

文章编号:1000-6893(2007)04-0948-05

非线性椭球集员滤波及其在故障诊断中的应用

柴 伟, 孙先仿

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100083)

Nonlinear Set Membership Filtering Using Ellipsoids and Its Application in Fault Diagnosis

CHAI Wei, SUN Xianfang

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

摘 要: 针对带有未知但有界噪声的非线性系统, 提出一种椭球集员滤波算法, 并将其应用于保证故障检测与隔离。对非线性状态方程和量测方程进行泰勒展开之后, 通过区间分析的方法给出线性化余项存在区域的盒子外界描述。假设过程和量测噪声由盒子限界, 在算法的时间更新和量测更新过程中, 分别计算包含椭球与线段的向量和及椭球与带的交的次最小容积椭球。在椭球集员滤波算法的基础之上, 给出传感器故障检测与隔离的方法。由于集员滤波是保证状态估计, 因而基于集员滤波算法的故障检测与隔离方法也具有保证性, 即如果发出故障警报, 则一定有故障发生。一个二维非线性系统的例子说明了该方法的有效性。

关键词: 状态估计; 集员; 椭球; 区间分析; 故障检测与隔离; 非线性系统

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Abstract: A set membership filtering algorithm using ellipsoidal sets for nonlinear systems with unknown but bounded noises is proposed and applied to guaranteed fault detection and isolation (FDI). After the nonlinear state and observation equations are expanded in a Taylor series, a tight box outerbounding the region in which the linearization remainder potentially lies is found using interval analysis. Assuming that boxes are employed to bound the process and observation noises, the time and observation updates in the algorithm require computing a subminimal-volume ellipsoid containing the vector sum of an ellipsoid and segments and the intersection of an ellipsoid and strips respectively. Based on the filtering algorithm, sensor FDI approaches are developed. Since the set membership filtering is a guaranteed state estimation, the FDI approaches are guaranteed FDI approaches, which means that if a fault is detected, there is truly a fault in the system. The proposed approaches are applied to a two-state nonlinear system to gain insight into their inner-workings.

Key words: state estimation; set membership; ellipsoid; interval analysis; fault detection and isolation; nonlinear system

经典的状态估计方法一般都是假定系统噪声为随机噪声且满足某一概率分布, 例如卡尔曼滤波(KF)和扩展卡尔曼滤波(EKF)。卡尔曼滤波是针对线性系统而提出的, 在零均、高斯白噪声的假设条件下, 它可以给出系统状态的线性最小方差无偏估计。对非线性系统, 相应的就是扩展卡尔曼滤波。其他的非线性滤波方法, 例如迭代滤波、无迹滤波(UKF)等, 实质上是扩展卡尔曼滤波的改进形式。尽管基于随机噪声假设的滤波方法取得了广泛的应用, 但是仍然存在一些问题。例如, 实际噪声的统计特性往往难以得到, 这直接影响了估计的效果; 还有, 系统状态的不

确定性是由置信区间来描述的, 而置信区间不是硬界(hard bounds)描述。以上问题说明基于随机噪声假设的滤波方法不能用于保证故障检测与隔离。

解决以上问题的一种方法, 就是采用集员滤波(SMF)。集员滤波是在未知但有界(unknown but bounded)噪声假设条件下的滤波方法。集员滤波算法所完成的工作就是在状态空间中找到一个与量测数据和已知噪声界相容的成员集。目前集员滤波的最大局限性就是大多数集员滤波算法都是针对线性系统而设计的。虽然已经有一些非线性集员滤波算法^[1-2]被报道, 但文献[3]指出这些算法的一个主要问题就是不易在线运算。为了满足在线运算的需要, 文献[3]提出一种针对在线应用的非线性集员滤波算法。本文在其基础之

收稿日期:2006-06-02; 修订日期:2007-04-09

基金项目:国家自然科学基金(60234010, 60674030); 北京市自然科学基金(4032014)

通讯作者:柴 伟 E-mail: chaiwei@asee.buaa.edu.cn

上,给出了一种计算有效性更好的非线性集员滤波算法并将其应用于保证故障检测与隔离。

1 问题描述

给定非线性离散时间系统模型

$$x_k = f(x_{k-1}) + w_{k-1} \quad (1)$$

$$y_k = h(x_k) + b_k + v_k \quad (2)$$

式中: $x_k \in \mathbb{R}^n$ 和 $y_k \in \mathbb{R}^m$ 分别为系统状态和量测向量; $w_{k-1} \in \mathbb{R}^n$ 和 $v_k \in \mathbb{R}^m$ 分别为未知的过程和量测噪声向量; $b_k \in \mathbb{R}^m$ 为未知的传感器故障向量; $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 和 $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ 为已知的二次可微函数。假设过程和量测噪声未知但有界,分别属于已知盒子

$$W_{k-1} = \{w_{k-1} : |w_{i,k-1}| \leq \bar{w}_{i,k-1}, i = 1, \dots, n\} \quad (3)$$

$$V_k = \{v_k : |v_{i,k}| \leq \bar{v}_{i,k}, i = 1, \dots, m\} \quad (4)$$

式中: $\bar{w}_{i,k-1}$ 和 $\bar{v}_{i,k}$ 分别为向量 w_{k-1} 和 v_k 的第 i 个分量; $\bar{w}_{i,k-1} > 0, \bar{v}_{i,k} > 0$ 。已知系统初始状态 x_0 属于椭球集合

$$E_0 = \{x_0 : [x_0 - \hat{x}_0]^T P_0^{-1} (x_0 - \hat{x}_0) \leq 1\} \quad (5)$$

式中: $\hat{x}_0 \in \mathbb{R}^n$ 为椭球中心; $P_0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为描述椭球形状和方向的正定矩阵。

首先给出集员滤波算法,即假设 $b_k = 0$, 根据系统方程式(1)和量测方程式(2), 椭球 E_0 、集合 W_{k-1} 和 V_k 以及量测量 $y_k (k = 1, 2, \dots, N)$ 给出包含系统状态可行集的椭球 E_N 。然后,给出基于此集员滤波算法的传感器故障检测与隔离方法,即假设 $b_k \neq 0$, 根据以上条件对传感器故障进行检测与隔离。

2 非线性系统的椭球集员滤波算法

假设 $b_k = 0$, 状态 x_{k-1} 的可行集的外界描述为椭球

$$E_{k-1} = \{x_{k-1} : [x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}]^T P_{k-1}^{-1} (x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) \leq 1\} \quad (6)$$

式中: $\hat{x}_{k-1} \in \mathbb{R}^n$ 为椭球中心; $P_{k-1} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为正定矩阵。

(1) 时间更新

对式(1)在点 \hat{x}_{k-1} 处进行泰勒展开得

$$x_k = f(\hat{x}_{k-1}) + x f(\hat{x}_{k-1}) (x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) + w_{k-1} \quad (7)$$

式中: x 为梯度算子; $w_{k-1} \in \mathbb{R}^n$ 为线性化余项。定

义向量

$$\bar{x}_{k-1} = f(\hat{x}_{k-1}) + x f(\hat{x}_{k-1}) (x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) \quad (8)$$

和向量 $\bar{w}_{k-1} = w_{k-1} + w_{k-1}$, 得

$$x_k = \bar{x}_{k-1} + \bar{w}_{k-1} \quad (9)$$

要得到包含状态 x_k 的时间更新椭球 $E_{k|k-1}$, 应首先在 $x_{k-1} \in E_{k-1}$ 和 $w_{k-1} \in W_{k-1}$ 的条件下, 对向量 \bar{x}_{k-1} 和向量 \bar{w}_{k-1} 的可能存在区域进行描述。

由于 $x_{k-1} \in E_{k-1}$, 根据式(6), 有 \bar{x}_{k-1} 属于椭球

$$\bar{E}_{k-1} = \{\bar{x}_{k-1} : [\bar{x}_{k-1} - f(\hat{x}_{k-1})]^T (x f(\hat{x}_{k-1}) P_{k-1} [x f(\hat{x}_{k-1})]^T)^{-1} (\bar{x}_{k-1} - f(\hat{x}_{k-1})) \leq 1\} \quad (10)$$

文献[3]根据区间分析的方法给出线性化余项 \bar{x}_{k-1} 的可能存在区域, 其结果为一个有界棱正交多胞形(盒子)

$$\bar{x}_{k-1} = \{\bar{x}_{i,k-1} : |\bar{x}_{i,k-1}| \leq \bar{w}_{i,k-1}, i = 1, \dots, n\} \quad (11)$$

式中: $\bar{x}_{i,k-1}$ 为余项 \bar{x}_{k-1} 的第 i 个分量; $\bar{w}_{i,k-1} > 0$ 。根据式(11)和式(3), 有

$$|\bar{w}_{i,k-1}| = |\bar{x}_{i,k-1} + w_{i,k-1}| \leq |\bar{x}_{i,k-1}| + |w_{i,k-1}| \quad (i = 1, \dots, n) \quad (12)$$

式中: $\bar{w}_{i,k-1}$ 为向量 \bar{w}_{k-1} 的第 i 个分量; $\bar{w}_{i,k-1} = \bar{w}_{i,k-1} + w_{i,k-1}$ 。即向量 \bar{w}_{k-1} 的存在区域为盒子

$$\bar{W}_{k-1} = \{\bar{w}_{k-1} : |\bar{w}_{i,k-1}| \leq \bar{w}_{i,k-1}, i = 1, \dots, n\} \quad (13)$$

可见, 时间更新椭球 $E_{k|k-1}$ 应为包含椭球 \bar{E}_{k-1} 与盒子 \bar{W}_{k-1} 的向量和的最小容积椭球。文献[4]指出, 盒子 \bar{W}_{k-1} 可分解为若干个线段的向量和, 可以将包含椭球 \bar{E}_{k-1} 与这些线段的向量和的次最小容积椭球作为时间更新椭球 $E_{k|k-1}$, 以减少计算量。因此, 采用如下算法计算椭球 $E_{k|k-1}$ 。

中心 $\hat{x}_{k|k-1}$ 由下式计算

$$\hat{x}_{k|k-1} = f(\hat{x}_{k-1}) \quad (14)$$

矩阵 $P_{k|k-1}$ 由如下递推过程完成:

初始化

$$P_{k|k-1}^0 = x f(\hat{x}_{k-1}) P_{k-1} [x f(\hat{x}_{k-1})]^T \quad (15)$$

递推 对 $i = 1, \dots, n$ 计算

$$P_{k|k-1}^i = (1 + p_i) P_{k|k-1}^{i-1} + (1 + p_i^{-1}) \bar{w}_{i,k-1}^2 I_i I_i^T \quad (16)$$

式中: I_i 为 n 维单位阵的第 i 列。而满足最小化椭球 $E_{k|k-1}^i$ 容积的参数 p_i 为如下方程的正根

$$np_i^2 + (n - 1) a_i p_i - a_i = 0 \quad (17)$$

式中: $a_i = \bar{w}_{i,k-1}^2 I_i^T (P_{k|k-1}^{i-1})^{-1} I_i$ 。

最后取 $P_{k|k-1} = P_{k|k-1}^0$ 。

(2) 量测更新

对式(2)在点 $\hat{x}_{k|k-1}$ 进行泰勒展开得

$$y_k = h(\hat{x}_{k|k-1}) + x h(\hat{x}_{k|k-1}) (x_k - \hat{x}_{k|k-1}) + k + v_k \tag{18}$$

式中: $k \in R^m$ 为线性化余项。定义向量 $\bar{v}_k = k + v_k$, 有

$$y_k = h(\hat{x}_{k|k-1}) + x h(\hat{x}_{k|k-1}) (x_k - \hat{x}_{k|k-1}) + \bar{v}_k \tag{19}$$

根据文献[3]提出的方法,当 $x_k \in E_{k|k-1}$ 时,线性化余项 k 存在区域为盒子

$$k = \{ k : |i,k| \leq v_{i,k}, i = 1, \dots, m \} \tag{20}$$

式中: i,k 为余项 k 的第 i 个分量; $v_{i,k} \geq 0$ 。根据式(20)和式(4),有

$$|v_{i,k}| = |i,k + v_{i,k}| \leq |i,k| + |v_{i,k}| \leq v_{i,k} \tag{21}$$

($i = 1, \dots, m$)

式中: $v_{i,k}$ 为向量 \bar{v}_k 的第 i 个分量; $v_{i,k} = v_{i,k} + v_{i,k}$ 。即向量 \bar{v}_k 的存在区域为盒子

$$\bar{V}_k = \{ \bar{v}_k : |v_{i,k}| \leq v_{i,k}, i = 1, \dots, m \} \tag{22}$$

根据式(19)和式(22),可得状态 x_k 属于下列集合

$$S_k^i = \{ x_k : z_k^i - v_{i,k} \leq H_{i,k}^T x_k \leq z_k^i + v_{i,k} \} \tag{23}$$

($i = 1, \dots, m$)

的交集,其中:

$$z_k^i = y_{i,k} - h_i(\hat{x}_{k|k-1}) + H_{i,k}^T \hat{x}_{k|k-1} \tag{24}$$

$$[H_{1,k}, \dots, H_{m,k}] = [x h(\hat{x}_{k|k-1})]^T \tag{25}$$

式中: $y_{i,k}$ 和 $h_i(\cdot)$ 为向量 y_k 和 $h(\cdot)$ 的第 i 个分量。

定义集合

$$R_k = \bigcap_{i=1}^m S_k^i \tag{26}$$

量测更新椭圆 E_k 则应为包含椭圆 $E_{k|k-1}$ 与集合 R_k 的交集的最小容积椭圆。实际上,集合 R_k 为多个带的交集,文献[4]指出,可以将包含椭圆 $E_{k|k-1}$ 与这些带的交集的次最小容积椭圆作为量测更新椭圆 E_k ,以减少计算量。因此,采用如下算法计算椭圆 E_k 。

中心 \hat{x}_k 和矩阵 P_k 由如下递推过程完成:

初始化

$$\hat{x}_k^0 = \hat{x}_{k|k-1} \tag{27}$$

$$P_k^0 = P_{k|k-1} \tag{28}$$

递推 对 $i = 1, \dots, m$ 计算

$$g_i = H_{i,k}^T P_k^{i-1} H_{i,k} \tag{29}$$

$$\phi_i = (z_k^i - H_{i,k}^T \hat{x}_k^{i-1} + v_{i,k}) / \sqrt{g_i} \tag{30}$$

$$d_i = (z_k^i - H_{i,k}^T \hat{x}_k^{i-1} - v_{i,k}) / \sqrt{g_i} \tag{31}$$

如果 $\phi_i > 1$, 则置 $\phi_i = 1$; 如果 $\phi_i < -1$, 则置

$\phi_i = -1$ 。如果 $\phi_i = 1/n$, 则置 $P_k^i = P_k^{i-1}$, $\hat{x}_k^i = \hat{x}_k^{i-1}$; 否则计算

$$\hat{x}_k^i = \hat{x}_k^{i-1} + q_i \frac{\bar{P}_k^{i-1} H_{i,k} e_i}{d_i^2} \tag{32}$$

$$P_k^i = \left[1 + q_i - \frac{q_i e_i^2}{d_i^2 + q_i g_i} \right] \bar{P}_k^{i-1} \tag{33}$$

式中:

$$\bar{P}_k^i = P_k^{i-1} - \frac{q_i}{d_i^2 + q_i g_i} P_k^{i-1} H_{i,k} H_{i,k}^T P_k^{i-1} \tag{34}$$

$$e_i = \sqrt{g_i} \frac{\phi_i + 1}{2}, d_i = \sqrt{g_i} \frac{\phi_i - 1}{2} \tag{35}$$

而满足最小化椭圆容积 E_k^i 的参数 q_i 为如下方程的正根

$$(n-1)g_i^2 q_i^2 + [(2n-1)d_i^2 - g_i + e_i^2]g_i q_i + [n(d_i^2 - e_i^2) - g_i]d_i^2 = 0 \tag{36}$$

最后取 $\hat{x}_k = \hat{x}_k^m$; $P_k = P_k^m$ 。

3 传感器故障检测与隔离方法

借鉴文献[5-6]的思路,给出了基于椭圆集员滤波算法的故障检测与隔离方法。

(1) 传感器故障检测方法

如果椭圆 E_0 以及盒子 W_{k-1} 和 V_k 均正确,且传感器没有发生故障,即 $b_k = 0$, 则集合

$$X_k = E_{k|k-1} \cap \bigcap_{i=1}^m S_k^i \neq \emptyset \tag{37}$$

但是,如果传感器发生故障,即对某 k 时刻有 $b_k \neq 0$, 则集合 X_k 可能是空集。因此传感器故障检测方法为检查集合 X_k 是否为空,即对 $\forall i$, 检查 ϕ_i 是否小于 -1 或者检查 ϕ_i 是否大于 1 。如果上述条件成立,则可断定传感器发生故障。

(2) 传感器故障隔离方法

尽管以上方法可以检测出传感器故障,但不能给出哪个传感器发生故障。以下给出两种故障隔离方法。

方法 1 本方法需要设计 m 个集员滤波器,分别将量测值 $y_{i,k}$ 作为第 i 个滤波器的输入信号。如果对第 i 个滤波器在某 k 时刻有集合 X_k^i 为空,则可断定第 i 个传感器发生故障。

方法 2 本方法同样需要设计 m 个集员滤波器,与方法 1 的不同之处在于,此处需要将除 $y_{i,k}$ 以外的所有量测值作为第 i 个滤波器的输入信号。如果对第 i 个滤波器有集合 X_k^i 不空,而对其他滤波器 $j \neq i$, 有相应的集合 X_k^j 在某 k 时刻为空,即可断定第 i 个传感器发生故障。

4 仿真研究

给定一非线性系统,其动力学方程为

$$\ddot{x} + k_0 x(1 + k_d x^2) + c\dot{x} = 0 \quad (38)$$

式(38)也称为 Duffing 方程,此方程可作为很多实际物理过程(例如非线性振动和非线性电路)的抽象表示。为了进行状态估计,首先需要式(38)建立形如式(1)的非线性离散时间系统模型。令 T 为采样时间, $x_{1,k}$ 和 $x_{2,k}$ 分别代表变量 x 和 \dot{x} 在 k T 时刻的采样值。其中

$$f(x_{k-1}) = \begin{bmatrix} x_{1,k-1} + Tx_{2,k-1} \\ x_{2,k-1} - T[k_0 x_{1,k-1}(1+k_d x_{1,k-1}^2) + cx_{2,k-1}] \end{bmatrix} \quad (39)$$

然后设计形如式(2)的量测方程,其中

$$h(x_k) = [x_{1,k} \quad x_{2,k}]^T \quad (40)$$

采用椭圆集滤波算法对上述模型进行状态估计时,需要对式(39)进行泰勒展开,其线性化余项 α_{k-1} 属于盒子 \mathcal{X}_{k-1} 见式(11),其中

$$\alpha_{1,k-1} = 0 \quad (41)$$

$$\alpha_{2,k-1} = 3 T k_0 k_d [(P_{k-1}^{1,1})^{3/2} + P_{k-1}^{1,1} / \hat{x}_{1,k-1}] \quad (42)$$

式中: $P_{k-1}^{1,1}$ 为矩阵 P_{k-1} 的第 1 行第 1 列元素。在下面的仿真研究中,假设量测噪声服从均匀分布,系统参数如表 1 所示。

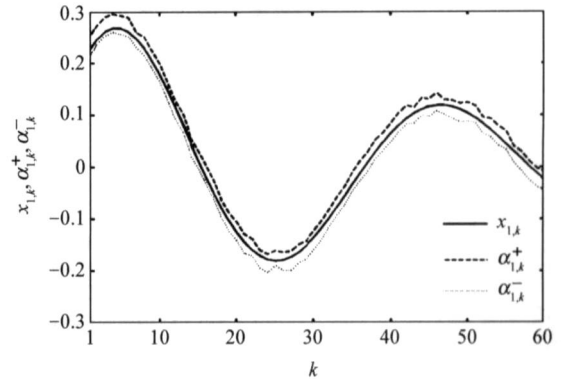
表 1 系统参数

Table 1 System parameters

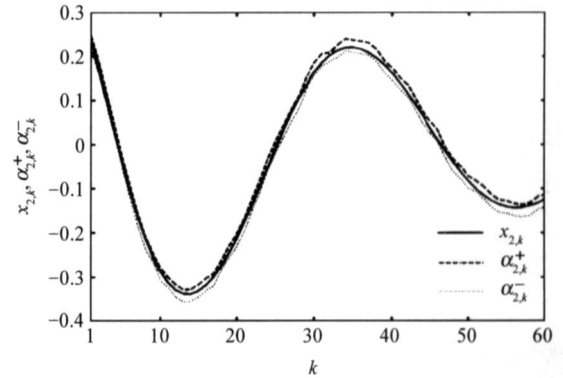
T	k_0	k_d	c	i_{k-1}	i_k	x_0
0.1	2.1	3	0.4	0.005	0.01	[0.2 0.3] ^T

首先假设传感器未发生故障,图 1 和图 2 分别给出了在初始状态估计 $\hat{x}_0 = [0.2 \quad 0.3]^T$ 以及初始椭圆矩阵 $P_0 = 0.01I$ 的条件下,采用 SMF 和 EKF 估计状态上下界 α_k^+ , α_k^- 和 β_k^+ , β_k^- (3 置信区间)。可见,采用 EKF 得到的置信区间不一定包含状态真值,因而不是硬界描述。此外,由于很难保证模型误差满足零均、高斯白噪声假设,因而可以看出 EKF 的性能受到影响。图 3 给出了线性化余项上界 $\alpha_{2,k-1}$ 的变化曲线。可以看出,当 $k=2$ 时,由于 $P_{k-1}^{1,1}$ 变化不大(这是由椭圆 E_{k-1} 容积变化不大造成的), $\alpha_{2,k-1}$ 的变化规律由 $|\hat{x}_{1,k-1}|$ 决定。

为了验证基于此集滤波算法的传感器故障检测与隔离方法的有效性,假设第 1 个传感器发生故障,当 $k \in [1, 50)$ 时, $b_{1,k} = 0$; 当 $k \in [50, 100]$ 时, $b_{1,k} = 0.03 + 0.01L$, 其中, $L > 0$ 。以下针对 L 的不同取值,各进行 200 次蒙特卡罗仿真。如果在时刻 50 之前给出警报,则为误检;如果在时刻



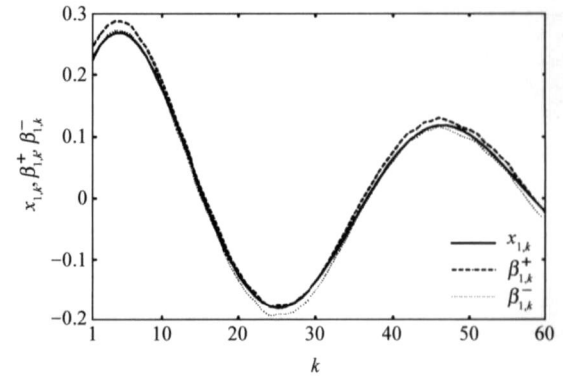
(a) 估计 $x_{1,k}$ 的界



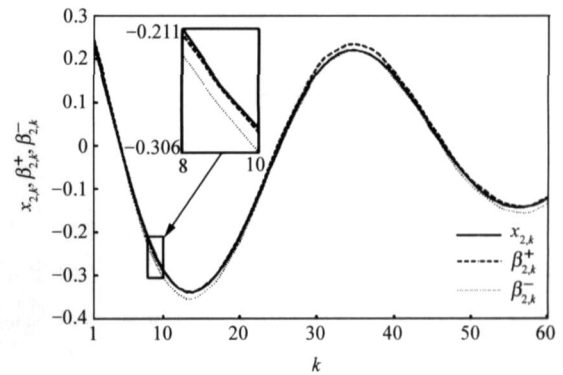
(b) 估计 $x_{2,k}$ 的界

图 1 采用 SMF 估计状态的界

Fig 1 Estimation of state bounds using SMF



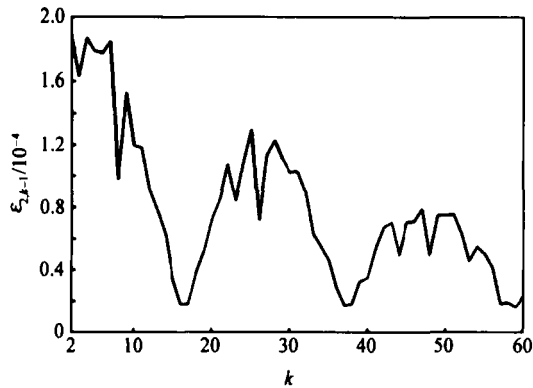
(a) 估计 $x_{1,k}$ 的界



(b) 估计 $x_{2,k}$ 的界

图 2 采用 EKF 估计状态的界

Fig 2 Estimation of state bounds using EKF

图3 线性化余项 $\epsilon_{2,k-1}$ 的上界Fig 3 Upper bounds of the linearization remainder $\epsilon_{2,k-1}$

101 之前未给出警报,则为漏检。表 2 和表 3 分别给出了采用集员滤波方法进行故障检测和隔离的仿真结果。由于所有情况的误检率为 0,所以表中省去了这项。可见,采用集员滤波方法可以有效地进行传感器故障检测与隔离。而采用扩展卡尔曼滤波方法进行故障检测和隔离的误检率为 100%,这是因为此时噪声不满足零均、高斯白噪声假设的这一事实导致了基于 χ^2 检验法的故障检测策略失效。

表 2 故障检测结果

Table 2 Results of fault detection

L	漏检率/ %	最小 检测延迟	最大 检测延迟	平均 检测延迟
0	75.5	0	1	0.02
1	0	0	33	2.31
2	0	0	6	0.05

表 3 故障隔离结果

Table 3 Results of fault isolation

L	漏检率/ %	最小 检测延迟	最大 检测延迟	平均 检测延迟
0	84	0	4	0.19
1	46	0	2	0.05
2	9	0	0	0

5 结论

首先提出一种针对非线性系统的椭球集员滤波算法,然后在此集员滤波算法的基础上给出了传感器故障检测与隔离方法。由于集员滤波是保

证状态估计,因而它可以给出状态不确定性的硬界描述,并且基于集员滤波算法的故障检测与隔离方法也具有保证性,即如果给出故障警报,则一定有故障发生。此外,结合文献[4]还可以看出,本文给出的集员滤波算法比文献[3]给出的算法具有更好的计算有效性。

参考文献

- [1] Kieffer M, Jaulin L, Walter E. Guaranteed recursive nonlinear state estimation using interval analysis[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2002, 16(3): 193-218.
- [2] Jaulin L. Nonlinear bounded-error state estimation of continuous-time systems[J]. Automatica, 2002, 38(6): 1079-1082.
- [3] Scholte E, Campbell M. A nonlinear set-membership filter for on-line applications[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2003, 13(10): 1337-1358.
- [4] Maksarov D G, Norton J P. Computational efficient algorithms for state estimation with ellipsoidal approximations [J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2002, 16(5): 411-434.
- [5] Sun X F, Fan Y Z. Guaranteed sensor fault detection and isolation via recursive rectangular parallelepiped bounding in state-set estimation [C]// ASCC 2000. Shanghai: [s. n.], 2000:3041-3046.
- [6] 孙先仿, 范跃祖, 宁文如. 故障检测的集员辨识方法[J]. 航空学报, 1998, 9(3): 371-374.
Sun X F, Fan Y Z, Ning W R. Set membership identification approach for fault detection[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1998, 9(3): 371-374. (in Chinese)

作者简介:



柴伟(1981-) 男,博士研究生。主要研究方向:集员估计理论与应用。

Tel:010-82339739

E-mail:chaiwei@asee.buaa.edu.cn



孙先仿(1965-) 男,教授,博士。主要研究方向:集员估计理论、智能故障诊断、计算机图形学等。

Tel:010-82339739

E-mail:xfsun_buaa@yahoo.com

(责任编辑:鲍亚平)