

文章编号:1000-6893(2008)02-0405-06

高阶柔性结构系统振动控制中加权函数的选择

游伟倩, 陈怀海, 贺旭东

(南京航空航天大学 航空宇航学院, 南京, 210016)

Selection of Weighting Functions for Vibration Control of High Order Flexible Structures

You Weiqian, Chen Huaihai, He Xudong

(College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, 210016, China)

摘 要: 总结了混合灵敏度 H_∞ 控制算法中加权函数阵的选择方法, 提出了一种新的选择加权函数矩阵的思想。以某悬臂梁为研究对象, 将混合灵敏度 H_∞ 控制方法应用在高阶柔性结构的振动主动控制问题中, 完成了两输入两输出结构振动控制的控制器设计和算法仿真。结果表明, 通过本方法选择加权函数矩阵, 可在满足鲁棒稳定性的前提下, 使外部干扰得到有效抑制, 减振效果良好。

关键词: 加权函数; 振动主动控制; 混合灵敏度; 多输入多输出系统; 鲁棒稳定性

中图分类号: O324 **文献标识码:** A

Abstract: A summarization of the selection methods for the weighting function matrix in mixed sensitivity H_∞ control is presented in the paper. A new idea for the weighting function matrix selection is proposed for the vibration control of high order flexible structures. The MIMO (multi-input multi-output) robust feedback control model of vibration system is presented via the H_∞ control theory, and the mixed sensitivity design method is used to design the robust H_∞ controller of vibration system. The augmented plant for the vibration system is presented by introducing the performance weighting function matrix and the robust weighting function matrix. A cantilever beam model is used to simulate the whole control steps. The weighting functions are found for the controller design of the two-input-two-output H_∞ control model. The results show that the technique presented in the paper for the weighting function matrix selection is effective to meet the specifications of robust stability and the performance of external disturbance rejection. The vibration control results of the beam are satisfactory.

Key words: weighting function; active vibration control; mixed sensitivity; MIMO system; robust stability

随着航空航天、建筑结构、车辆工程等领域技术的飞速发展, 振动主动控制已引起许多学者的关注。在结构振动主动控制中, 由于剩余模态和其他系统参数摄动的影响以及传感系统和作动系统模型误差的存在, 使系统精确的控制模型难以建立。自从加拿大学者 G. Zames 提出最优干扰抑制的 H_∞ 控制方法以来^[1-2], H_∞ 控制理论有了很大发展。 H_∞ 控制以系统内部某些信号间传递函数的 H_∞ 范数为优化目标, 可以将鲁棒稳定问题与干扰抑制问题在统一的框架下进行讨论, 从而设计出满足一定鲁棒稳定性与性能指标的次优控制器。 H_∞ 鲁棒控制方法

能很好地处理线性系统稳定鲁棒性问题, 其在过去 20 多年中得到了迅速的发展和应^[3-10], 其中应用最为广泛的是混合灵敏度 H_∞ 优化控制方法, 但该方法的应用一般集中在低阶系统^[11]。对大型柔性结构而言, 当采用有限元建模时, 系统模型自由度数能达到几百甚至几千, 对这样的系统进行控制器设计时, 面临的难点之一是高阶问题。已有的处理方法通常是先进行模型降阶处理, 然后再进行控制器设计, 但阶次一般也不高于五阶^[12-14]。其次, 针对此类高阶柔性系统进行控制器设计的另一个难点就是如何选取权函数。不同受控对象、不同设计指标需要不同的权函数, 其选择规律很难确定, 更多的是依赖于设计者的经验。

本文将应用混合灵敏度 H_∞ 控制方法, 针对离散后的高阶系统在未降阶的情况下对其进行振

收稿日期:2007-04-12; 修订日期:2007-07-02

基金项目:国家自然科学基金(10672078);航空支撑科技基金(05D52009);江苏省研究生创新计划(CX07B_062z)

通讯作者:陈怀海 E-mail: CHHNUAA@nuaa.edu.cn

动控制,在前人研究的基础上,总结和归纳选择权函数的方法,找出选择规律,并以某悬臂梁为对象进行仿真计算。

1 问题的提出

应用 H_∞ 控制方法设计控制系统时,为保证鲁棒稳定性并提高系统性能,一般将所设计的问题转化成混合灵敏度 H_∞ 优化^[15] 问题进行求解。混合灵敏度 H_∞ 控制是多变量鲁棒控制器设计的一种有效方法,是 H_∞ 控制的最典型问题之一。下面将介绍两种混合灵敏度 H_∞ 控制问题。

(1) 第 1 种混合灵敏度 H_∞ 控制

对于抗干扰问题,设计框图如图 1 所示。

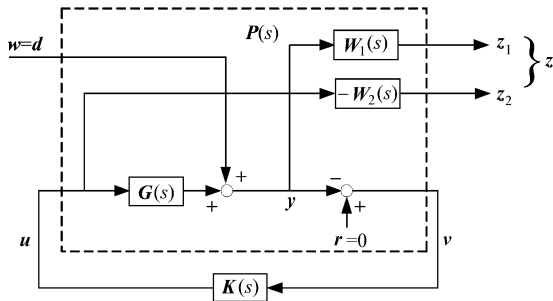


图 1 标准形式 S/KS 混合灵敏度设计框图(抗干扰)
Fig. 1 S/KS mixed-sensitivity optimization in standard form (disturbance rejection)

干扰 d 为外部输入信号; u 为控制信号; v 为反馈信号。定义误差信号 $z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$, 式中: $z_1 = W_1 y$; $z_2 = -W_2 u$, (文中将 $W_1(s), W_2(s), P(s), K(s), S(s), T(s)$ 中的自变量省略)。经过简单的推导,可以得到下式

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \dots \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{21} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:

$$P_{11} = \begin{bmatrix} W_1 \\ 0 \end{bmatrix}; P_{12} = \begin{bmatrix} W_1 G \\ -W_2 \end{bmatrix}; P_{21} = -I; P_{22} = -G.$$

对于跟踪问题,设计框图如图 2 所示。外部输入为参考信号 r , 误差信号 $z_1 = -W_1 e = W_1(r - y), z_2 = W_2 u$ 。此时 $P_{11} = \begin{bmatrix} W_1 \\ 0 \end{bmatrix}, P_{12} = \begin{bmatrix} -W_1 G \\ W_2 \end{bmatrix}, P_{21} = I, P_{22} = -G$ 。

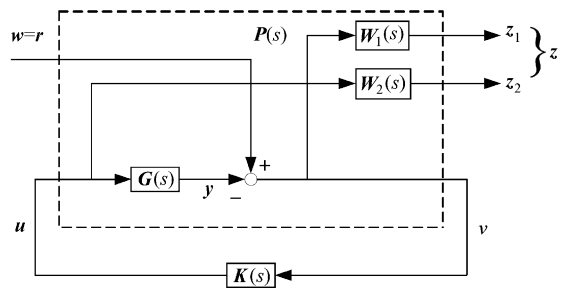


图 2 标准形式 S/KS 混合灵敏度设计框图(跟踪)
Fig. 2 S/KS mixed-sensitivity optimization in standard form (tracking)

两种情况下均可得到从 w 到 z 闭环传递函数

$$F_1(P, K)$$

$$z = F_1(P, K)w \quad (2)$$

式中:

$$F_1(P, K) = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} = \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 KS \end{bmatrix}$$

因此,第 1 种混合灵敏度 H_∞ 控制可以描述为:针对控制对象 G ,选择合适的权函数矩阵 W_1 和 W_2 ,设计稳定的控制器 K ,使得 $\left\| \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 KS \end{bmatrix} \right\|_\infty$ 最小。式中: $S = (I + GK)^{-1}$ 为系统的灵敏度函数,是干扰 d 到输出 y 的传递函数; KS 为干扰 d 到控制信号 u 的传递函数。

(2) 第 2 种混合灵敏度 H_∞ 控制

对于抗干扰问题,设计框图如图 3 所示。

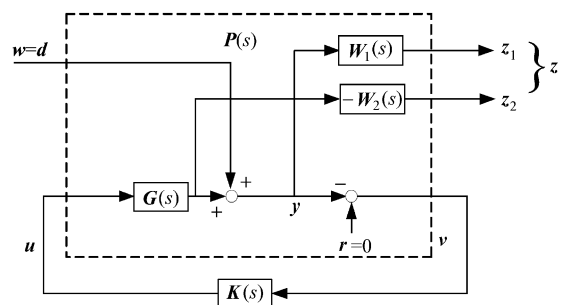


图 3 标准形式 S/T 混合灵敏度设计框图(抗干扰)
Fig. 3 S/T mixed-sensitivity optimization in standard form (disturbance rejection)

外部输入信号为干扰 d , 误差信号 $z_1 = W_1 y, z_2 = -W_2 Gu$ 。此时 $P_{11} = \begin{bmatrix} W_1 \\ 0 \end{bmatrix}, P_{12} = \begin{bmatrix} W_1 G \\ -W_2 G \end{bmatrix}, P_{21} = -I, P_{22} = -G$ 。

对于跟踪问题,设计框图如图 4 所示。

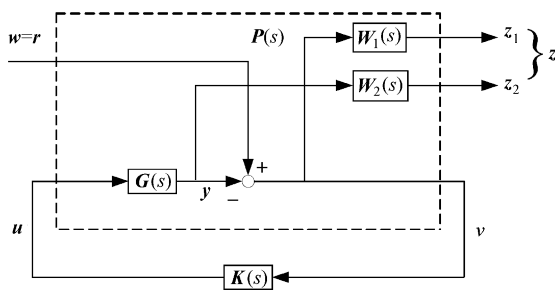


图 4 标准形式 S/T 混合灵敏度设计框图(跟踪)

Fig. 4 S/T mixed-sensitivity optimization in standard form (tracking)

外部输入信号为参考信号 r , 误差信号 $z_1 = -W_1 e = W_1(r - y)$, $z_2 = W_2 y$. 此时 $P_{11} = \begin{bmatrix} W_1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $P_{12} = \begin{bmatrix} -W_1 G \\ W_2 G \end{bmatrix}$, $P_{21} = I$, $P_{22} = -G$.

同理, 两种情形下均可得到从 w 到 z 闭环传递函数 $F_1(P, K) = \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 T \end{bmatrix}$. 因此, 第二种混合灵敏度 H_∞ 控制可以描述为: 针对控制对象 G , 选择合适的权函数矩阵 W_1 和 W_2 , 设计稳定的控制器 K , 使得 $\left\| \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 T \end{bmatrix} \right\|_\infty$ 最小. 式中: $T = I - S$ 为补灵敏度函数.

由上可见, 无论是对于抗干扰问题还是跟踪问题, 两种混合灵敏度 H_∞ 控制设计方法的成功在很大程度上取决于是否选择了合适的权函数矩阵 W_1 和 W_2 .

2 混合灵敏度 H_∞ 控制中权函数矩阵的选择

关于混合灵敏度 H_∞ 控制中权函数矩阵的选择问题, 文献[12]给出了 S/KS 混合灵敏度 H_∞ 控制方法中权函数矩阵 W_1 和 W_2 的具体公式

$$W_1 = I$$

$$\omega_{2i} = \frac{s/M_i + \omega_{Bi}^*}{s + \omega_{Bi}^* A_i} \quad (3)$$

式中: ω_{2i} 为权函数矩阵 W_2 对角元素; ω_{Bi}^* 为最小带宽频率; A_i 为稳态跟踪误差; M_i 为灵敏度函数 $S(j\omega)$ 的最大值. 但对于 S/T 混合灵敏度 H_∞ 控制中修正补灵敏度函数矩阵 T 的权函数矩阵没有给出具体公式.

本文将针对 S/T 混合灵敏度 H_∞ 控制算法中抗干扰这一问题, 提出修正 T 的权函数矩阵 W_2 选择方法, 权函数矩阵一般需满足下面的要求:

① 权函数矩阵为对角阵, 其对角元素为稳定的实有理最小相位函数;

② 权函数矩阵阶次不能太高, 以便于控制器的实现, 本文仅考虑权函数为一阶时的情况;

③ W_1 为低通滤波器, 其作用是消除低频段的干扰. 因此, 应使 S 在低频段幅值较小, 将加权函数 W_1 在低频段幅值取的较大, 而在高频段幅值取的较小;

④ W_2 为高通滤波器, 其作用是减少高频测量噪声以及模型不确定性, 对于减振的效果影响很大. 经研究发现, 选择 $\omega_2(s)$ 时使其极点在离散后系统的最高固有频率的负值附近时效果较好 ($\omega_2(s)$ 为 W_2 的对角元素). 仿照式(3)可以选择

$$\omega_2(s) = \frac{s/N + L}{Rs + J}$$

式中: N 的大小影响控制后响应的衰减速度, N 越大, 响应衰减越快; L 和 R 的大小影响控制后响应幅值的大小, L 越小或者 R 越大, 响应幅值越小; 而 J 的大小同时影响控制后响应的衰减速度和幅值大小, J 越大, 响应衰减越快且幅值越小, 且要满足 J/R 近似等于系统的最大固有频率.

3 建模与仿真

本文以某悬臂梁模型为对象进行仿真计算, 如图 5 所示.

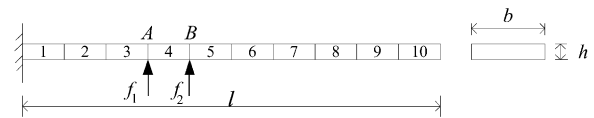


图 5 悬臂梁模型

Fig. 5 Cantilever beam model

图 5 中各个参数为: $b = 0.03$ m, $h = 0.005$ m, $l = 1.5$ m, 弹性模量 $E = 2.10 \times 10^{11}$ N/m², 梁密度 $\rho = 7.8 \times 10^3$ kg/m³.

利用有限单元法, 将该悬臂梁划分为 10 个单元, 采用四自由度平面梁单元. 设系统的刚度矩阵为 K , 质量矩阵为 M , 模态矩阵为 Φ . 取系统的各阶阻尼比 $\zeta_r = 0.02$, ($r = 1, 2, \dots, 20$), 由此得到系统的阻尼矩阵为

$$P = (\Phi^T)^{-1} P_d \Phi^{-1}$$

式中: P_d 为模态阻尼矩阵, 且 $P_d = \text{diag}(2 \zeta_r \cdot \sqrt{M_r K_r})$, 其中 $M_r = \Phi_r^T M \Phi_r$ 和 $K_r = \Phi_r^T K \Phi_r$ 分别为第 r 阶模态质量和模态刚度, Φ_r 为第 r 阶模态

向量。系统状态空间方程如下

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_w w \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

式中:

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -M^{-1}K & -M^{-1}P \end{bmatrix}_{40 \times 40}$$

$$B = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ M^{-1}L \end{bmatrix}_{40 \times 2}$$

$$C = [\mathbf{0} \quad \mathbf{I} \quad \mathbf{0}]_{2 \times 40}$$

$$D = \mathbf{0}_{2 \times 2}$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 20}^T$$

$B_w = [[5]_{1 \times 20} \quad [0]_{1 \times 20}]^T$ 为干扰矩阵。

考虑如下问题:控制力 f_1, f_2 作用在梁 A, B 处,输出取 A, B 点的位移响应,干扰 w 作用在每个节点上。用 S/T 混合灵敏度 H_∞ 控制方法来设计控制器,并满足以下设计目标:

- ① 系统闭环稳定;
- ② $\|T_{zw}\|_\infty < 1$, T_{zw} 为 w 到 z 的传递函数。

两个权函数的选择是一个难点,通常需要经过一系列的试算和控制器一同决定。权函数可选择为

$$W_1 = \omega_1(s) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, W_2 = \omega_2(s) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

要使设计的控制器首先满足鲁棒稳定性的要求,其次满足性能要求,即外部干扰得到有效抑制。本文用以下方法从时域上考察控制器的效果,在梁的 A 点处给其 0.01 m 初始静态位移激励,观察梁的自由衰减振动。

通过有限元计算,可得到系统的第 20 阶固有频率为 $\omega_{20} = 1.9931 \times 10^4$ rad/s,则按本文方法取 $\omega_1(s) = \frac{2}{s+1000}$ 。由此式看出:低频段 $\omega_1(s)$ 的幅值要比高频段幅值大,体现了低通滤波的作用。

选择 $\omega_2(s)$ 时要满足上文中所述的各个要求,尤其是要满足 J/R 近似等于设计系统的最大固有频率;然后设计控制器,输出控制后的响应衰减曲线图;从曲线图观察控制的效果,然后对 $\omega_2(s)$ 的各个参数进行调整,可达到需要的控制效果。下面给出不同权函数下的控制仿真结果比较。

$$\text{当 } \omega_2(s) = \frac{0.00035s+0.758}{2011s+4.08 \times 10^7} \text{ 时(这里 } \omega_2(s)$$

的极点 $p = -\omega_{20}$), $\omega_1(s) = \frac{2}{s+1000}$, 得到控制结

果如图 6 所示。

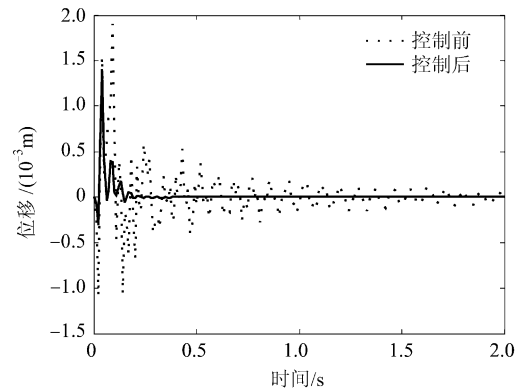


图 6 B 点的位移响应

Fig. 6 Simulated displacement responses of point B

对上述权函数进行调整,当 $\omega_1(s)$ 保持不变, $\omega_2(s) = \frac{0.00035s+50}{2011s+3 \times 10^7}$ 时,得到控制结果如图 7 所示。

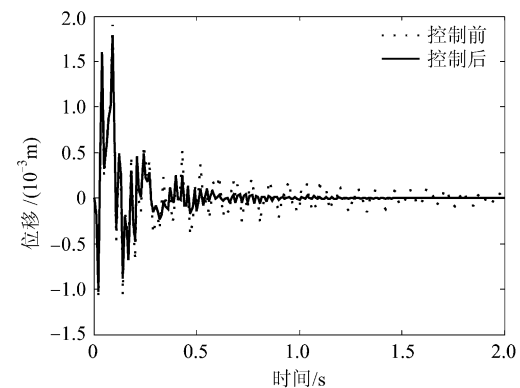


图 7 B 点的位移响应

Fig. 7 Simulated displacement responses of point B

当 $\omega_1(s)$ 保持不变, $\omega_2(s) = \frac{0.00035s+50}{2011s+5 \times 10^7}$ 时,得到控制结果如图 8 所示。

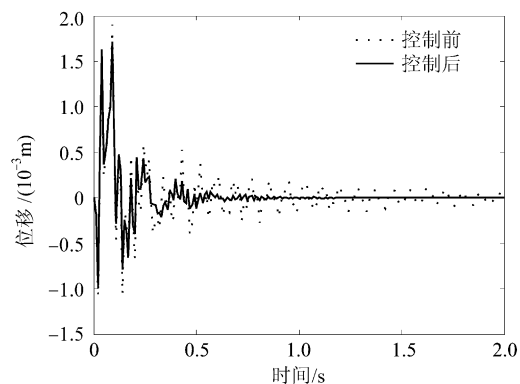


图 8 B 点的位移响应

Fig. 8 Simulated displacement responses of point B

当 $w_1(s)$ 保持不变, $w_2(s) = \frac{0.35s+50}{2011s+5 \times 10^7}$

时,得到控制结果如图9所示。

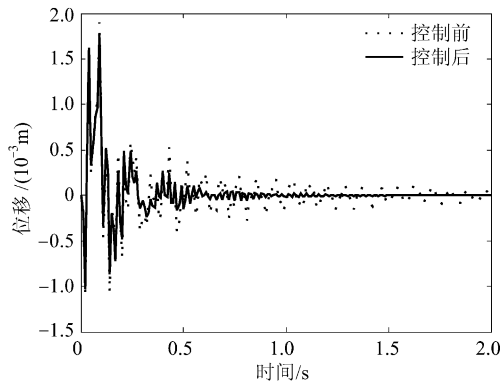


图9 B点的位移响应

Fig. 9 Simulated displacement responses of point B

当 $w_1(s)$ 保持不变, $w_2(s) = \frac{0.35s+50}{2011s+4.08 \times 10^7}$

时,得到控制结果如图10所示。

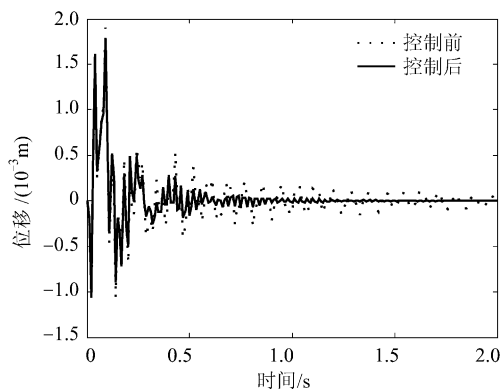


图10 B点的位移响应

Fig. 10 Simulated displacement responses of point B

由图6~图10可见,按照本文提出方法选择权函数(图6所示结果)控制后,梁的振幅衰减速度快,减振效果最好。

4 结论

(1) 仿真算例表明,按照本文方法选择权函数矩阵,能使外部干扰得到有效抑制,梁的振动响应幅值衰减快,得到很好的控制效果。

(2) 仅研究了权函数是一阶的情形并且是针对抗干扰的控制问题,该方法对于高阶权函数的选择是否适用以及跟踪控制等问题尚需进一步研究。

参 考 文 献

[1] Zames G. Feedback and optimal sensitivity: model reference transformations, multiplicative seminorms, and ap-

proximate inverses[J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 1981,26(2):301-320.

[2] Doyle J, Glover K, Khargonekar P, et al. State-space solution to standard H_∞ and H_2 control problem [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1989, 34 (8): 831-842.

[3] 田玉虎,鲍明,陈怀海,等. H_∞ 理论在双振动台解耦控制中的应用[J]. 南京航空航天大学学报, 2003,35(5):516-520.

Tian Yuhu, Bao Ming, Chen Huaihai, et al. Application of an H_∞ optimal control method to dual-shaker random vibration decoupling[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 35(5): 516-520. (in Chinese)

[4] 游伟倩,陈怀海,贺旭东. 振动控制系统中几种范数及其应用研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2007,39(3):394-396.

You Weiqian, Chen Huaihai, He Xudong. Norms and their applications in vibration control systems[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 39(3): 394-396. (in Chinese)

[5] Ingrama G A, Franchek M A, Balakrishnan V, et al. Robust SISO H_∞ controller design for nonlinear systems [J]. Control Engineering Practice, 2005,13:1413-1423.

[6] Hu Yanru, Ng A. Active robust vibration control of flexible structures[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 288(1-2):43-56.

[7] 王锋,唐国金,李道奎. 基于结构奇异值理论的压电柔性结构振动鲁棒控制[J]. 航空学报, 2006,27(1):131-137.

Wang Feng, Tang Guojing, Li Daokui. Robust vibration control of flexible piezoelectric structure based on Structured singular value theory[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2006,27(1):131-137. (in Chinese)

[8] 田玉虎,陈怀海,申凡,等. 基于 H_1/H_∞ 的双振动台解耦控制[J]. 南京航空航天大学学报, 2004,36(1):57-61.

Tian Yuhu, Chen Huaihai, Shen Fan, et al. Dual-shaker random vibration decoupling control based on H_2/H_∞ [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2004, 36(1): 57-61. (in Chinese)

[9] Zhang Weihai, Zhang Huanshui, Chen Borsen. Stochastic H_2/H_∞ control with (x, u, v) -dependent noise: Finite horizon case[J]. Automatica, 2006, 42:1891-1898.

[10] Dehghani A, Lanzon A, Anderson B D. H_∞ design to generalize internal model control[J]. Automatica, 2006, 42: 1959-1968.

[11] 谢石林,张景绘. H_∞ 方法在振动主动鲁棒控制中的应用[J]. 机械强度, 1998,20(4):284-289.

Xie Shilin, Zhang Jinghui. Application of H_∞ method in active vibration robust control[J]. Journal of Mechanical Strength, 1998, 20(4): 284-289. (in Chinese)

[12] Indra N K, Kazuto S, Fumio D. Multimode vibration control of a flexible structure using H_∞ based robust control [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2000,5

- (1):23-30.
- [13] 李普,孙庆鸿,陈南. 振动系统复合摄动的鲁棒 H_∞ 控制研究[J]. 振动工程学报, 2001,14(1):118-121.
Li Pu, Sun Qinghong, Chen Nan. Robust H_∞ control for active vibration system with mixed uncertainty[J]. Journal of Vibration Engineering, 2001, 14(1): 118-121. (in Chinese)
- [14] 赖胜,孙德敏,王永. 消除溢出不稳定的鲁棒振动主动控制[J]. 中国科学技术大学学报, 2005,35(2):214-220.
Lai Sheng, Sun Demin, Wang Yong. Robust control vibration control for suppressing spillover instability[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2005,35(2):214-220. (in Chinese)
- [15] Skogestad S, Postlethwaite I. Multivariable feedback control: analysis and design[M]. 2nd ed. New York: Wiley, 2005: 60-62.

作者简介:

游伟倩(1979—) 女,博士研究生。主要研究方向:振动控制及振动测试。

Tel:025-84893082

E-mail:youweiqian@gmail.com

陈怀海(1965—) 男,教授,博士生导师。主要研究方向:机械振动实验与分析,有限元建模与模型修正,结构动力学控制等。

Tel:025-84893082

E-mail:CHHNUAA@nuaa.edu.cn

贺旭东(1978—) 男,博士,讲师。主要研究方向:机械振动测试与控制。

Tel:025-84893082

E-mail:hexudong@hotmail.com

(责任编辑:李铁柏)