

文章编号:1000-6893(2007)05-1110-06

基于改进蚁群算法的结构形状优化

宋锋, 温卫东, 崔海涛

(南京航空航天大学 能源与动力学院, 江苏 南京 210016)

Structural Shape Optimization Based on an Improved Ant Colony Algorithm

Song Feng, Wen Weidong, Cui Haitao

(College of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,
Nanjing 210016, China)

摘 要: 对 TACO 算法进行了改进, 引入最大最小蚁群算法, 并提出正实数编码方法和添加常数项的信息素更新技术, 以增大算法搜索范围, 简化搜索过程, 降低挥发系数、信息素上下限等参数和优化函数值对算法的影响程度, 改善算法的性能, 提高算法的普遍适应性, 并通过 3 个函数的优化求解, 证明了其有效性。对于目标函数为隐式的复杂结构优化问题, 提出将改进的蚁群算法与有限元方法相结合的方法, 发展用于航空发动机涡轮盘的结构形状优化分析, 结果表明所提出的方法是成功的。

关键词: 结构优化; 形状优化; 蚁群算法; TACO; 有限元方法

中图分类号: TP18; TP273 **文献标识码:** A

Abstract: An improved ant colony algorithm is developed based on TACO. MAX-MIN ant system is introduced. A new method of positive-real-number coding is put forward for enlarging search range and simplifying search process. In order to reduce the influence of the evaporation coefficients, the most and least value of pheromone and the value of optimized function, a new technology of constant-pheromone update is put forward. Thus the algorithmic performance and universality are improved. Through optimizing the solutions of three functions, their validity is proved. A new method of combining the improved ant colony algorithm and FEM is presented for the complicated structure whose objective function can't be showed by formula directly. The method is applied to the shape optimization of turbine disk. The results show that the method of combining the improved ant colony algorithm and FEM is successful.

Key words: structural optimization; shape optimization; ant colony algorithm; TACO; FEM

蚁群算法是由意大利学者 Dorigo M 等人于 20 世纪 90 年代初期通过模拟自然界中蚂蚁群体寻优行为而提出的一种新兴的启发式仿生进化算法。现已成功应用于旅行商问题(TSP)^[1]、资源二次分配(QAP)^[2]、图着色问题^[3]、车辆调度^[4]等问题。但在结构优化方面的应用目前不多, 且大都应用于优化目标函数可显式表达的较简单结构^[5-6]。2000 年 Hiroyasu 等人提出一种求解连续空间优化问题的 TACO 算法(touring ant colony optimization), 其基本思想与离散优化蚁群算法思想一致, 能较好较快的求得优化结果。Kalinli 等人针对 TACO 算法易于陷入局部最优的缺点, 提出了基于次数记忆的概率改进策略, 增加了路径选择的多样性。Karaboga 等人^[7]将 TACO 算法应用于数字 IIR 滤波器的设计, 收敛速度快且结果准确。陈焯^[8]对 TACO 算法进行了研究, 将生成的自变量二进制解转化为十进

制解, 使解的结果更加直观。但目前 TACO 算法受参数选定及优化函数的影响较大, 通用性较差。

本文引入最大最小蚁群算法(MMAS)^[9], 在 TACO 算法的基础上作进一步改进, 降低挥发系数、信息素上下限等参数和优化函数值对算法的影响程度, 改善算法的性能, 增强算法的普遍适应性, 并将改进蚁群算法与有限元方法相结合, 发展应用于优化目标函数隐式表达的结构优化问题, 以航空发动机涡轮盘为例, 对其进行形状优化分析。

1 TACO 的简介

(1) TACO 算法的数学模型

设自变量有 n 个分量, 每个分量 x_i ($i=1, 2, \dots, n$) 精确到小数点后 r 位, 这 r 位十进制数从左至右依次表示 x_i 的十分位、百分位等等, 从而产生 n 个在 $[0, 1)$ 之间的自变量分量。这 n 个分量对应的十进制数从左至右首尾依次相连, 形成了

收稿日期:2006-08-31; 修订日期:2007-03-27

通讯作者:宋锋 E-mail:songfengnarushang@yahoo.com.cn

一个 $l=n \times r$ 位的十进制数字串 $\{d(1), d(2), \dots, d(l)\}$ 。数字串每一位上对应标号为 $0 \sim 9$ 的 10 个结点,每个结点号表示该位上的取值。一只蚂蚁依次穿过 l 位到达终点,完成一条路径,由式(1)编码得到自变量的解

$$x_i = \sum_{j=1}^r d[(i-1)r + j] \times 10^{-j} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (1)$$

如图 1 所示,假设 $n=2, r=5$,蚂蚁完成的一条路径对应的数字串 $d=\{4, 8, 6, 2, 5, 1, 3, 2, 4, 7\}$,则由式(1)得到自变量 $X=(x_1, x_2)=(0.486\ 25, 0.132\ 47)$ 。

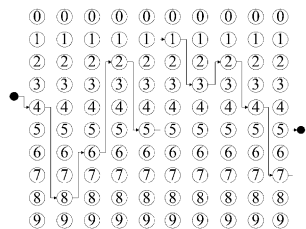


图 1 一只蚂蚁选择路径
Fig. 1 Path found by an ant

要到达终点完成一条路径,蚂蚁必须从左至右依次经过第 1 位、第 2 位直到最后一位。这样蚂蚁每次试图达到下一位时,就会遇到 10 个选择,这样根据式(2)来确定究竟选择哪一结点

$$S_a = \begin{cases} \arg \max_{b=0,1,\dots,9} [\tau_a(b)] & q \leq q_0 \\ S_{ap} & q > q_0 \end{cases} \quad (2)$$

式中: S_a 为蚂蚁在第 a 位 ($a=1, 2, \dots, l$) 选择的结点号; $\tau_a(b)$ 为第 a 位第 b 号结点上的信息素量; q 为随机数; q_0 为一个参数 ($0 \leq q_0 \leq 1$); \arg 为函数最大时的自变量值; S_{ap} 为根据式(3)计算得到的概率 $p_a(b)$,运用赌盘式选择法选择的结点号

$$p_a(b) = \frac{\tau_a(b)}{\sum_{k=0}^9 \tau_a(k)} \quad (3)$$

蚂蚁每完成一条路径,就会根据式(4)进行该路径上信息素的局部更新

$$\tau_a(b) \leftarrow (1 - \rho)\tau_a(b) + \rho\tau_0 \quad (4)$$

式中: ρ 为信息素挥发参数, $0 \leq \rho < 1$; τ_0 为一常数。

当蚂蚁完成一条路径后,编码得到自变量的解,由此可以计算得到函数值。在所有蚂蚁都完成一次路径后,选择对应函数值最优的蚂蚁,将这

只蚂蚁称为当前最优蚂蚁,如果它比全局最优蚂蚁还优,就用这只蚂蚁代替原来的全局最优蚂蚁。每次所有蚂蚁完成一次路径后,就在全局最优蚂蚁所完成的路径上,根据式(5)进行信息素的全局更新

$$\tau_a'(b) \leftarrow (1 - \gamma)\tau_a'(b) + \gamma/f_{\text{best}} \quad (5)$$

式中: $\tau_a'(b)$ 为全局最优蚂蚁在第 a 位中选择 b 号结点的信息素量; γ 为信息素挥发参数, $0 \leq \gamma < 1$; f_{best} 为全局最优蚂蚁所对应的函数值。

(2) 算法的实现步骤

① 参数初始化;

② 每只蚂蚁选择 1 条从第 1 位到第 l 位的路径,蚂蚁的初始结点随机产生,而后其他每位上的结点根据式(2)和式(3)进行选择;

③ 由式(4)局部更新每条路径上的信息素量;

④ 根据蚂蚁走过的路径,由式(1)得到函数自变量的解,计算出函数值;

⑤ 选择出当前最优蚂蚁,如果它优于全局最优蚂蚁,则将其设置为全局最优蚂蚁,在全局最优蚂蚁所走路径上,根据式(5)进行信息素的全局更新;

⑥ 循环次数加 1,若循环次数小于指定次数,则转到步骤②,否则算法结束。

2 算法改进

(1) 编码的改进

由式(1)可以看出, TACO 算法的编码是 $[0, 1)$ 之间的实数,适用于较小的搜索范围,对于搜索范围较大的函数,则需要很长的编码字符串才能保证计算精度。为了直接在搜索范围内进行编码,简化搜索过程,减少映射等复杂环节,增大搜索范围,本文扩展提出一种正实数编码方法,即蚁群算法中自变量的解由表示的十进制数字串 $\{d(1), d(2), \dots, d(l)\}$, 根据如下编码公式(6)得到

$$x_i = \sum_{j=1}^{l_i} \left[d \left(\sum_{m=1}^i l_{m-1} + j \right) \times 10^{k_i-j+1} \right] \quad (i = 1, \dots, n) \quad (6)$$

式中: n 为自变量的分量个数; l_i 为第 i 个分量的数字串的长度,即第 i 个分量的有效位数,且 $l_0=0; l = \sum_{i=1}^n l_i$ 为自变量数字串的总长度; 10^{k_i-j+1} 为第 i 个分量数字串所在位的权; k_i 的

随 x_i 搜索范围而定。如图 1 所示为一只蚂蚁路径,即 $\{4, 8, 6, 2, 5, 1, 3, 2, 4, 7\}$; x_1 的搜索范围为 $[0, 100)$, 取 $k_1 = 1$; x_2 的搜索范围为 $[0, 10)$, 取 $k_2 = 0$ 。若取 $n = 2, l_1 = 6, l_2 = 4$, 那么, 根据式 (6) 得到自变量的解为 $X = (x_1, x_2) = (48.625\ 1, 3.247\ 0)$ 。可以根据不同的搜索范围来确定不同的编码方式, 若出现负实数范围, 只需进行坐标变换至正实数范围即可。

(2) 信息素更新的改进

蚂蚁以信息素作为媒介进行交流, 可见信息素对算法性能的影响是巨大的。由式 (4) 可以看出, 由于蚁群算法受挥发系数 ρ 的影响, 与 τ_0 的取值亦有关系。为了减少挥发系数 ρ 及参数 τ_0 对算法性能的影响, 故将式 (4) 改进为

$$\tau_a(b) \leftarrow (1 - \rho)\tau_a(b) + C_1 \quad (7)$$

式中: C_1 为常数。

由式 (5) 可以看出, f_{best} 为全局最优蚂蚁所对应的函数值, 对于某一优化函数, 其值有所不同; 而对于不同的优化函数, f_{best} 值亦有所不同, γ/f_{best} 此项随所对应的函数值的不同, 波动起伏较大, 这样对算法不利。对于函数值为正且较小时, γ/f_{best} 的值很大, 式 (4) 的更新有明显的优势, 但也易陷入局部最优; 而对于函数值很大时, γ/f_{best} 过于小, 式 (4) 的全局更新的效果就很难体现; 一旦函数值出现负数, 那么对于全局最优蚂蚁的信息素不是增加反而是在降低, 这明显不符合算法的思想, 且蚁群算法也受挥发系数 γ 的影响。为了减少 f_{best} 及挥发系数 γ 对算法的影响, 所以式 (5) 改进为

$$\tau_a'(b) \leftarrow (1 - \gamma)\tau_a'(b) + C_2 \quad (8)$$

式中: C_2 为常数。

由于 $\tau_{\text{max}}, \tau_{\text{min}}$ 值的设定十分重要, 且均与 f_{best} 及挥发系数 ρ, γ 有着密切的关系, 而式 (7)、式 (8) 对信息素的改进, 降低了信息素受 f_{best} 及挥发系数 ρ, γ 影响的程度, 方便了 $\tau_{\text{max}}, \tau_{\text{min}}$ 值的选取, 使得算法本身的性能更具普遍的适应性。

3 函数优化算例

本文 3 个算例均在 P4-1.7G 的 CPU, 512M 内存的 PC 机环境下, 进行了 100 次计算, 并统计计算结果所得。理论最优值收敛精度为 10^{-4} 。其中, “收敛率”为在 100 次计算中最优解在理论最优值收敛精度范围内的百分比; “平均收敛次数”为 100 次计算过程中达到最优时迭代次数的

平均值。

设置蚂蚁数 5 只, 迭代次数为 9 000 次, 每个分量的字符串长度 l_i 均为 8, $q_0 = 0.2, \rho = 0.4, \gamma = 0.1, \tau_{\text{min}} = 20, \tau_{\text{min}} = 0.1, C_1 = 0.05, C_2 = 0.50$ 。

(1) 求函数 $f(x_1, x_2) = \frac{\sin^2 \sqrt{x_1^2 + x_2^2} - 0.5}{[1 + 0.001(x_1^2 + x_2^2)]^2} - 0.5, -100 \leq x_1, x_2 \leq 100$ 最小值。

此函数只有一个全局最小点 (0, 0), 最小值为 -1。统计所得结果如表 1 所示。

表 1 改进前后函数 1 统计结果

Table 1 Unimproved and improved statistical results of function 1

	得到最优值	平均最优值	收敛率/%
改进前	-0.999 97	-0.992 84	1
改进后	-1	-0.999 80	98
x_1 的平均值	x_2 的平均值	平均收敛次数	平均运算时间/s
1.133 183	1.257 947	4 691	1.53
-0.016 989	-0.016 994	2 484	1.34

(2) 求函数 $f(x_1, x_2) = -20 \exp \left[-0.2 \times \sqrt{\frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2)} \right] - \exp \left(\frac{\cos 2\pi x_1 + \cos 2\pi x_2}{2} \right) + 30 + e, |x_i| \leq 5$ 最小值。

此函数只有一个全局最小点 (0, 0), 最小值为 10。统计所得结果如表 2 所示。

表 2 改进前后函数 2 统计结果

Table 2 Unimproved and improved statistical results of function 2

	得到最优值	平均最优值	收敛率/%
改进前	10.000 74	10.027 12	0
改进后	10	10	100
x_1 的平均值	x_2 的平均值	平均收敛次数	平均运算时间/s
0.004 812 8	0.005 442 1	5 462	1.56
0.000 000 2	0.000 000 3	4 775	1.34

(3) 求函数 $f(x_1, x_2) = \{ \sin^2 [50(x_1^2 + x_2^2)^{0.1}] + 1 \} \cdot (x_1^2 + x_2^2)^{0.25}, -100 \leq x_1, x_2 \leq 100$ 最小值。

此函数与函数 1 类似, 只有一个全局最小点 (0, 0), 最小值为 0。统计所得结果如表 3 所示。

表3 改进前后函数3统计结果

Table 3 Unimproved and improved statistical results of function 3

	得到最优值	平均最优值	收敛率/%
改进前	0	0.000 15	99
改进后	0	0.000 88	91
x_1 的平均值	x_2 的平均值	平均收敛次数	平均运算时间/s
0.000 001	0.000 002	1 058	1.34
0.000 002	-0.000 004	2 300	1.21

4 某涡轮盘的形状优化

已知某涡轮盘的结构参数为^[10]:总半径 $R_0=255$ mm,轮缘半径 $R_1=237$ mm,轮缘宽度 $W_1=40$ mm,轮缘高度 $H_1=7.5$ mm,轮心孔半径 $R_8=83$ mm,轮毂宽度 $W_8=97$ mm。将叶片和轮缘凸块所产生的离心力等效为均布载荷 q 加载在榫槽底部, $q=131.85$ MPa。该涡轮盘的最大工作转速 $n=12\ 885$ r/min。温度参数为轮缘 $T_1=600$ °C,轮心 $T_2=300$ °C。材料为 GH4 169,密度 $\rho=8\ 240$ kg/m³,泊松比 $\mu=0.3$ 。

根据轮盘设计准则的要求,选择最大径向应力和最大周向应力作为约束条件: $\sigma_{rmax} \leq 680$ MPa, $\sigma_{\theta max} \leq 790$ MPa,优化目标是涡轮盘的质量最小。

针对优化目标函数隐式表达的复杂结构,本文采用将改进的蚁群算法与有限元相结合的方法来解决此类问题。利用 APDL 语言对有限元分析软件 ANSYS 进行二次开发,建立有限元模型,进行复杂的有限元分析,设置与蚁群算法的接口,实现改进蚁群算法对 ANSYS 的反复调用,从而进行基于蚁群算法的涡轮盘的形状优化。选择采用 plane82 单元进行 ANSYS 有限元建模,每次优化迭代重新自动划分网格。

可以将轮盘简化为如图 2 所示的对称结构。设计变量的选择原则是用最少的变量来满足涡轮盘结构变化要求。同时,设计变量的变化范围必须满足结构约束,需保证涡轮盘能够正常工作并且设计变量之间变化时不会相互干涉。经过分析,其形状优化的设计变量选取如表 4 所列。其中,设计点 2-P-3,6-Q-7 的轮廓曲线图分别如图 3(a)、图 3(b)所示。

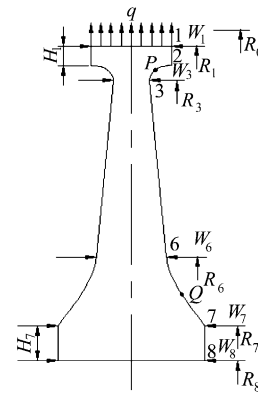


图2 涡轮盘截面的简化图

Fig. 2 Simplified section of turbine disk

表4 设计变量及变化范围

Table 4 Design variables and range of design variables

设计变量/单位	下限	上限	设计变量/单位	下限	上限
设计点3宽度 W_3 /mm	12	17	设计点6宽度 W_6 /mm	15	19
设计点3半径 R_3 /mm	202	210	设计点6半径 R_6 /mm	150	180
轮毂宽度 W_8 /mm	80	100	轮毂高度 H_7 /mm	15	40
角度 θ_2 /°	40	80	角度 θ_7 /°	40	80
P点径向位置系数 C_{pr}	0.98	1.02	Q点径向位置系数 C_{qr}	0.98	1.02
P点宽向位置系数 C_{pw}	0.75	0.90	Q点宽向位置系数 C_{qw}	0.50	0.80

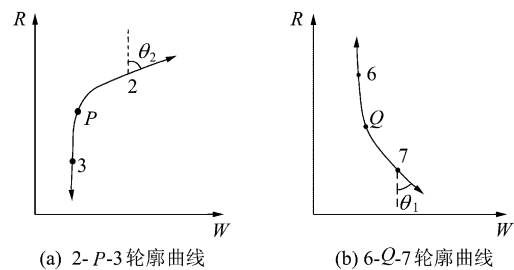


图3 2-P-3和6-Q-7的轮廓曲线

Fig. 3 Contours of 2-P-3 and 6-Q-7

优化前,涡轮盘的最大径向应力 σ_{rmax} 为 715.96 MPa,最大周向应力 $\sigma_{\theta max}$ 为 744.96 MPa,质量为 43.34 kg;优化后,涡轮盘的最大径向应力 σ_{rmax} 为 677.13 MPa,最大周向应力 $\sigma_{\theta max}$ 为 789.95 MPa,质量为 34.27 kg。优化前、后设计变量的结果如表 5 所示。可以看出,在基于本文改进的蚁群算法的结构形状优化后,涡轮盘结构的各项指标均满足设计准则要求,且与优化前相比,质量下降了 20.93%, σ_{rmax} 和 $\sigma_{\theta max}$ 的值更接近于约束条件,使得材料的利用率大大提高,从而结构更加合理。优化前、后轮盘 ANSYS 建模的网格划分模型分别如图 4 和图 5

所示。从图中可以看出,轮盘的结构有了明显的改善。

表5 优化前后的设计变量结果值

Table 5 Original and optimized results of design variables

设计变量/单位	下限	上限	设计变量/单位	下限	上限
设计点3宽度 W_3 /mm	15	13	设计点6宽度 W_6 /mm	17.5	17
设计点3半径 R_3 /mm	204	210	设计点6半径 R_6 /mm	166	156.1
轮毂宽度 W_8 /mm	97.0	92.6	轮毂高度 H_7 /mm	22.0	15.2
角度 θ_2 /($^\circ$)	50.0	79.9	角度 θ_7 /($^\circ$)	50	76
P点径向位置系数 C_{pr}	1	1.02	Q点径向位置系数 C_{qr}	1	0.98
P点宽向位置系数 C_{pw}	0.70	0.75	Q点宽向位置系数 C_{qw}	0.60	0.53

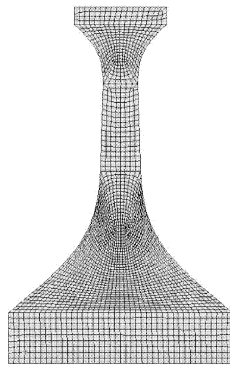


图4 优化前的网格划分模型(2 425个单元,7 488个节点)
Fig. 4 Original meshing model(2 425 elements,7 488 nodes)

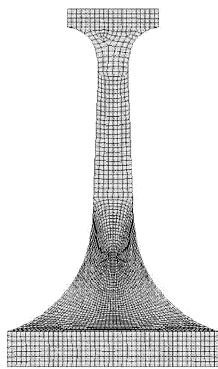


图5 优化后的网格划分模型(2 565个单元,7 936个节点)
Fig. 5 Optimized meshing model(2 565 elements,7 936 nodes)

5 结论

(1) 本文引入最大最小蚁群算法,并提出正实数编码方法和添加常数项的信息素更新技术对 TACO 算法进行了改进,不仅扩大搜索范围,使变量能够方便地直接在实际范围内进行搜索,简化了搜索过程,而且降低了挥发系数、信息素上下限等参数和优化函数值不同对算法的

影响程度。对于函数值不为 0 时,其算法性能有了很好的改善,收敛性得到显著提高;对于函数值为 0 时,其收敛性也是相当。函数优化实例表明:本文所提出的改进蚁群算法更具有普遍的适应性。

(2) 本文将改进的蚁群算法与有限元相结合,并发展用于优化目标函数隐式表达的复杂结构形状优化分析。通过对涡轮盘结构的形状优化表明:所发展的方法收敛性好,编制软件简单等,值得推广用于复杂的工程结构优化问题。

参考文献

- [1] Dorigo M, Gambardella L M. Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1997, 1(1): 53-66.
- [2] Talbi E G, Roux O, Fonlupt C. Parallel ant colonies for the quadratic assignment problem [J]. Future Generation Computer Systems, 2001, 17(4): 441-449.
- [3] Ahn S H, Lee S G, Chung T C. Modified ant colony system for coloring graphs [C] // Proceedings of the 2003 Joint Conference of the 4th International Conference on Information, Communications and Signal Processing and the 4th Pacific Rim Conference on Multimedia, 2003, 3: 1849-1853.
- [4] Montemanni R, Gambardella L M, Rizzoli A E, et al. Ant colony system for a dynamic vehicle routing problem [J]. Journal of Combinatorial Optimization, 2005, 10(4): 327-343.
- [5] 李智, 谢兆鸿, 秦建华. 蚁群算法在天然气输送管道优化设计中的应用 [J]. 天然气工业, 2005, 25(9): 104-106.
Li Zhi, Xie Zhaohong, Qin Jianhua. Application of ant colony algorithms in optimized design of gas transmission pipelines [J]. Natural Gas Industry, 2005, 25(9): 104-106. (in Chinese)
- [6] 李泉永, 龚雨兵, 杨道国, 等. 基于蚂蚁算法的机械结构优化设计 [J]. 机械科学与技术, 2003, 22(增刊): 131-132.
Li Quanyong, Gong Yubing, Yang Daoguo, et al. Optimization for mechanical structure based on the ant algorithm [J]. Mechanical Science and Technology. 2003, 22(Supplement): 131-132. (in Chinese)
- [7] Karaboga N, Kalinli A, Karaboga D. Designing digital IIR filters using ant colony optimization algorithm [J]. Engineering Application of Artificial Intelligence, 2004, 2(17): 301-309.
- [8] 陈焯. 用于连续函数优化的蚁群算法 [J]. 四川大学学报工程科学版, 2004, 36(6): 117-120.
Chen Ye. Ant colony system for continuous function optimization [J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2004, 36(6): 117-120. (in Chinese)
- [9] Thomas S, Hoos H H. MAX-MIN ant system [J]. Future Generation Computer Systems, 2000, 16(8): 889-914.

[10] 李俭. 涡轮盘结构设计方法研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2005.

Li Jian. Structural design of aeroengine turbine disk[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2005. (in Chinese)

作者简介:



宋锋(1982—) 男, 硕士研究生。主要研究方向: 先进材料结构强度及优化设计。

Tel: 13814129391

E-mail: songfengnarushang@yahoo.com.cn

温卫东(1958—) 男, 博士, 教授。主要研究方向: 先进材料结构强度及优化设计。

Tel: 025-84892251

E-mail: GSWWD@nuaa.edu.cn

崔海涛(1971—) 男, 博士, 教授。主要研究方向: 先进材料结构强度及优化设计。

Tel: 025-84892179

E-mail: cuiht@nuaa.edu.cn

(责任编辑: 李铁柏)