based on T-S fuzzy systems

Herbst 机动目标是在短时间内完成 180° 航向改变,控制指令如图 2~图 4 中点划线所示。仿真的初始条件为:发动机初始推力为 125 kN, $h=1\ 000\text{ m}$, $v=100\text{ m/s}$ 。控制器参数为: $k_1=k_2=3$,滤波常数 $\tau_2=0.05$ 。模糊系统参数如下: $\bar{\omega}_1=\bar{\omega}_2=10$, $\rho_1=\rho_2=0.5$, $\gamma_1=0.2$, $\gamma_2=0.5$, $\bar{\lambda}_1=\bar{\lambda}_2=1$, $\sigma_1=\sigma_2=0.1$ 。 $\mathbf{x}=[\boldsymbol{\Omega}^T \quad \boldsymbol{\omega}^T]^T$ 的每个变量定义为 5 个模糊集,记为 $A_{h_j}^1(\text{NL})$, $A_{h_j}^2(\text{NM})$, $A_{h_j}^3(\text{ZE})$, $A_{h_j}^4(\text{PM})$, $A_{h_j}^5(\text{PL})$,其对应的隶属函数分别为: $\mu_{h_j}^i(x_j)=\exp[-(x_j+0.1(4-i)^2)]$ 。假设飞行中力矩及升力系数减少 50%,阻力和侧力系数增加 50%,同时在 3 个通道分别加入 $10\sin t$, $8\sin t$, $10\sin t\text{ kN}\cdot\text{m}$ 的干扰力矩。

图 2~图 5 给出了部分机动仿真结果,图 2~图 4 为姿态角的跟踪曲线,其中: α_c 为指令信号; α_1 为使用基于 RBFNN 的反推法的仿真曲线; α_2 为本文的仿真曲线,其余类似。可以看出 α_2 和 μ_2 能迅速跟踪指令信号, β_2 的最大误差小于 2° 。说明本文提出的方法在简化的控制律和自适应律下仍具有良好的控制性能。

图 5 为本文的舵面偏转仿真曲线,由图可看出各个舵面均在限幅之内较平缓变化。

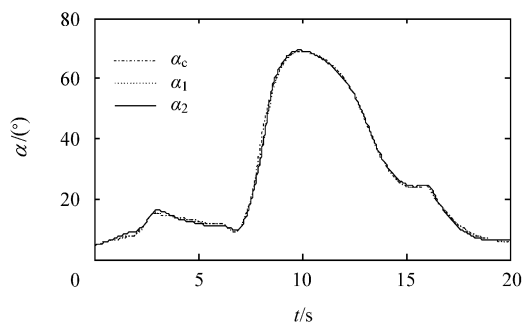


图 2 迎角 α 仿真结果

Fig. 2 Response of attack angle α

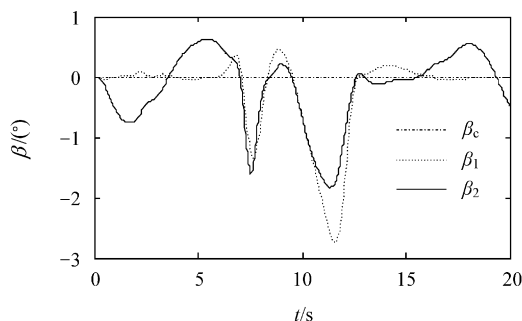


图 3 侧滑角 β 仿真结果

Fig. 3 Response of sideslip angle β

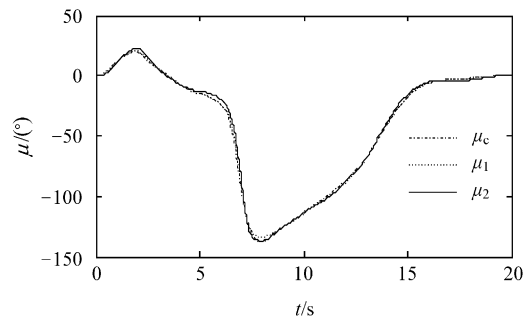
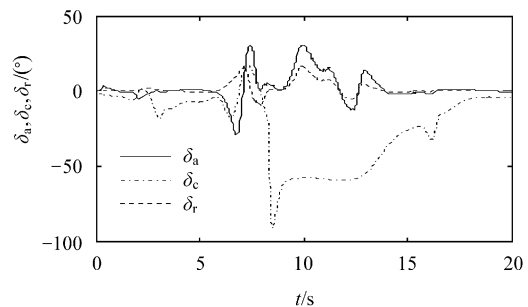
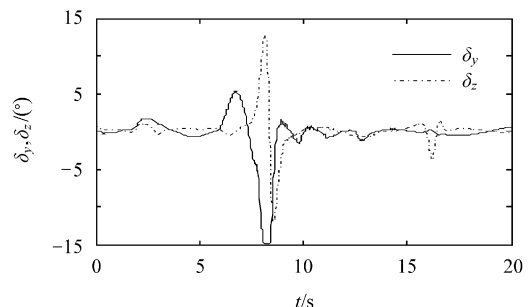


图 4 滚转角 μ 仿真结果

Fig. 4 Response of rolling angle μ



(a) 气动舵面偏转



(b) 推力矢量舵面偏转

图 5 舵面偏转仿真结果

Fig. 5 Responses of control surfaces

注 3 对于本文的战斗机模型,当 $\beta=\pm 90^\circ$ 时矩阵 \mathbf{g}_{s1} 不可逆,为了保证控制系统的稳定性,根据文献[15]中提出的方法,在控制器设计时用 $\mathbf{g}_{s1}[\delta\mathbf{I}+\mathbf{g}_{s1}\mathbf{g}_{s1}^T]^{-1}$ 代替 \mathbf{g}_{s1}^{-1} ,这样可以保证 \mathbf{g}_{s1} 可逆,其中: δ 为小的正常数; \mathbf{I} 为相应的维数的单位阵。

5 结 论

本文研究了不确定严格反馈块非线性系统的一种简化的鲁棒自适应模糊控制方法。不确定性及外界干扰由 T-S 模糊系统在线逼近,使系统具有最少的自适应参数,并且动态面控制降低了控制律的复杂性。利用 Lyapunov 方法及小增益定理证明了闭环系统所有信号有界,系统的跟踪误

差指数收敛到有界紧集内。对某推力矢量飞机的超机动 Herbst 仿真结果表明该方法在简化的控制律及自适应律下仍具有较好的鲁棒性。

参 考 文 献

- [1] Lian B, Bang H, Hurtado J E. Adaptive backstepping control based autopilot design for reentry vehicle [R]. AIAA-2004-5328, 2004.
- [2] Liu J K, Sun F C. Nominal mode-based sliding mode control with backstepping for 3-axis flight table [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2006, 19 (1): 66-71.
- [3] Li G, Khajepour A. Robust control of a hydraulically driven flexible arm using backstepping technique [J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 280 (3/5): 759-775.
- [4] Li Y H, Qiang S, Zhuang X Y, et al. Robust and adaptive backstepping control for nonlinear systems using RBF neural networks [J]. IEEE Trans Neural Networks, 2004, 15 (3): 693-701.
- [5] Hwang J P, Kim E. Robust tracking control of an electrically driven robot: adaptive fuzzy logic approach [J]. IEEE Trans Fuzzy Syst, 2006, 14 (2): 232-247.
- [6] Yang Y S, Feng G, Ren J. A combined backstepping and small-gain approach to robust adaptive fuzzy control for strict-feedback nonlinear systems [J]. IEEE Trans Syst, Man, Cybern Pt A Syst Humans, 2004, 34 (3): 406-420.
- [7] Yang Y S, Zhou C G. Adaptive fuzzy H_∞ stabilization for strict-feedback canonical nonlinear systems via backstepping and small-gain approach [J]. IEEE Trans Fuzzy Syst, 2005, 13 (1): 104-114.
- [8] Swaroop D, Hedrick J K, Yip P P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems [J]. IEEE Trans Autom Control, 2000, 45 (10): 1893-1899.
- [9] Wang D, Huang J. Neural network-based adaptive dynamic surface control for a class of uncertain nonlinear systems in strict-feedback form [J]. IEEE Trans Neural Networks, 2005, 16 (1): 195-202.
- [10] 周丽, 姜长生. 超机动飞行的鲁棒自适应神经网络动态面控制 [J]. 应用科学学报, 2007, 25 (6): 632-638.
Zhou Li, Jiang Changsheng. Robust adaptive control of neural dynamic surface for supermaneuverable flight [J]. Journal of Applied Sciences, 2007, 25 (6): 632-638.
- [11] Yang Y S. Direct robust adaptive fuzzy control (DRAFC) for uncertain nonlinear systems using small gain theorem [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 151 (1): 79-97.
- [12] Jiang Z P, Mareels I. A small gain control method for nonlinear cascade systems with dynamic uncertainties [J]. IEEE Trans Autom Control, 1997, 42 (3): 292-308.
- [13] Khalil H K. Nonlinear systems[M]. 3rd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2005.
- [14] 周丽, 姜长生, 文杰. 超机动飞行的非线性鲁棒自适应控制系统研究 [J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30 (4): 710-714.
Zhou Li, Jiang Changsheng, Wen Jie. Research on robust and adaptive nonlinear control system of supermaneuverable flight [J]. Systems Engineering and Electronics, 2008, 30 (4): 710-714.
- [15] Labiod S, Boucherit M S, Guerra T M. Adaptive fuzzy control of a class of MIMO nonlinear systems [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 151 (1): 59-77.

作者简介:

周丽(1976—) 女, 博士研究生。主要研究方向: 非线性鲁棒自适应控制。

Tel: 025-84893084

E-mail: lkzhouli@163.com

姜长生(1942—) 男, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 智能控制、非线性鲁棒控制和综合火飞控制等。

Tel: 025-84893084

E-mail: Jianges@nuaa.edu.cn

(责任编辑: 张利平, 孔琪颖)