

文章编号:1000-6893(2008)01-0028-06

基于 Reynolds 平均的高超声速二方程湍流模型

刘景源, 李椿萱

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)

A Reynolds Averaged Two-equation Turbulence Model for Hypersonic Flows

Liu Jingyuan, Lee Chun-Hian

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and
Astronautics, Beijing 100083, China)

摘要: 在 Reynolds 平均的框架下推导了可压缩湍流 Reynolds 应力方程和湍动能方程。根据一定的假设和尺度分析简化并封闭了所推导的湍动能方程。在均匀湍流假设下, 湍动能耗散率可分解成可压缩性耗散和旋度耗散, 并对其中的可压缩性耗散进行了封闭; 同时认为旋度耗散不受可压缩性影响, 直接引用传统的 Reynolds 平均不可压缩湍动能耗散率模型方程。由此构造了适用于高马赫数的二方程可压缩湍流模型。应用所发展的模型计算了高超声速平板绕流, 并与若干现有模型的计算、实验与半经验公式的计算结果进行了对比, 验证了所发展的模型。在此基础上, 通过对压缩拐角的高超声速湍流的数值模拟, 对所发展的湍流模型, 以及若干现有模型进行了对比, 显示了不同湍流模型及可压缩性修正在计算壁面压力分布和热流分布上的特点, 说明了湍流模型可压缩修正的必要性, 得到了所发展模型的计算结果最接近实验结果的结论。

关键词: 流体力学; 湍流模型; 数值模拟; 高超声速; 可压缩性

中图分类号: V211.3 **文献标识码:** A

Abstract: A set of compressible Reynolds stress model equations and the turbulent kinetic energy equation were derived with Reynolds average formality. A closure of the turbulent kinetic energy equation was then deduced and simplified under certain hypotheses, in conjunction with scaling analysis. A $K-\epsilon$ two-equation turbulence model was proposed based on the modeled turbulent kinetic energy equation and a conventional incompressible turbulent kinetic energy dissipation rate equation. The proposed model was then applied to simulate hypersonic turbulent flows over a flat-plate. The numerical results reveal that the present model would be favorable in comparison with some of the existing two-equation turbulence models, experimental data, and the estimations given by the semi-empirical formulations. Another test case on hypersonic flows over a ramp was then computed using the developed model, as well as some of the existing two-equation turbulence models. The comparative study shows that the compressibility corrections to the two-equation turbulence models are necessary for hypersonic ramp-type flows, and the numerical results by the present model are closest to the experiments simultaneously.

Key words: fluid dynamic; turbulence model; numerical simulation; hypersonic; compressibility

由于发展高超声速飞行器机体/推进系统一体化设计技术等需要, 高马赫数可压缩湍流已成为当前一个主要研究课题。采用湍流模型对统计平均 N-S 方程进行封闭仍是开展高超声速飞行器可压缩湍流数值模拟研究和工程应用的主要模式。湍流被认为是具有多尺度的复杂流动。二方程中的湍动能方程提供了湍流的速度尺度, 另一个方程提供的尺度或是湍流的时间、或是长度、或是湍流的速度尺度、时间与长度的函数。因此, 该方程在一定意义下包含了湍流的历史效应、尺度特征等湍流的本质, 与高阶模型相比在形式上

相对简单, 从而在工程中得到了广泛的应用。多年来该类模型的研究得到了长足的发展。

当前, 最常用的二方程湍流模型为 $K-\epsilon$ 模型。通常该类模型是在不可压缩湍流模型的基础上, 计及平均密度的变化后直接将其用于高马赫数湍流计算的。该类模型对计算马赫数小于 5 的绕流流动被认为是可行的, 但用于高超声速绕流的计算则不可避免地要出现较大的误差^[1-2], 因此迫切需要发展适用于高超声速的湍流模型。近年来, 在密度加权 (Favré) 平均的框架下, 针对湍动能方程中显式出现的可压缩项, 先后提出了不同类型的可压缩修正, 并在计算中得到了较多的检验和应用^[3-6]。但应注意到, 密度加权平均只是在统计平均的意义上将密度脉动量并入流动控制方程

收稿日期: 2006-10-14; 修订日期: 2007-10-28

基金项目: 航天创新基金

通讯作者: 刘景源 E-mail: jliou@163.com

中,并未考虑到随着可压缩性的进一步增强,密度脉动所诱导的湍流质量、动量和能量输运等对高马赫数湍流的贡献,而这些影响正是高超声速流动区别于亚、跨、超声速流动中可以忽略其密度脉动的压缩性影响的一个重要特征。为克服上述缺陷,作者在文献[7]建立了适用于可压缩湍流的基于 Reynolds-Favré 混合平均的 $k-\epsilon$ 模型。

本文在 Reynolds 平均的框架下推导了可压缩湍流的 Reynolds 应力平衡方程和湍动能平衡方程,并在一定的假设下结合尺度分析封闭了湍动能方程。考虑到可压缩湍流的湍动能耗散率方程的部分参变量的湍流脉动相关性尚未完全理解,对其进行封闭存在相当大的不确定性^[8]。因此,本文沿用了广被采用的计及流场平均密度变化的不可压缩 Reynolds 平均形式的模型,并在封闭可压缩湍动能方程时对出现在湍动能方程中的湍动能耗散率项采用文献[9-10]的密度加权平均可压缩修正的思想^[6]。应用所建立的模型计算了高超声速平板绕流流动,并与 Grasso-Falconi 的不可压缩模型及其可压缩性修正模型^[11]、Chien 的不可压缩模型^[12]及可压缩性修正模型进行了对比分析,显示了各自模型在计算平板绕流的特点。在此基础上,通过对存在激波/边界层干扰流动及其导致的分离、再附的压缩拐角的高超声速湍流的数值模拟,对所发展的湍流模型,以及若干现有模型进行了对比,说明了湍流模型可压缩修正的必要性,得到了所发展的模型的计算结果最接近实验结果。

1 Reynolds 平均的 N-S 方程

在笛卡尔坐标系下 Reynolds 平均 N-S 方程可写成:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial F_e^k}{\partial x_k} = \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{\partial F_v^k}{\partial x_k} + \frac{\partial F_r^k}{\partial x_k} \quad (1)$$

式中: Φ 为 N-S 方程的场变量向量项; Ψ 为 N-S 方程取 Reynolds 平均而产生的附加非定常向量项; $F_e^k (k=1,2,3)$ 为无黏通量张量项; F_v^k 为黏性通量张量项; F_r^k 为 N-S 方程取 Reynolds 平均而附加的通量张量项。式(1)的具体推导见文献[7],在此不再赘述。

本文在湍流质量扩散 $-\overline{\rho' u_j'}$ 与压力功的封闭中均采用了文献[7,11,13]所提出的同一模型系数 σ_{ρ_l} 。根据物理推理,上述两端流项与平均流场的相应项存在不同性质的关联。为此,本文假设其湍流扩散效应为各向同性,则湍流质量扩散项的封闭具有如下形式:

$$-\overline{\rho' u_j'} = \frac{\mu_t}{\bar{\rho}} \frac{1}{\sigma_{\rho_l}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j}$$

而湍流压力功的封闭仍将沿用文献[7,11,13]的形式。于是,式(1)与文献[7]具有不同的具体形式,其中:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho} \bar{u}_j \\ \bar{\rho} \bar{e} \end{bmatrix}; \quad (j = 1, 2, 3)$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sigma_{\rho_l}} \frac{\mu_t}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} \\ c_v C_{\rho T} L^2 \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_k} + \frac{\mu_t}{\bar{\rho}} \frac{1}{\sigma_{\rho_l}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} \bar{u}_k \end{bmatrix}; \quad (j = 1, 2, 3)$$

$$F_e^k = \begin{bmatrix} \bar{\rho} \bar{u}_k \\ \bar{\rho} \bar{u}_j \bar{u}_k + \bar{p} \delta_{jk} \\ (\bar{\rho} \bar{e} + \bar{p}) \bar{u}_k \end{bmatrix}; \quad (j = 1, 2, 3)$$

$$F_v^k = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\tau}_{jk} + \bar{\rho} \bar{\sigma}_{jk} \\ -\bar{q}_k + \bar{u}_l \bar{\tau}_{kl} + \frac{\mu_t c_v}{Pr_t} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_k} + \bar{u}_l \bar{\rho} \bar{\sigma}_{kl} \end{bmatrix}; \quad (j = 1, 2, 3)$$

$$F_r^k = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_{\rho_l}} \frac{\mu_t}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} \\ \frac{1}{\sigma_{\rho_l}} \frac{\mu_t}{\bar{\rho}} \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} \bar{u}_k + \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} \bar{u}_j \right); \\ \left[\left(c_v C_{\rho T} L^2 \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_l} + \frac{\bar{u}_l \mu_t}{\sigma_{\rho_l} \bar{\rho}} \right) \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_l} \bar{u}_k + \frac{c_v \bar{T} \mu_t}{\sigma_{\rho_l} \bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} + \frac{1}{2 \sigma_{\rho_l}} \frac{\mu_t}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} \bar{u}_l \bar{u}_l + \left(\bar{\mu} + \frac{\mu_t}{\sigma_K} \right) \frac{\partial K}{\partial x_k} \right] \end{bmatrix}; \quad (j = 1, 2, 3)$$

2 $k-\epsilon$ 湍流模型

可压缩 Reynolds 应力项 $\overline{\rho u_i' u_j'}$ 与湍动能项 $\bar{\rho} K \equiv \overline{\rho u_i' u_i'}/2$ 均出现在 Reynolds 平均 N-S 方程中,可以通过建立相应项的平衡方程对其进行封闭。本文首先推导了该应力项的平衡方程,再对 Reynolds 应力方程中的 Reynolds 应力张量进行收缩,从而导出了所需的湍动能方程。

2.1 Reynolds 平均的湍动能方程

所推导的湍动能方程可写成

$$\frac{\partial \bar{\rho} K}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} K \bar{u}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial D_j}{\partial x_j} + P_K + \Xi +$$

$$\mathcal{U} + \Pi + \Delta - \bar{\rho}\epsilon \quad (2)$$

式中: D_j 为扩散项; P_K 为湍动能生成项; Ξ 为混合压缩项; \mathcal{U} 为黏性功; Π 为压力扩张项; Δ 为压力功; $\bar{\rho}\epsilon$ 为湍动能耗散率, 其具体定为:

$$P_K = -\overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (2a)$$

$$D_j = \overline{u'_i \tau_{ij}} - \frac{1}{2} \overline{\rho u'_i u'_j u'_i} - \overline{p' u'_j} \quad (2b)$$

$$\Xi = \frac{\overline{\rho' u'_i}}{\bar{\rho}} \left(\overline{\rho u'_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} - \frac{\rho'}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\rho'}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \right) \quad (2c)$$

$$\mathcal{U} = -\frac{\overline{\rho' u'_i}}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \quad (2d)$$

$$\Pi = \overline{p' \frac{\partial u'_i}{\partial x_i}} \quad (2e)$$

$$\Delta = \frac{\overline{\rho' u'_i}}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \quad (2f)$$

$$\bar{\rho}\epsilon = \overline{\tau'_{ij} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \quad (2g)$$

可以看到, 式(2)中含可压缩影响的项有 Ξ , \mathcal{U} , Π 与 Δ 4项, 以及湍动能耗散率 ϵ 。由于缺少足够的实验数据, 直接对这些项进行封闭尚存在一定的困难。以下将在一定的假设下通过尺度分析导出其封闭的近似形式。

2.2 湍动能方程的封闭

在此, 首先对 Ξ 项进行分析。在推导过程中必须对流动参变量的变化赋以如下的约束或假设:

$$(1) |\rho'|/\bar{\rho} < 1.0;$$

(2) 气体的多变过程 $p/\rho^n = \text{const}$ 的指数 n 为湍流的一个属性。

于是, 由(1)有

$$\bar{\rho}/\rho = 1 - \rho'/\bar{\rho} + \rho'^2/\bar{\rho}^2 + O[(\rho'/\bar{\rho})^3] \quad (3)$$

若忽略密度脉动相关量的高阶量, 假设(2)给出

$$\frac{\rho'}{\bar{\rho}} \approx n \frac{\rho'}{\bar{\rho}} \quad (4)$$

同样, 由假设(1)与(2)可以给出

$$-\frac{\rho'}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} \approx \frac{\rho'^2}{\bar{\rho}^2} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\rho'^2}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{n \bar{p}}{\bar{\rho}} \right) - \frac{1}{2} \frac{n \bar{p}}{\bar{\rho}^2} \frac{\partial \rho'^2}{\partial x_i} \quad (5)$$

$$\frac{\rho'}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \approx -\frac{\rho'^2}{\bar{\rho}^2} \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\rho'}{\bar{\rho}} \frac{\partial \tau'_{ij}}{\partial x_j} \quad (6)$$

式(6)中还忽略了由于温度脉动所诱导的分子黏性系数的脉动。

其次, 观察 K 方程中的可压缩项。令 L_t 为湍流场的积分长度。由于 $u'_i \sim \sqrt{K}$, 有

$$\Delta \sim \frac{\overline{\rho' u'_i}}{\bar{\rho}} \frac{\bar{p}}{L_t} \quad (7)$$

$$\frac{\overline{\rho' \frac{\partial p}{\partial x_i}}}{\bar{\rho}} \sim \frac{\overline{\rho'^2}}{\bar{\rho}^2} \frac{\bar{p}}{L_t} \quad (8)$$

$$\overline{u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \sim \frac{K}{L_t} \quad (9)$$

对于高 Re 流动, 相比于其他几个可压缩项, 式(6)和式(2d)可忽略。由式(7)~式(9)可导出

$$\frac{M}{\Delta} \sim \frac{\overline{\rho'^2}}{\bar{\rho}^2} + \frac{K}{p} = o(1) \quad (10)$$

应该指出, 湍动能方程式(2)中的压力扩张项 Π 也是可压缩影响项^[13-14]。因此, 本文保留了式(2e)。同时, 推广文献[9-10]的密度加权平均可压缩修正的思想, 将其用于 Reynolds 平均湍动能方程中的湍动能耗散率项, 从而对湍动能方程进行封闭。按文献[9-10], 湍动能耗散率可分解为

$$\bar{\rho}\epsilon = \bar{\rho}\epsilon_s + \bar{\rho}\epsilon_d \quad (11)$$

式中: 旋度耗散和可压缩性耗散分别为

$$\bar{\rho}\epsilon_s = \frac{\bar{\mu}}{\bar{\rho}} \overline{\rho \omega'_i \omega'_i}$$

$$\bar{\rho}\epsilon_d = \frac{4}{3} \frac{\bar{\mu}}{\bar{\rho}} \overline{\rho \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} \frac{\partial u'_k}{\partial x_k}}$$

于是, 湍动能方程式(2)的可压缩影响项 Π , Δ 和 ϵ_d 等三项的可压缩修正可沿用文献[7]的方法给出。

2.3 $k-\epsilon$ 湍流模型方程

基于 2.2 节的讨论, 可以导出适用于高马赫数可压缩湍流的二方程模型为

$$\frac{\partial \bar{\rho} K}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} K \bar{u}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\bar{\mu} + \frac{\mu_t}{\sigma_K} \right) \frac{\partial K}{\partial x_j} \right] + P_K - \bar{\rho}\epsilon_s + \Theta \quad (12)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}\epsilon_s}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho}\epsilon_s \bar{u}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\bar{\mu} + \frac{\mu_t}{\sigma_{\epsilon_s}} \right) \frac{\partial \epsilon_s}{\partial x_j} \right] + C_1 f_1 \frac{\epsilon_s}{K} P_K - C_2 f_2 \bar{\rho} \frac{\epsilon_s^2}{K} \quad (13)$$

式中:

$$\Theta = (\alpha_2 P_K + \alpha_3 \bar{\rho}\epsilon_s) Ma_t^2 - \frac{\mu_t}{\bar{\rho}^2} \frac{1}{\sigma_{\rho_2}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_k} - \alpha_4 \bar{\rho}\epsilon_s \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{Ma_t - 0.3}{0.8} \right)^2 \right] \right\} \quad (14)$$

模型系数为

$$\sigma_K = 1.55$$

$$\sigma_{\epsilon} = 2.0$$

$$C_1 = 1.60$$

$$Re_t = \frac{\bar{\rho} K^2}{\bar{\mu}\epsilon_s}$$

$$C_2 = 1.83 [1 - (2/9) \exp(-Re_t^2/36)]$$

$$f_1 = 1.0$$

$$f_2 = [1 - \exp(-y^+ / A)]^2$$

$$y^+ = \bar{\rho}_w u_\tau y_n / \bar{\mu}_w$$

$$A = 4.9$$

$$\mu_t = C_\mu f_\mu \frac{\bar{\rho} K^2}{\epsilon_s}$$

$$\begin{aligned}
 C_\mu &= 0.09 \\
 Pr_t &= 0.9 \\
 f_\mu &= [1 + (3.45 / \sqrt{Re_t})] \tanh(y^+ / 80) \\
 Ma_t &= \sqrt{2K} / \bar{c} \\
 \sigma_{\rho_2} &= 0.5 \\
 \alpha_2 &= -0.4 \\
 \alpha_3 &= 0.2 \\
 \alpha_4 &= 0.4
 \end{aligned}$$

式中: y_n 为空间点到壁面的最近距离; u_τ 为壁面摩擦速度; Re_t 为湍流 Reynolds 数; Ma_t 为湍流马赫数; \bar{c} 为当地声速; 下标“w”代表壁面处流场变量的值。

可以看到, 式(12)与式(13)在形式上与文献[7]基于 Reynolds-Favré 混合平均所导出的 $K-\epsilon$ 模型相似, 两者可以相互验证。而 Chien 的可压缩修正模型是在其不可压缩模型基础上对湍动能方程添加可压缩修正项 Θ 而得到的。

3 数值格式与计算结果

作为验证, 本文给出了以文献[15]的实验条件为计算条件的平板与压缩拐角的高超声速绕流计算结果。算例的来流马赫数为 9.22, 温度为 64.5 K, Reynolds 数为 4.7×10^7 , 壁面温度为 295 K。计算沿用了文献[7]的数值格式。

3.1 高超声速平板绕流

本文选择一个典型的高超声速平板绕流流动作为算例开展数值模拟研究, 为本文发展的模型系数提供标定数据, 并与已有的实验结果和湍流模型数值模拟结果进行对比。

在此来流条件下, 其壁面温度和恢复温度之比为 0.28, 属典型的冷壁面具有较大热流率的平板绕流问题。计算的平板长度为 0.46 m^[15], 网格取 101×109 , 其中黏性次层内约含 20 个网格点。

在进行数值模拟时, 首先应用上述来流条件下平板的当地马赫数和速度分布标定了本文提出的可压缩性修正模型系数 $\sigma_{\rho_1} = 5.0$ 与 $C_{\rho T} = 0.1$ 。然后再分别对本文模型, 以及 Grasso-Falconi^[11] 和 Chien^[12] 的不可压缩模型及其相应的可压缩修正模型进行了对比模拟计算。其结果见图 1~图 4。其中所显示的参变量分布均取值于平板长度 $L=0.46$ m 附近的计算结果, 图中标识“G-F-inp”, “G-F-cmp”, “Chien-inp”, “Chien-cmp”, 以及“本文模型”分别代表 Grasso-Falconi 的不可压缩模型及其可压缩修正模型, Chien 的不可压缩模型及可压缩模型, 以及本文发展的湍流模型。

从图 1 的平板绕流摩擦系数分布可以看到, G-F-inp 和 Chien-inp 模型所给出的摩擦阻力系数与文献[16]的半经验公式最接近, G-F-cmp, 本文模型, Chien-cmp 等可压缩模型的结果与该公

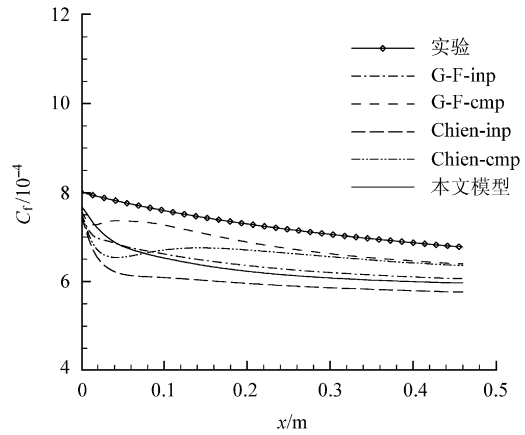


图 1 平板绕流当地摩擦系数分布

Fig. 1 Local friction coefficient distributions over the flat plate

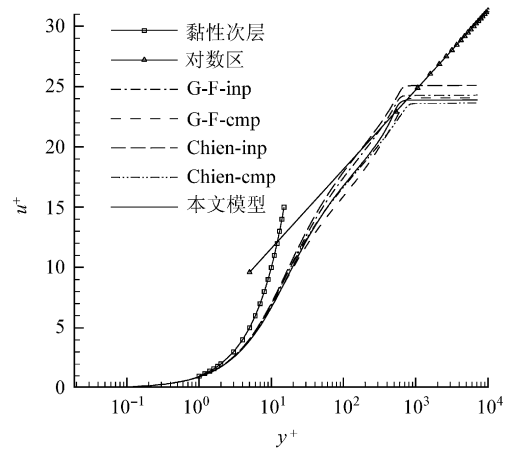


图 2 平板绕流壁面率分布

Fig. 2 Wall law distributions over the flat plate

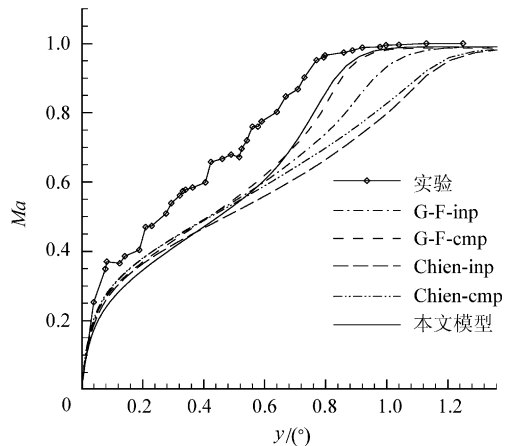


图 3 平板绕流壁面法向方向的当地马赫数分布

Fig. 3 Local Mach number distributions along normal direction over the flat plate

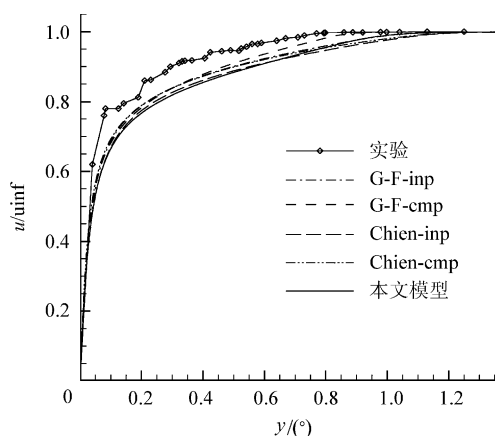


图 4 平板绕流壁面法向方向的速度分布

Fig. 4 Velocity distributions along normal direction over the flat plate

式的差异较大,其中 Chien-cmp 模型最大。本节的计算结果表明,在计算冷壁平板绕流时,本节给出的摩擦力系数除 Chien-imp 模型外均在 Van Driest 的半经验公式的精度范围内^[16]。

图 2 显示了平板绕流的壁面律分布。可以看到,本文所选择的模型都能模拟出湍流的黏性次层和对数区,其中 Chien-cmp 模型和 G-F-cmp 模型较接近半经验结果;G-F-inp 和 Chien-inp 模型的结果较差;而本文模型适中。沿壁面法向的当地马赫数分布(图 3)显示,Chien-cmp 和 Chien-inp 模型的计算结果偏离实验最远,G-F-cmp 和 G-F-inp 模型适中,本文模型较好。而从图 4 壁面法向方向的流向速度分布看,G-F-cmp 和 G-F-inp 模型较好,Chien-cmp,Chien-inp 模型与本文模型除在边界层外缘附近稍有区别外,三者相差不大。

综合以上的对比表明:本文模型稍好,Chien-cmp 和 Chien-inp 模型较差,G-F-cmp 和 G-F-inp 模型处于中间位置,但各湍流模型彼此相差不远,这说明对相对简单的平板绕流问题,上述的几个模型都能给出比较接近的结果。

3.2 高超声速压缩拐角绕流

为进一步验证所建立的基于 Reynolds 平均的 $k-\epsilon$ 湍流模型,在此给出了以文献^[15]的实验条件为计算条件的算例的计算结果。算例的压缩角为 34° 。此来流条件下所测量的压力分布和热流分布数据^[15]是检验湍流模型的适用范围,不同湍流模型模拟激波/湍流边界层干扰能力,以及分离、再附等复杂流动物理现象的基准实验数据。

压缩拐角算例的所有模拟计算均采用相同网格,沿流向和壁面法向的网格点数为 261×109 ,

在转折角附近进行了加密,其中约 20 个网格点在黏性次层内(参照压缩角前的平板),离开壁面的第 1 层网格的 $y^+ < 0.1$ 。

不同湍流模型及修正形式所给出的壁面压强和壁面热流分布的计算和实验^[15]结果分别见图 5、图 6。图 5 所示的壁面压强采用了来流压强进行无量纲化。图 6 所示的壁面热流率采用了文献^[15]的参照值 $Q_{ref} = 6.29 \times 10^4 \text{ W/m}^2$ 无量纲化。

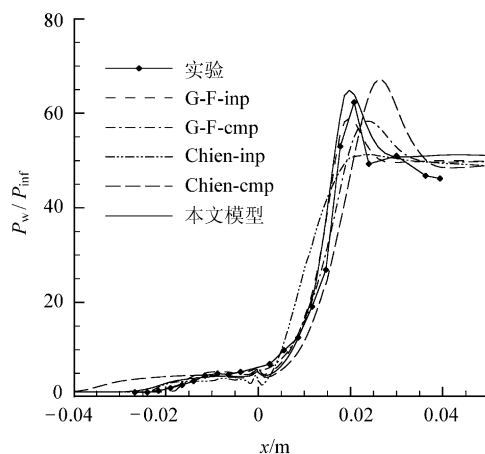


图 5 压缩拐角壁面压力分布

Fig. 5 Pressure distributions over the compression ramp

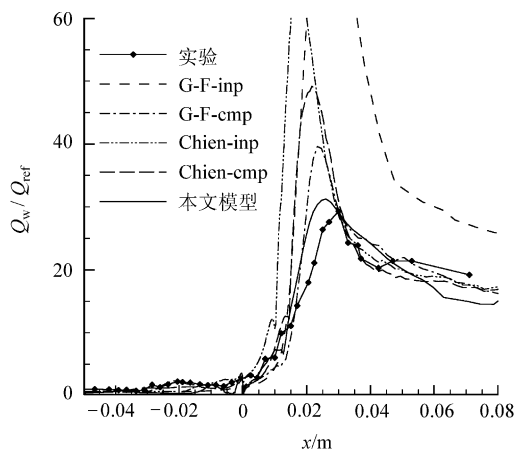


图 6 压缩拐角壁面热流分布

Fig. 6 Heating rate distributions over compression ramp

从图 5 可以看到,本文算例所采用的模型均能给出压缩拐角附近的激波/边界层干扰导致的分离和再附流动。其分离区域的激波/边界层干扰导致压力沿着壁面前传,导致分离区附近的压力升高;再附点附近的强压缩性可导致壁面压力的急剧升高。对比不同的湍流模型,G-F-inp,Chien-inp 与 Chien-cmp 模型在计算再附点处的壁面压力峰值均较实验结果小。其中 Chien-inp 模型所给出的分离区附近的壁面压力升高、再附点的压缩峰值与实验结果相比差距最大;Chien-

cmp 模型的所算出的分离区明显偏离实验结果,所估算的再附点附近的壁面压力峰值明显高于其余结果;G-F-inp 模型与 G-F-cmp 模型所给出的再附点附近壁面压力峰值均较实验结果低,但可得到令人满意的分离区壁面压力的计算结果。对 5 种湍流模型的壁面压力计算结果进行综合比较表明,本文提出的 Reynolds 平均模型最接近实验结果,G-F-inp 模型与 G-F-cmp 模型适中,Chien-inp 模型与 Chien-cmp 模型差距较大。

图 6 显示本文所采用的模型在再附点附近的热流计算存在较大的差异(本文发展的模型除外),所给出的壁面热流峰值均比实验值高。其中 Chien-inp 模型和 G-F-inp 模型所估算的分离区和再附点的壁面热流与实验相差大。Chien-inp 模型估算的再附点后的壁面热流较好,G-F-inp 模型再附点后的壁面热流最差。Chien-cmp 模型与 G-F-cmp 模型所估算的分离区壁面热流较好,但在再附点上游附近的壁面热流开始偏离实验值,其峰值分别超出实验值约 35%,68%;而本文模型则可给出与实验结果最接近的分布。

4 结论及展望

本文以可压缩 N-S 方程为基本方程,在 Reynolds 平均框架下导出了 Reynolds 平均 N-S 方程可压缩湍流的 Reynolds 应力方程和湍动能方程,并在一定的假设下,通过尺度分析封闭了湍动能方程。同样,在 Reynolds 平均框架下对出现在湍动能方程中的 Reynolds 平均湍动能耗散率进行了分解,认为旋度耗散不受可压缩性影响,从而给出该项的可压缩修正。本文的湍动能耗散率 ϵ 方程直接引用了广被采用的模型,由此构成可用于高超声速湍流的 $K-\epsilon$ 模型。通过对绕平板高超声速湍流的模拟对方程中的模型系数进行了标定,并与现有的两组湍流模型的数值模拟、实验和半经验公式的估算结果进行了对比,说明对相对较简单的平板绕流问题,上述的几个模型都能给出比较接近的结果。为进一步验证所发展的模型适用性和所标定的系数数值的普适性,通过对压缩拐角的高超声速湍流的数值模拟,对所发展的湍流模型,以及若干现有模型进行了对比,显示了不同湍流模型及可压缩性修正在计算壁面压力分布和热流分布上的特点,说明了湍流模型可压缩修正的必要性,得到了所发展的模型的计算结果最接近实验结果。

虽然本文发展的模型经过了高超声速平板和压缩拐角绕流的验证,但由于湍流的复杂性,在进

一步的工作中给出更多的算例来考察本文发展的模型模拟复杂问题的能力,并与已有的 DNS 数据进行对比,改进和提高该模型的模拟范围。

参 考 文 献

- [1] Bradshaw P. Compressible turbulent shear layers[J]. *Annu Rev Fluid Mech*, 1977, 9:33-54.
- [2] Ristorcelli J R, Morrison J H. The Favré-Reynolds average distinction and a consistent gradient transport expression for the dissipation[R]. NASA CR-198305, 1996.
- [3] Bertin J J, Cummings R M. Fifty years of hypersonics: where we've been, where we're going? [J]. *Prog Aero Sci*, 2003, 39: 511-536.
- [4] Knighta D, Yana H, Panarasb A G, et al. Advances in CFD prediction of shock wave turbulent boundary layer interactions[J]. *Prog Aero Sci*, 2003, 39: 121-184.
- [5] Chassaing P. The modeling of variable density turbulent flows—a review of first-order closure schemes[J]. *Flow, Turbulence and Combustion*, 2001, 66: 293-332.
- [6] Shyy W, Krishnamurty V S. Compressibility effects in modeling complex turbulent flows[J]. *Prog Aero Sci*, 1997, 33: 587-645.
- [7] Liu J Y, Lee C H. A two-equation model for high speed compressible turbulence[C]//East-West High Speed Flow Field Conference. 2005: 422-437.
- [8] Sinha K, Candler G V. Turbulent dissipation-rate equation for compressible flows[J]. *AIAA J*, 2003, 41(6): 1017-1021.
- [9] Zeman O. Dilatation dissipation: the concept and application in modeling compressible mixing layers[J]. *Phys Fluids A*, 1990, 2: 178-188.
- [10] Sarkar S, Erlebacher G, Hussaini M Y, et al. The analysis and modelling of dilatational terms in compressible turbulence[J]. *J Fluid Mech*, 1991, 227: 473-493.
- [11] Grasso F, Falconi D. High-speed turbulence modeling of shock-wave/boundary-layer interaction [J]. *AIAA J*, 1993, 31(7): 1199-1206.
- [12] Chien K Y. Prediction of channel and boundary layer flows with a low Reynolds number turbulence model [J]. *AIAA J*, 1982, 20(1): 33-38.
- [13] Sarkar S. The pressure-dilatation correlation in compressible flows [J]. *Phys Fluids A*, 1992, 4(12): 2674-2682.
- [14] Zeman O. On the decay of compressible isotropic turbulence [J]. *Phys Fluids A*, 1991, 3(5): 951-955.
- [15] Settles G S, Dodson L J. Hypersonic shock/boundary-layer interaction database[R]. NASA CR-177577, 1991.
- [16] White F M. 黏性流体动力学[M]. 魏中磊, 甄思淼, 译. 北京:机械工业出版社, 1982: 637-643.
White F M. *Viscous fluid flow*[M]. Wei Zhonglei, Zhen Simiao. Beijing: China Machine Press, 1982: 637-643. (in Chinese)

作者简介:

刘景源(1976—) 男,博士。

E-mail: jliou@163.com

(责任编辑:刘振国)