

基于空间矩的圆标记中心亚像素定位算法

郭玉波,姚 郁,逄晓光

(哈尔滨工业大学 控制与仿真中心,哈尔滨 150001)

摘要:针对圆标记中心的高定位精度要求,提出一种新的基于空间矩的亚像素定位算法。建立了基于空间矩的圆曲线亚像素边缘检测算法,并用最小二乘边缘拟合算法来获取圆标记中心的亚像素位置,克服了基于传统的 Lyvers 空间矩算法进行圆标记中心定位存在的误差大的缺点。仿真对比实验表明该算法相对于其他算法具有更高的精度。

关键词: 计算机应用;空间矩;亚像素;边缘检测;拟合算法

中图分类号: TP391.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1671-5497(2009)01-0160-04

Subpixel location algorithm for circle target center based on spatial moment

GUO Yu-bo, YAO Yu, DI Xiao-guang

(Control and Simulation Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: To meet the requirement of high location precision for circle target center, a novel subpixel location algorithm based on spatial moment was proposed. A spatial moment based algorithm was developed to detect the edge of a circle, and the subpixel location of circle target center was determined using the least mean-square fitting algorithm. It overcomes the large error shortcoming of traditional Lyvers spatial moment algorithm in locating circle target center. Comparing simulation results show that the precision of circle target center obtained by the proposed algorithm is higher than that obtained by other algorithms.

Key words: computer application; spatial moment; subpixel; edge detection; fitting algorithm

近年来,基于图像的测量系统在许多领域得到应用^[1-2],而对测量精度的高要求一直是人们不断追求的目标。亚像素技术的应用是实现高精度测量的一种重要手段。为了实现亚像素测量精度,常在被测对象上制作圆标记,并通过亚像素技术定位标记中心。灰度重心法^[3]是圆标记中心定位中得到较多应用的亚像素技术,该算法计算量小但精度不高。圆曲线拟合算法^[4]也常被用于圆标记中心的亚像素定位,由于所拟合的边缘点只具有像素级坐标,圆标记中心的定位精度有待进

一步提高。文献[5]利用传统的 Lyvers 空间矩算法^[6]对激光光斑边缘进行亚像素定位,然后通过拟合计算得到光斑中心,从而提高光斑中心定位精度。由于传统的 Lyvers 空间矩算法是基于直线边缘的亚像素定位技术,而对于曲线边缘的检测,只能通过将该曲线近似为许多小直线段,当曲线曲率增加时边缘的定位精度变差,导致圆标记中心的定位误差变大。为了提高圆标记中心的定位精度,作者提出一种新的基于空间矩的圆标记中心亚像素定位算法,并进行了仿真实验。

收稿日期: 2007-06-28.

基金项目: 中国博士后科学基金项目(2005037184).

作者简介: 郭玉波(1974-),男,博士研究生.研究方向:视觉测量方法及图像处理技术. E-mail: savethappy@163.com

1 基于空间矩的圆标记边缘检测

传统的 Lyvers 空间矩算法是用于直线边缘亚像素检测的,为了改善其在圆标记边缘亚像素检测中的精度,建立以下适用于圆曲线的边缘检测算法。如图 1 所示,在单位圆上定义一个连续理想边缘模型,其中一个区域的灰度值为 h ,另一个区域的灰度值为 $h+k$ 。 l 为单位圆的圆心到边缘的距离; θ 是边缘法线与 x 轴的夹角, $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$; φ 是通过单位圆与待检测圆曲线交点及单位圆心的直线与两个圆心所在直线的夹角, $\varphi \in [-\pi/2, \pi/2]$ 。令 $f(x, y)$ 为图像灰度函数。

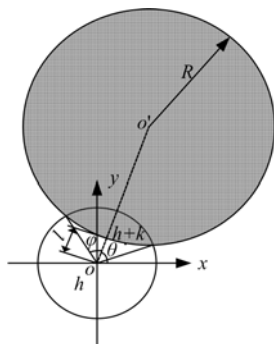


图 1 任意位置时的圆边缘模型

Fig. 1 Model for circle edge

将图像顺时针旋转 θ 角,见图 2,使边缘法线与 x 轴重合,旋转后图像灰度函数 $f'(x, y)$ 关于 x 轴对称,旋转前后的空间矩 M_{pi} 和 M'_{pi} 满足:

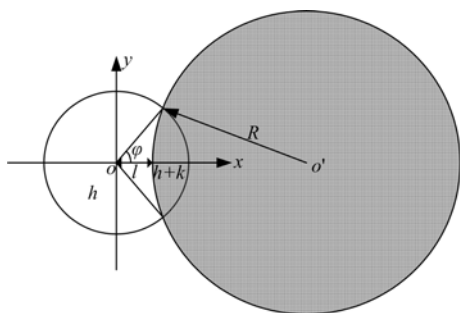


图 2 关于 x 轴对称的圆边缘模型

Fig. 2 Circle edge model with symmetry to x axis

$$\begin{cases} M'_{00} = M_{00} \\ M'_{10} = \cos\theta M_{10} + \sin\theta M_{01} \\ M'_{01} = -\sin\theta M_{10} + \cos\theta M_{01} \\ M'_{20} = \cos^2\theta M_{20} + 2\cos\theta\sin\theta M_{11} + \sin^2\theta M_{02} \\ M'_{02} = \sin^2\theta M_{20} - 2\cos\theta\sin\theta M_{11} + \cos^2\theta M_{02} \end{cases} \quad (1)$$

由空间矩的性质知 $M'_{01} = 0$, 所以 $\tan\theta =$

M_{01}/M_{10} 。

下面考虑旋转后的空间矩与边缘参数的关系,分为两种情况。

(1) 第一种情况即为图 2 所示位置,此时空间矩的计算公式为

$$\begin{aligned} M'_{00} &= \iint_{x^2+y^2 \leq 1} f'(x, y) dx dy = \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} h dx dy + \int_{-\sin\varphi}^{\sin\varphi} \int_{R+l-\sqrt{R^2-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} k dx dy = \\ &= h\pi + k[\varphi - 2(R+l)\sin\varphi + \frac{1}{2}\sin(2\varphi) + \\ &R^2(\arcsin(\frac{\sin\varphi}{R}) + \frac{1}{2}\sin(2\arcsin(\frac{\sin\varphi}{R})))] \quad (2) \\ M'_{10} &= \iint_{x^2+y^2 \leq 1} x f'(x, y) dx dy = \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} h x dy dx + \int_{-\sin\varphi}^{\sin\varphi} \int_{R+l-\sqrt{R^2-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} k x dx dy = \\ &= k[(1-2R^2-2Rl-l^2)\sin\varphi + \\ &(R+l) \cdot (R^2 \arcsin(\frac{\sin\varphi}{R}) + \frac{R^2}{2}\sin(2\arcsin(\frac{\sin\varphi}{R})))] \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M'_{02} &= \iint_{x^2+y^2 \leq 1} y^2 f'(x, y) dx dy = \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} h y^2 dy dx + \int_{-\sin\varphi}^{\sin\varphi} \int_{R+l-\sqrt{R^2-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} k y^2 dx dy = \\ &= \frac{h}{4}\pi + k[\frac{1}{4}\varphi - \frac{2}{3}(R+l)\sin^3\varphi - \frac{1}{16}\sin(4\varphi) + \\ &R^4(\frac{1}{4}\arcsin(\frac{\sin\varphi}{R}) - \frac{1}{16}\sin(4\arcsin(\frac{\sin\varphi}{R})))] \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M'_{20} &= \iint_{x^2+y^2 \leq 1} x^2 f'(x, y) dx dy = \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} h x^2 dy dx + \int_{-\sin\varphi}^{\sin\varphi} \int_{R+l-\sqrt{R^2-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} k x^2 dx dy = \\ &= \frac{h\pi}{4} + k[\frac{\varphi}{4} + \frac{1}{6}\sin(2\varphi) + \frac{1}{48}\sin(4\varphi) - \\ &\frac{2}{3}(R+l)^3\sin\varphi + (R+l)^2 R^2(\arcsin(\frac{\sin\varphi}{R}) + \\ &\frac{1}{2}\sin(2\arcsin(\frac{\sin\varphi}{R}))) - (R+l)R^3 \\ &(2\frac{\sin\varphi}{R} - \frac{2}{3}\frac{\sin^3\varphi}{R^3}) + \frac{R^4}{3}(\frac{3}{4}\arcsin(\frac{\sin\varphi}{R}) + \\ &\frac{1}{2}\sin(2\arcsin(\frac{\sin\varphi}{R})) + \frac{1}{16}\sin(4\arcsin(\frac{\sin\varphi}{R})))] \quad (5) \end{aligned}$$

(2) 第二种情况是待检测的曲线处于图 2 中关于 y 轴的对称位置,此时只有 M'_{10} 与第一种情

况下相应结果的符号相反,其他空间矩表达式与第一种情况相同。

利用上述两种情况下函数 $f'(x, y)$ 的空间矩关系式,可得

$$\frac{4M'_{20} - M'_{00}}{M'_{10}} = f_1(R, \varphi, l) \quad (6)$$

$$\frac{4M'_{02} - M'_{00}}{M'_{10}} = f_2(R, \varphi, l) \quad (7)$$

由图 2 可知下式成立:

$$l = \cos\varphi + \sqrt{R^2 - \sin^2\varphi} - R \quad (8)$$

式(6)~式(8)是关于参数 R, φ, l 的非线性方程组,在 $M'_{00}, M'_{10}, M'_{20}, M'_{02}$ 的值已知时,可以通过迭代求解非线性方程组得到参数 R, φ, l ,然后通过式(3)求得参数 k ,最后通过式(2)求得参数 h 。亚像素边缘检测公式为

$$x' = x \pm l \cos\theta; y' = y \pm l \sin\theta \quad (9)$$

式中:正负号分别对应函数 $f'(x, y)$ 上述两种情况, (x, y) 为像素点的图像坐标, (x', y') 为亚像素边缘检测结果。

在离散情况下,空间矩的计算为相关计算,即模板与图像灰度相乘,6 个空间矩是通过 6 个相应模板在图像上卷积计算出来的。模板的结果可参阅文献[7],假设模板直径为 n ,则式(9)的亚像素边缘检测公式分别变为

$$x' = x \pm \frac{n}{2} l \cos\theta; y' = y \pm \frac{n}{2} l \sin\theta \quad (10)$$

综上所述,圆标记边缘检测步骤如下:

Step1:对图像 $f(i, j)$,取当前的像素点,利用模板计算相应的空间矩。

Step2:计算边缘法线与 x 轴的旋转角 $\theta = \arctan(M_{01}/M_{10})$,利用 θ 计算旋转后的空间矩。

Step3:利用式(6)~式(8)解得参数 R, φ, l ,然后通过式(3)求参数 k ,最后通过式(2)得到参数 h 。如果 k 大于阈值 T ,且 $l < \sqrt{2}/n$,用对应的公式(10)计算亚像素边缘点。

Step4:返回 Step1 取下一个像素点,直到检测完所有的边缘像素。

2 圆标记中心拟合算法

首先,为了减少计算量,利用 Sobel 边缘算子检测圆标记的像素级边缘;然后,用第 1 节给出的空间矩检测算法得到圆边缘上 N 个点的亚像素坐标 $\{(x_i, y_i) | i = 1, 2, \dots, N\}$;最后,按照最小二乘原理对圆边缘进行拟合,即可得到圆标记中心

坐标 (x_0, y_0) 。坐标 (x_0, y_0) 满足:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中:

$$A_{11} = 2 \sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{2}{N} \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2$$

$$A_{22} = 2 \sum_{i=1}^N y_i^2 - \frac{2}{N} \left(\sum_{i=1}^N y_i \right)^2$$

$$A_{12} = A_{21} = 2 \sum_{i=1}^N x_i y_i - \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N x_i \sum_{j=1}^N y_j$$

$$B_1 = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 \sum_{j=1}^N x_j -$$

$$\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y_j^2 \sum_{i=1}^N x_i + \sum_{i=1}^N x_i y_i^2 + \sum_{i=1}^N x_i^3$$

$$B_2 = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^2 \sum_{j=1}^N y_j -$$

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 \sum_{j=1}^N y_j + \sum_{i=1}^N x_i^2 y_i + \sum_{i=1}^N y_i^3$$

由式(11)可以解得圆标记中心坐标。

3 仿真实验

3.1 理想测试图像的生成

根据文献[8]的理想边缘生成方法,可获得图 3 所示的理想圆测试图像,测试图像的半径为 20 个像素,目标灰度级为 50,背景灰度级为 150。

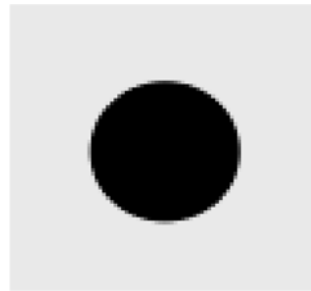


图 3 理想圆测试图像

Fig. 3 Ideal test image for circle

3.2 仿真结果

(1)理想测试图像下的算法精度对比

分别采用灰度重心法、像素级的圆曲线拟合算法、传统的 Lyvers 空间矩算法和作者提出的算法对圆标记中心进行亚像素定位。令圆标记中心分别处于某一像素的不同位置,求得圆标记中心的定位误差。表 1 给出了圆标记中心在某一像素的各个位置时,各种算法所获得均方根误差和最大误差结果。

表 1 理想测试图像下定位结果对比(单位:像素)

Table 1 Comparison of location result for ideal test image(unit:pixel)

算 法	均方根误差	最大误差
灰度重心定位法	0.0728	0.1478
像素级曲线拟合	0.0362	0.0712
Lyvers 定位拟合	0.0272	0.0717
本文算法	0.0237	0.0518

从表 1 可以看出,本文算法的均方根定位误差和最大定位误差都小于其他算法。

(2) 噪声图像下的算法精度对比

实际图像会有不同程度的噪声对理想测试图像加入不同程度的噪声来统计算法的精度。定义如下信噪比:

$$\text{SNR} = 20 \lg \frac{k}{\sigma} \text{ dB} \quad (12)$$

式中: k 为目标和背景的灰度差,取为 100; σ 为加性噪声的标准差。

表 2 给出了不同信噪比下各种定位算法在多次测量下的均方根误差和最大误差。

表 2 噪声测试图像下定位结果对比(单位:像素)

Table 2 Comparison of location result for noise test image(unit:pixel)

算 法	SNR=50 dB		SNR=40 dB	
	均方根误差	最大误差	均方根误差	最大误差
灰度重心定位法	0.0759	0.1577	0.0783	0.1640
像素级曲线拟合	0.0395	0.0769	0.0441	0.0813
Lyvers 定位拟合	0.0296	0.0797	0.0312	0.0844
本文算法	0.0251	0.0577	0.0266	0.0621

从表 2 可以看出,随着信噪比的降低,各种算法的定位精度都在下降,但本文算法在相应信噪比下的精度仍然高于其他算法。

由于本文算法中存在非线性方程组迭代求解过程,相对其他算法的计算耗时会有增加(灰度重心定位法为 7 ms,像素级曲线拟合法为 10 ms, Lyvers 定位法为 17 ms,而本文算法为 20 ms)。

4 结束语

提出了一种新的基于空间矩的圆标记中心亚

像素定位算法。仿真实验结果表明,在理想测试图像和含有噪声图像两种情况下,本文算法获得的定位精度均高于其他算法。

参考文献:

- [1] Luo P F, Pan S P, Chu T C. Application of computer vision and laser interferometer to the inspection of line scale[J]. Optics and Lasers Engineering, 2004, 42:563-584.
- [2] Rousseau P, Desrochers A, Krouglicof N. Machine vision system for the automatic identification of robot kinematic parameters[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 2001, 17(6):972-978.
- [3] Assen H C V, Egmont-Petersen M, Reiber J H C. Accurate object localization in gray level images using the center of gravity measure: accuracy versus precision[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2002, 11(12):1379-1384.
- [4] Jensen K, Anastassiou D. Subpixel edge localization and the interpolation of still images[J]. IEEE Trans on Image Processing, 1995, 4(3):285-295.
- [5] 郑毅. 基于空间矩的激光光斑中心亚像素定位[J]. 激光与红外, 2005, 35(7):521-523.
Zheng Yi. Subpixel location of the center of laser spot based on spatial moments[J]. Laser and Infrared, 2005, 35(7):521-523.
- [6] Lyvers E P, Mitchell O R, Akey M L, et al. Subpixel measurement using a moment based edge operator[J]. IEEE Trans on PAMI, 1989, 11(12):1293-1309.
- [7] 王建民, 浦昭邦, 尹继学. 空间矩亚像素细分算法的研究[J]. 光学技术, 1999(4):3-6.
Wang Jian-min, Pu Zhao-bang, Yin Ji-xue. Study on the operator of spatial moment-based edge detection[J]. Optical Technique, 1999(4):3-6.
- [8] 贺忠海, 王宝光, 廖怡白. 理想边缘产生方法的研究[J]. 光学精密工程, 2002, 10(1):89-93.
He Zhong-hai, Wang Bao-guang, Liao Yi-bai. Research on creating method of ideal edge[J]. Optics and Precision Engineering, 2002, 10(1):89-93.