

# 一种新的多径相关瑞利信道的数学模型: 理论分析及仿真比较<sup>1</sup>

吴湛击\* \*\* 邹自明\* 孟德香\* 吴伟陵\*

\*(北京邮电大学信息工程系 181 信箱 北京 100876)

\*\* (中国松下研发公司尖端移动通信实验室 北京 100080)

**摘 要:** 产生统计独立的多径相关瑞利信道是无线信道仿真的一个基本问题。Jakes 模型得到了广泛应用, 但它在统计独立性方面还存在一些问题。该文提出一种新的相关瑞利信道的数学模型。理论分析和仿真比较表明它在计算复杂度和统计独立性方面比最初的 Jakes 模型及其近来发现的改进模型更加简单有效。

**关键词:** 相关瑞利信道, 无线衰落信道仿真, Jakes 模型

**中图分类号:** TN92 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)12-1933-05

## A New Math Model of Multiple Independent Correlated Rayleigh Fading: Theory Analysis and Simulation Comparison

Wu Zhan-ji\* \*\* Zou Zi-ming\* Meng De-xiang\* Wu Wei-ling\*

\*(Dept of Info. Eng., Beijing Univ. of Post and Telecomm., Beijing 100876, China)

\*\* (Advanced Mobile Communication Laboratory,

Panasonic R&D Center China Co. Ltd, Beijing 100080, China)

**Abstract** It is a basic problem for the simulation of correlated Rayleigh fading to produce the multiple independent Rayleigh fading waveforms. Jakes model has been widely accepted, but it has major shortcoming in the statistical independence. A new math model of multiple independent correlated Rayleigh fading is put forward. Both theory and simulation show that it is superior to the original Jakes model and its modified models that have been discovered in the aspects of the computation complexity and statistical independence.

**Key words** Correlated Rayleigh fading, Wireless fading channel simulation, Jakes model

### 1 引言

无线信道仿真的一项基本任务是在小尺度的空域和时域上产生多径独立的相关瑞利衰落。这样的小尺度无线信道可以建模为一个具有时变抽头系数的横向抽头延时线模型。对于瑞利衰落, 这样的时变抽头系数是统计独立的复高斯随机过程, 应满足以下准则: (1) 复高斯随机过程的实部和虚部分量是相互独立的零均值的高斯过程, 其包络服从瑞利分布, 相位服从均匀分布, 其自相关函数是零阶贝塞耳函数, 互相关函数应为零; (2) 任意两个复高斯随机过程相互独立, 其互相关函数应为零。

在近几十年来, 人们提出了许多不同的模型用于仿真小尺度的无线瑞利衰落信道<sup>[1-11]</sup>。这些模型可以分为两类, 统计类和确定类。统计类模型是基于对时域或者频域上的复高斯随机过程进行功率谱密度的滤波成形, 而确定类模型是基于对时域上的精心选择的有限个余弦波进行叠加。Clark 模型属于统计类模型, 宜于产生满足以上准则的统计独立的瑞利衰落, 但需要

<sup>1</sup> 2003-07-07 收到, 2003-12-04 改回  
国家自然科学基金 (60272068) 资助课题

精心设计数字成形滤波器和进行大数据量的 FFT(快速傅里叶变换) 运算, 其实现复杂度较高, 不适于高速实时仿真。Jakes 模型属于确定类模型<sup>[4]</sup>, 由于其简单性而得到了广泛的应用, 但其在统计独立性和各态历经性方面存在一定的局限性。为产生统计独立的多径瑞利衰落, Jakes 在其标准模型的基础上对每个振荡器引入了不同的确定附加相位, 而文献 [8] 则对每个振荡器引入不同的随机相位, 另外, 文献 [9] 则通过对不同的多径衰落引入不同的正交函数来解决这一问题。但以上 3 种改进的 Jakes 模型仍然不能很好地解决统计独立性问题, 文献 [2] 通过对实部和虚部分量精心选择不同的频移和引入随机相位, 做出了很好的改进, 不过其实现复杂度约是标准 Jakes 模型的两倍。

在文献 [2, 9] 的基础上, 本文通过对不同径的实部和虚部分量精心选择不同的频移和正交函数, 提出一种新的数学模型。在理论方面, 从时域上分析了其自相关和互相关统计特性, 从频域上分析了其功率谱密度函数及其二阶距。在仿真方面, 详尽测试了各种统计特性, 并与标准 Jakes 模型及其改进模型做了仿真对比测试。理论分析和仿真比较表明, 本文提出的数学模型在没有增加标准 Jakes 模型的实现复杂度的前提下较好地解决了统计独立性的问题, 因而是一种简单有效的数学模型。本文所提出的数学模型可以广泛用于移动通讯的无线信道仿真中, 尤其是可以方便地运用到 GSM 协议和 3GPP 协议中所提出的多径传播的信道模型。

本文其余部分的结构安排如下: 第 2 节为确定类多径相关瑞利信道的研究综述; 第 3 节为新模型的提出及其统计特性分析; 第 4 节为仿真比较测试; 第 5 节给出结论。

## 2 确定类多径相关瑞利信道的研究综述

假设到达移动终端接收天线上的电磁波有均匀分布的入射角、相位和相等的入射功率, 那么有  $N$  个等功率入射波的第  $k$  径标准 Jakes 模型可以建模为<sup>[4]</sup>:

$$T_k(t) = \sqrt{\frac{1}{2N_0 + 1}} \left\{ 2 \sum_{n=0}^{N_0} (\cos \beta_n + j \sin \beta_n) \cos(\omega_M \cos \alpha_n t + \theta_{nk}) + \sqrt{2} \cos(\omega_M t + \theta_{0k}) \right\} \quad (1)$$

其中  $k = 1, 2, \dots, N_0$ ,  $\omega_m = 2\pi f_M$ ,  $f_M$  是最大多普勒频偏,  $N_0 = (1/2)(N/2 - 1)$ ,  $\alpha_n = 2\pi n/N$ ,  $\beta_n = \pi n/(N_0 + 1)$ ,  $\theta_{nk} = \pi n/(N_0 + 1) + 2\pi(k - 1)/(N_0 + 1)$ 。

一种修正的 Jakes 模型由 Dent 在文献 [9] 中提出 (下文称为 Dent 模型), 如式 (2) 所示:

$$T_k(t) = \sqrt{\frac{2}{N_0}} \sum_{n=1}^{N_0} A_k(n) (\cos \beta_n + j \sin \beta_n) \cos(\omega_M \cos \alpha_n t + \theta_{nk}), \quad k = 1, 2, \dots, N_0 \quad (2)$$

其中  $N_0 = N/4$ ,  $\alpha_n = 2\pi n/N - (\pi/N)$ ,  $\beta_n = \pi n/N_0$ ,  $\theta_n$  是均匀分布的随机相位,  $A_k(n)$  是任意的正交函数, 满足  $\frac{1}{N_0} \sum_{n=1}^{N_0} A_k^*(n) A_l(n) = \begin{cases} 1, & k = l; \\ 0, & k \neq l. \end{cases}$

上述两种模型在统计独立性方面都不很理想, 因此 Li Yun-xin 最近在文献 [2] 中提出了一种新的改进模型 (下文称为 Li 模型), 如式 (3) 所示:

$$T_k(t) = \sqrt{\frac{1}{N_0}} \sum_{n=1}^{N_0-1} [\cos(\omega_M \cos \alpha_{nk} \cdot t + \theta_{nk}) + j \sin(\omega_M \sin \alpha_{nk} \cdot t + \theta'_{nk})] \quad (3)$$

其中  $k = 0, 1, 2, \dots, M - 1$ ,  $\omega_M = 2\pi f_M$ ,  $f_M$  是最大多普勒频偏,  $M$  是总径数,  $N_0 = N/4$ ,

$$\alpha_{nk} = 2\pi n/N + 2\pi k/(MN) + \alpha_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N - 1; \quad k = 0, 1, 2, \dots, M - 1 \quad (4)$$

$0 < \alpha_0 < 2\pi/(MN)$ ，且  $\alpha_0 \neq \pi/(MN)$ ， $\theta_{nk}$  和  $\theta'_{nk}$  是统计独立的均匀分布的随机相位。

Li 模型的相关函数的集平均 (Ensemble-average) 和时间平均 (Time-average) 的结果是一致的，因而它是广义平稳且各态历经的。与标准 Jakes 模型和 Dent 模型相比较，Li 模型互相关函数的理论值为零，在统计独立性方面有了明显的改善，不过它的实现复杂度增加了，其实部和虚部函数有着不同的频偏和表达函数，因而其运算量至少是前两种模型的两倍。总之，Li 模型是以计算复杂度为代价换取统计性能上的改善。

### 3 新模型的提出及其统计特性分析

中心极限定律表明高斯过程可以由许多有着均匀分布相位的正弦波的叠加来近似，确定类模型的构造正是基于这样的基本原理。同样，我们假设到达移动终端接收天线上的电磁波有均匀分布的入射角和相等的入射功率，需要产生  $M$  个统计独立的相关瑞利衰落，而每个衰落有  $N$  个等功率入射波，那么第  $k$  径新模型可以建模为 (下文简称为吴模型)：

$$T_k(t) = \sqrt{\frac{1}{N_0}} \sum_{n=0}^{N_0-1} (A_{k1}(n) + jA_{k2}(n))[\cos \omega_M \alpha_{nk} \cdot t + \theta_n], \quad k = 0, 1, 2, \dots, M - 1, \quad (5)$$

其中  $\omega_M = 2\pi f_M$ ， $f_M$  是最大多普勒频偏， $M$  是总径数， $N_0 = N/4$ ， $\alpha_{nk} = 2\pi n/N + 2\pi k/(MN)$ ， $n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ ； $k = 0, 1, 2, \dots, M - 1$ 。

新模型的  $\alpha_{nk}$  与 Li 模型中的  $\alpha_{nk}$  的定义类似，但可以没有初始相角  $\alpha_0$ 。在 Li 模型中，初始相角  $\alpha_0$  的设定主要是为了使得实部和虚部有着不同的频偏，从而降低统计相关性。而对于新模型，实部和虚部都采用相同的频偏，其统计独立性主要靠选取不同的正交函数来保证。

$A_{k1}(n)$ ， $A_{k2}(n)$  分别是为实部和虚部分配的不同正交函数，满足

$$\frac{1}{N_0} \sum_{n=0}^{N_0-1} A_{kp}^*(n) A_{lq}(n) = \begin{cases} 1, & k = l, p = q \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \quad k, l = 0, 1, 2, \dots, M - 1, \quad p, q = 1, 2$$

当  $\theta_n$  全为零时，我们得到简化的新模型；当  $\theta_n$  是均匀分布的随机相位时，我们得到的新模型是广义平稳过程 (Wide sense stationary procession)。事实上， $\theta_n$  的取值对新模型的统计独立性影响不大，这与标准 Jakes 模型有着根本区别。对于标准 Jakes 模型，当  $\theta_n$  全为零时，也就无所谓多径之间的区别了。

以时间平均计，新模型的相关函数如式 (6)-(9) 所示：

$$\langle T_{kr}(t) T_{kr}(t + \tau) \rangle = \frac{1}{2N_0} \left[ \sum_{n=0}^{N_0-1} \cos(\omega_M \cos \alpha_{nk} \cdot \tau) \right] \quad (6)$$

$$\langle T_{ki}(t) T_{ki}(t + \tau) \rangle = \frac{1}{2N_0} \left[ \sum_{n=0}^{N_0-1} \cos(\omega_M \cos \alpha_{nk} \cdot \tau) \right] \quad (7)$$

$$\langle T_{kr}(t) T_{ki}(t + \tau) \rangle = \frac{1}{2N_0} \left[ \sum_{n=0}^{N_0-1} A_{k1}(n) A_{k2}(n) \cos(\omega_M \cos \alpha_{nk} \cdot \tau) \right] \quad (8)$$

$$\langle T_k^*(t) T_l(t + \tau) \rangle = \begin{cases} \frac{1}{N_0} \sum_{n=0}^{N_0-1} \cos(\omega_M \cos \alpha_{nk} \cdot \tau), & k = l \\ 0, & k \neq l \end{cases} \quad (9)$$

$\langle \cdot \rangle$  表示求时间平均，其定义式为  $\langle f(t) \rangle \equiv \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^{+T} f(t) dt$ 。由式 (9) 有  $T_k(t)$  的归一化的自相关函数， $R_k(\tau) = \frac{1}{N_0} \sum_{n=0}^{N_0-1} \cos(\omega_M \cos \alpha_{nk} \cdot \tau)$ ，则通过傅里叶变换容易得到其相



应的功率谱密度函数, 如式 (10) 所示:

$$S_k(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_k(\tau) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau = \frac{1}{2N_0} \sum_{n=0}^{N_0-1} \delta(f - f_m \cos \alpha_{nk}) + \delta(f + f_m \cos \alpha_{nk}) \quad (10)$$

其中,  $\delta(\cdot)$  表示单位冲激函数, 则  $S_k(f)$  的  $n$  阶距 ( $n = 0, 1, 2$ ) 可以表示为式 (11)-(13):

$$b_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_k(f) df = R_k(0) = \frac{1}{2N_0} \sum_{n=0}^{N_0-1} 1 + 1 = 1 \quad (11)$$

$$b_1 = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} f S_k(f) df = -j \cdot \dot{R}_k(0) = \frac{\pi}{N_0} \sum_{n=0}^{N_0-1} -f_m \cos \alpha_{nk} + f_m \cos \alpha_{nk} = 0 \quad (12)$$

$$\begin{aligned} b_2 &= (2\pi)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} f^2 S_k(f) df = -j \ddot{R}_k(0) = \frac{(2\pi)^2}{N_0} \sum_{n=0}^{N_0-1} f_m^2 \cos^2 \alpha_{nk} \\ &= \frac{\omega^2}{2N_0} \sum_{n=0}^{N_0-1} (1 + \cos 2\alpha_{nk}) = \frac{\omega^2}{2} \end{aligned} \quad (13)$$

其中  $\dot{R}_k(\tau)$  和  $\ddot{R}_k(\tau)$  分别表示  $R_k(\tau)$  的一阶和二阶导数. 式 (11) 至式 (13) 各式都与标准 Jakes 模型的理论值吻合.

在计算复杂度方面, 新模型与标准 Jakes 模型和 Dent 模型相当, 只是 Li 模型的一半.

### 4 仿真比较测试

我们重点比较了标准 Jakes, Dent, Li 和新模型的统计独立性, 主要是时间自相关和互相关方面的测试, 我们的测试参数如下: 独立等概信源的抽样频率  $f_s$  为 3840 Hz, 最大多普勒频偏  $f_m$  是 20 Hz, 总的抽样点数  $N_s$  是 38400, 总的多径数  $M$  是 8.

为了定量的比较这 4 种模型和 Clark 的自相关特性, 我们以均方误差做为度量, 如式 (14) 所示:

$$\varepsilon^2 = \left\{ \sum_{i=0}^{N-1} \left[ R\left(\frac{i}{f_s}\right) - \frac{J_0(2\pi f_m i / f_s)}{2} \right]^2 / N \right\} \quad (14)$$

其中  $N$  取 1000, 我们得到的比较结果如表 1 所示. 由表 1 可见: 吴模型和 Li 模型的均方误差大致相当, 标准 Jakes, Clark 和 Dent 的均方误差也大致相当, 前两者比后三者有明显改善.

表 1 各种模型的自相关误差比较

	Clark	标准 Jakes	Dent	Li	吴
实部自相关误差	4.7E-3	6.0E-3	5.0E-3	3.1E-4	4.3E-4
虚部自相关误差	1.3E-3	6.7E-3	6.1E-3	1.1E-4	1.4E-4

为了定量的比较这 4 种模型和 Clark 的互相关特性, 我们以均方误差做为度量, 如式 (15) 所示:

$$\varepsilon^2 = \sum_{i=0}^{N-1} R^2\left(\frac{i}{f_s}\right) / N \quad (15)$$

其中  $N$  取 1000, 我们得到的比较结果如表 2 所示. 由表 2 可见: 吴模型, Li 模型和 Clark 的均方误差大致相当, 标准 Jakes 和 Dent 模型的均方误差也大致相当, 前三者比后两者有明显改善.

表 2 各种模型的互相关误差比较

	Clark	标准 Jakes	Dent	Li	吴
径内互相关误差	1.3E-3	7.3E-3	7.0E-3	8.6E-4	9.8E-4
径间互相关误差	3.89E-4	4.94E-2	2.59E-2	3.61E-4	8.7E-4

总之，充分的仿真测试表明新模型是准确有效的，在统计独立性上要优于标准 Jakes 模型和 Dent 模型，与 Li 模型相当，但其计算复杂度只有 Li 模型的一半。

## 5 结论

总结全文，可得到如下结论：

(1) 本文通过对不同径的实部和虚部分量精心选择不同的频移和正交函数，提出一种新的多径独立的相关瑞利信道的数学模型 - 吴模型。在理论方面，从时域上分析了其自相关和互相关统计特性，从频域上分析了其功率谱密度函数及其二阶距和计算量。

(2) 我们重点比较了标准 Jakes, Dent, Li 和新模型的统计独立性，主要是时间自相关 / 互相关方面的测试和计算量的比较，仿真测试表明：新模型在统计独立性上要优于标准 Jakes 模型和 Dent 模型，与 Li 模型相当。

(3) 在计算复杂度方面，吴模型只有 Li 模型的一半，而与标准 Jakes 和 Dent 模型相当。

(4) 因而，吴模型是简单有效的，可以广泛应用于移动通讯的无线信道仿真中，尤其是可以方便地运用到 GSM 协议和 3GPP 协议中所提出的多径传播的无线信道模型中。

## 参 考 文 献

- [1] Rappaport S 著, 蔡涛, 等翻译. 无线通信原理与应用. 第一版, 北京: 电子工业出版社, 1999: 第 4 章.
- [2] Li Yun-xin, Huang Xiao-jing. The Simulation of independent Rayleigh faders. *IEEE Trans. on Commun.*, 2002, COM-50(9): 1503-1514.
- [3] Proakis J G. Digital Communications. 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1995: 1st chapter.
- [4] Jakes W C. Microwave Mobile Communications. New York: Wiley, 1974: 1st chapter.
- [5] Young D J, Beaulieu N C. A quantitative evaluation of generation methods for correlated Rayleigh random variates. in Proc. GLOBECOM, Sydney, Australia, Nov.8-12, 1998: 3332-3337.
- [6] Verdin D, Tozer T C. Generating a fading process for the simulation of land-mobile radio communications. *Electron. Lett.*, 1993, 29(23): 2011-2012.
- [7] Fichtel S A. A novel approach to modeling and efficient simulation of frequency-selective fading radio channels. *IEEE J. Select. Areas Commun.*, 1993, 11(10): 422-431.
- [8] Pop M F, Beaulieu N C. Limitations of sum-of-sinusoids fading channel simulators. *IEEE Trans. on Commun.*, 2001, COM-49(43): 699-708.
- [9] Dent P, Bottomley G E, Croft T. Jakes fading model revisited. *Electron. Lett.*, 1993, 29(13): 1162-1163.
- [10] Pätzold M, Killat U, Laue F. A deterministic digital simulation model for Suzuki processes with application to a shadowed Rayleigh land mobile radio channel. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 1996, 45(40): 318-331.
- [11] Crespo P M, Jimenez J. Computer simulation of radio channels using a harmonic decomposition technique. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 1995, 44(39): 414-419.

吴湛击: 男, 1977 年生, 博士生, 研究范围包括宽带通信、编码理论、移动通信等.

邹自明: 男, 1974 年生, 现在中兴通讯上海研发中心工作, 主要从事 W-CDMA 中小区搜索以及同步方面的研究和开发工作.

孟德香: 男, 1973 年生, 博士生, 研究方向为移动无线信道中的信号处理研究, 包括编码、抗衰落等技术研究.

吴伟陵: 男, 1938 年生, 教授, 博士生导师, 中国电子学会信息论分会主任委员. 主要从事信息论、信息处理与移动通信方面的教学和科研工作.