文章编号:1000-6893(2007)02-0456-04

# 航空弧齿锥齿轮齿面坐标测量的数据处理

方宗德,曹雪梅,张金良

(西北工业大学 机电学院,陕西 西安 710072)

Measuring Date Processing of Aviation Spiral Bevel Gears by Using Coordinate Measurement

FANG Zong-de, CAO Xue-mei, ZHANG Jin-liang

(School of Mechatronics, Northwestern Polytechnical University, Xi an 710072, China)

摘 要:针对复杂的航空弧齿锥齿轮齿面的误差测量,利用无转台、无专用软件系统的常规的三坐标测量仪, 基于微分几何和空间啮合理论,准确地表达了理论齿面,高效处理了齿面测量数据,精确地反映了齿面的加工 误差、加工变形、安装误差等因素综合产生的齿面误差,为制造高精度的航空弧齿锥齿轮提供了有效的手段。 以两对航空弧齿锥齿轮为例,分别对专用格里森软件计算得到的齿面数据和常规的三坐标测量仪实测的齿 面数据进行了数据处理,验证了本文方法的有效性和可行性。

关键词: 弧齿锥齿轮; 三坐标测量仪; 齿面; 数据处理; 误差分析

**中图分类号**:V232.8 **文献标识码**: A

Abstract : The high accuracy in manufacturing of aviation spiral bevel gears should be required, and the coordinate measurement is often used to determine the deviations of tooth surfaces caused by machining error, cutting deformation and misalignment. In this paper, applying the differential geometry and space engagement theory, the authors deduce the analytical representation of a theoretical tooth surface, and calculate the deviations of the real tooth surface measured by using the traditional coordinate measuring machine (CMM) without rotary table. Two pairs of aviation spiral bevel gears are taken for examples. By processing the tooth flank coordinates respectively measured by the traditional CMM without rotary table and by special Geason 's software, and comparing with the results, the approach presented in this paper is proved to be accurate and available, and capable to provide an effective method of processing the measuring date of aviation spiral bevel gears.

Key words: spiral bevel gear; coordinate measuring machine; tooth surface; date processing; error analysis

高精度的空间曲面三坐标测量技术已广泛应 用于现代制造业中,为复杂空间曲面的测量和加 工提供了有力的工具。航空弧齿锥齿轮的齿面是 各种齿轮类型中齿面几何非常复杂的一种。传统 的检验方式是在滚检机上通过一对齿轮的涂色层 对滚,观察齿面的印痕以判断其是否合格及性能 优劣。这样的方法一则依赖于经验很难使判断标 准量化,因而为齿面的进一步修正及性能的提高 带来困难,使中国弧齿锥齿轮的质量问题始终难 以全面解决,另外齿轮产品只能配对使用,失去了 产品零件的一项重要指标——互换性。

三坐标测量仪及相应技术的发展与应用为齿 面测量及制造、检验的数字化带来了时机<sup>[1,2]</sup>。 近年来,中国部分企业引进了专用的齿面三坐标 测量系统,配有专用夹持转台,并能与三坐标方向 联动,且配有专用的数据处理、分析软件系统,输 出能与数控机床互联,使加工误差反馈到机床调 整上,控制了齿面加工精度。但这样的系统价格 十分昂贵,目前还难以普及应用,大部分企业只能 使用常规的三坐标测量仪,无专用转台和齿面数 据处理的软件系统。

本文用这种常规三坐标测量仪为对象,以微 分几何和空间啮合原理为基础,准确表达了理论 齿面,通过和测量得到的实际齿面的比较,获得了 高精度的齿面误差分析,反映了加工误差、(冷热) 加工变形和安装误差的综合影响,为使齿面质量 控制进入数字化提供了条件。

# 1 齿面表达

航空弧齿锥齿轮一般使用 SGM 方法加工, 即大轮用双面展成,小轮用变性法单面展成,分别 与大轮的两侧齿面相配。大、小轮的齿面表达基 于微分几何和空间啮合理论,通过加工仿真推导 如下<sup>[3-5]</sup>。

收稿日期:2005-11-28;修订日期:2006-03-20

基金项目:国家自然科学基金(50475148);航空科学基金(04C53015) 通讯作者:方宗德 E-mail:fauto @nwpu.edu.cn

### 1.1 大轮齿面的表达

图 1 所示是大轮的切齿刀具。图中: r<sub>22</sub>为刀 尖半径; G 为刀具齿形角;刀具切削表面用参数 G, s<sub>G</sub> 表示为

 $\mathbf{r}_{G}(G, S_{G}) = \begin{bmatrix} (r_{c2} - s_{G}\sin G)\cos G \\ (r_{c2} - s_{G}\sin G)\sin G \\ - s_{G}\cos G \end{bmatrix}$ (1)



图 1 大轮切削锥面图 Fig. 1 Gear head-cutter

图 2 所示是大轮切齿坐标系。图中: $O_G$  为刀具中 心; $O_m 2$  为摇台中心; $O_2$  为齿轮工件的节锥顶点;  $S_{c2}$ , $S_m 2$ , $S_{d2}$ 坐标系固定在机床上; $S_G$  和  $S_2$  分别 固定在刀具和齿轮工件上; $X_{B2}$ 为床位; 2 为大轮 安装角; $\Phi_b$  和  $\Phi$  分别为摇台和齿轮工件的转角, 根据图中关系,齿面在  $S_2$  中的表达式为

$$r_{2} ( G, s_{G}, \phi_{G}, \phi_{2}) = M_{2d2} (\phi_{2}) M_{d2m2} \cdot M_{m2c2} M_{c2G} (\phi_{G}) r_{G} (G, s_{G})$$

$$(2)$$

式中:M为4 ×4 坐标转换矩阵。SGM 制大、小 轮齿面均用展成法加工,切削时刀具运动形成产 成轮假想齿面,与大轮工件齿面啮合,因此需满足 以下啮合方程和传动条件

$$n_{m2} v_{m2}^{(G2)} = f(_{G}, s_{G}, \phi_{G}) = 0$$
  
$$\phi_{2} = m_{2G} \phi_{G}$$
(3)

式中: $m_{2G}$ 为切削滚比; $n_{m2}$ 和 $v_{m2}^{(G2)}$ 为齿面法线和相 对速度在 $S_{m2}$ 中的表达。将式(3)代入式(2)中, 消去参数 $s_{G}$ 和 $\phi_{2}$ 得

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_2 \left( \begin{array}{c} \mathbf{G} \\ \mathbf{\varphi}_{\mathbf{G}} \end{array} \right) \tag{4}$$

即是大轮齿面在 S2 中的准确表达。

#### 1.2 小轮齿面的表达

根据图 3 所示,小轮刀具切削面用参数 <sub>p</sub>,<sub>sp</sub> 表示为



图 4 所示是小轮切齿坐标系。图中 : *O*<sub>n</sub> 为摇 台中心 ; *O*<sub>1</sub> 为齿轮工件的节锥顶点 ; *S*<sub>b</sub> , *S*<sub>n</sub> 坐标 系固定在机床上 ,比大轮切齿增加了床位 *X*<sub>G1</sub> 和 垂直轮位 *E*<sub>m1</sub>。切削滚比 *m*<sub>1p</sub> 由于采用变性机构 修正齿面 ,因而在切削过程中被加工小轮转角 여 为摇台转角 역 的函数 ,但在加工设计中确定了变 性机构参数的条件下 ,每一瞬时 ,即相对每一 역 , *m*<sub>1p</sub>是确定已知的 ,因此可同样获得小轮齿面在固 定于小轮上的坐标系中的准确表达式

$$= \mathbf{r}_1(\mathbf{p}, \boldsymbol{\varphi}) \tag{6}$$



## 2 单齿面测量误差分析

根据格里森公司的标准,弧齿锥齿轮齿面测 量时,沿齿长取9个测点,沿齿高取5个测点,因 此,全齿面共取45个测点。常规的三坐标测量 仪,可采用手动方式或按预先编好的程序自动测 取上述齿面45个测点的坐标。

误差定义为:在齿面任一给定点上,实际齿面 偏离理论齿面的距离。按照这一定义,单齿面测 量误差分析可分两步进行:

(1) 对实际齿面进行定位,理论齿面的坐标 原点一般取在节锥顶点,而实际齿面的轴向定位 一般在凸肩,因此通过简单的轴向坐标平移可使 基准重合。然而齿面可绕轴线回转,实际齿面在 不同的角向位置上,偏离理论齿面的距离是不同 的,因此必须对齿面进行角向定位。设实际齿面 测点坐标为: $[x_{ri} y_{ri} z_{ri}]^{T}(i=1,...,45),其中$ Z为轴线方向。取沿齿长第5点、沿齿高第3点, $即齿面中心点为基准点,写为<math>[x_{rm} y_{rm} z_{rm}]^{T}$ , 使实际齿面转动 角度后该点与理论齿面重合, 条件为

$$x(, \phi) = x_{rm}\cos + y_{rm}\sin y(, \phi) = -x_{rm}\sin + y_{rm}\cos z(, \phi) = z_{rm}$$
(7)

式中: $x(, \phi, y(, \phi, z(, \phi))$ 理论齿面  $r(, \phi)$ (见式(4)、式(6))的分量。求解三维非线性方程 组式(7),得到实际齿面与理论齿面在中心点重合 时的, $\phi$ ,。再将 45 个坐标点全部绕轴旋转 角,即可完成角向定位

 $x_{i} = x_{ri}\cos + y_{ri}\sin$   $y_{i} = -x_{ri}\sin + y_{ri}\cos$   $z_{i} = z_{ri}$  (i = 1, ..., 45) (8)

(2) 计算齿面误差。首先确定理论齿面相应 于实际齿面测点[*x<sub>ri</sub>*,*y<sub>ri</sub>*,*z<sub>ri</sub>]<sup>T</sup>*的点,条件为

式(9)为二维非线性方程组,解得, $\phi$ 及相应 的 $x(i, \phi), y(i, \phi)$ 和 $z(i, \phi)$ ,即可最后确定该 测点的齿面误差为

$$\sqrt{(x(i, \phi_i) - x_i)^2 + (y(i, \phi_i) - y_i)^2 + (z(i, \phi_i) - z_i)^2} (i = 1, ..., 45)$$
(10)

*i* =

### 3 多齿面测量误差分析

为了取得齿面误差的统计数据,通常沿齿轮 圆周取几个齿进行测量,测量结果可用两种方式 进行处理。

### 3.1 平均处理

为了减小加工和测量中的随机误差,可以采 用平均处理方法,以突出系统误差,便于在批量加 工中加以校正。处理步骤为: 每个齿面的误差 按第2节的方式加以处理; 对所有被测齿面按 相应点取误差平均值。

#### 3.2 单齿处理方法

上述平均处理方法的优点是可以得到单个齿 面齿面误差的统计特征,缺点是忽略了齿间关系, 即齿距误差和齿距累计误差,该项误差对齿轮啮 合有重要的影响。

多齿面测量的单齿处理方法与第3节单齿面 测量的主要区别在于实际齿面的角向定位不是按 式(7)计算,而是通过下式确定

= +2(N-1) / Z (11)
式中:为式(7)确定的第1个被测齿的定位角;
N为面对齿轮小端沿顺时针方向当前被测齿的
序号; Z为齿数; 当 N为1时,即 为 ,可见式
(11)对第1个齿也成立。然后应用式(8),将当前
齿面测点坐标进行坐标变换,再按式(9)、式(10)
计算齿面误差。由式(11)知,实际齿面是按理论
位置角向定位,因此计算得到的误差中也反映了
齿距累积误差。

一般说来,平均处理和单齿处理两种方式可 以综合采用,以便比较完全地反映齿轮的误差状 况。

#### 4 误差处理数据的验证

按上述方法编制了 SGM 制航空弧齿锥齿轮 齿面三坐标测量数据处理软件系统,只须输入常 规三坐标测量仪测量的齿面坐标数据,及齿轮几 何参数和加工参数,即可输出误差分析数据,并给 出误差分布图形。

验证一:根据某一对航空弧齿锥齿轮的加工 参数,用格里森软件计算得到的理论齿面与采用 本文上述软件计算得到的理论齿面进行对比(每 个齿面对比45个坐标点)。将齿轮几何参数和加 工参数及格里森软件计算得到的理论齿面的坐标 点输入本软件,两种软件计算出的大轮理论齿面 最大误差仅为 0.14 µm,小轮理论齿面最大误差 仅为 1.35 µm。

验证二:某一对航空弧齿锥齿轮采用 GL EA-SON 公司生产的 Phoenix 磨齿机加工,加工参数 由配套的格里森软件计算输出,用常规的无转台 三坐标测量仪进行了齿面测量,并采用本文上述 软件进行了测量数据处理,小轮测了3个齿,大轮 测了3个齿,使用平均处理,误差图形见图5所 示。图5(a)为大轮误差图,大轮齿面最大误差约 为7.90μm,图5(b)为小轮误差图,小轮齿面最大 误差约为19.25μm,达到航空齿轮的测量要求, 但测量设备的成本大幅度下降,因此本文的方法 具有广阔的应用前景。





图 5 常规设备与本文软件获得的齿面误差

Fig. 5 Deviations of tooth surface by traditional coordinate measuring machine and the software presented in this paper

#### 5 结 论

针对 SGM 制航空弧齿锥齿轮制造,采用常规无转台三坐标测量仪,应用微分几何和空间啮合理论,推导了齿面误差数据的处理方法,并编制了相应软件,通过与专用引进设备配套格里森软件测量处理结果的比较,验证了本文方法的有效性和可行性,并大大降低了设备成本。

![](_page_3_Figure_11.jpeg)

- Litvin F L. Identification and minimization of deviation of real gear tooth surfaces[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1991, 113(1):55-59.
- [2] Zhang Y. Computering analysis of meshing and contact of gear real tooth surfaces[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1994, 116(1): 677-671.
- [3] 方宗德. 准双曲面齿轮的轮齿接触分析[J]. 汽车工程, 1998,20(6):350-355.
   Fang Z D. Tooth contact analysis for hypoid gear[J]. Au-

tomotive Engineering ,1998 ,20(6) :350-355. (in Chinese)

[4] 方宗德.高速弧齿锥齿轮动态啮合质量优化[J].航空学报,2001,22(1):69-77.

Fang Z D. Optimization of dynamic meshing behavior of high speed spiral bevel gears[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica ,2001 ,22(1) :69-77. (in Chinese)

[5] 方宗德.基于传动误差设计的弧齿锥齿轮啮合分析[J].航 空学报,2002,23(3):226-230.

Fang Z D. Tooth contact analysis of spiral bevel gears based on the design of transmission error [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2002, 23 (3) : 226-230. (in Chinese)

#### 作者简介:

![](_page_3_Picture_21.jpeg)

**方宗德**(1948 - ) 男,教授,博士生导师。 主要研究方向:机械系统动力学、机械设计、 CAE、微小型飞行器结构设计。 Tel:029-88493958。 E-mail:fauto@nwpu.edu.cn

(责任编辑:蔡 斐)