

Coons 曲面结合 B 样条拟合大型面天线变形反射面

王从思 段宝岩 仇原鹰

(西安电子科技大学机电工程学院 西安 710071)

摘要: 为了精确反映变形反射面实际形状, 该文提出了一种新的分块拟合方法。该方法首先对变形反射面进行分环分块划分, 再对每个块域分别进行 Coons 曲面拟合, 并采用周向三次与径向二次 B 样条曲线来确定块域的边界条件, 进而得到准确的反射面变形整体和局部信息。通过对不同情况下某 16m 天线的机电性能综合分析, 证明了此方法是准确、有效的。

关键词: 变形面天线; 分块拟合; Coons 曲面; B 样条曲线; 增益损失

中图分类号: TN820.2

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)01-0233-05

On New Fitting Method of Large Distorted Antenna Reflectors Based on Coons Surface and B-Spline

Wang Cong-si Duan Bao-yan Qiu Yuan-ying

(School of Electromechanical Engineering, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

Abstract: A novel Divided-Fitting Method based on Coons surface and B-spline (DFMB) to fit the distorted antenna affected by different loads is presented for accurately describing the real deformation of antenna surface. It firstly divides the distorted reflector into many individual zones, uses the Coons surface to fit each zone, and determines the boundary of each zone by third-order hoop and second-order radial B-spline curves. Then the precise local and total information of distorted reflector can be obtained to compute the electrical performances of antenna. The good electromechanical simulation results of the application to a 16-m parabolic antenna proved the validity of developed method.

Key words: Distorted antenna; Divided-fitting method; Coons surface; B-spline; Gain loss

1 引言

面天线已广泛应用于卫星通讯、雷达、宇宙探索、地面跟踪以及射电天文等现代技术中。工程中, 天线反射面在制造与安装时, 往往不能与原设计抛物面完全吻合, 并且在各种外部因素, 如在自重、日晒、冰荷、风雨雪等作用下, 也会发生变形。当反射面不是一个光滑连续曲面时, 天线电性能将变坏, 例如增益下降、主瓣波束变宽和副瓣电平变高等^[1-3]。随着天线工作环境愈加复杂, 工作频段越来越高, 必须对变形反射面进行准确地分析, 才能保证得到精确的天线电性能变化情况。

分析变形天线反射面的方法已有研究人员做过相关工作。Ruze曾采用误差统计的方法处理反射面变形问题^[4], 分析口径场中非均匀分布的小相位误差, 其目的是为了得到平均功率方向图的解析解。但实际工程中并不需要拘泥于抛物反射面的形状与原设计曲面完全一致, 只要实际反射面具有与原设计抛物面大体一样的形状, 即进行保型设计, 就可保证天线电性能。因此, 多数研究人员都是在对变

形反射面进行整体拟合的基础上进行表面误差分析。其中, 尤以叶尚辉提出的最佳吻合抛物面法(BFP)最为常用^[5]。但最佳吻合分析只是对变形曲面的一个整体拟合分析, 掩盖了反射面局部可能产生的大变形信息。华慕麟提出基于采样点变形前后轴向坐标的差值等于零, 来确定反射面方程^[6], 但这只能应用分析在天线实物上, 无法在设计阶段对天线性能进行仿真分析。章日荣提出计算实际轮廓对BFP的轴向误差, 利用计算机确定积分表达式的极小值, 从而确定变形反射面的参数^[7], 此方法推理缜密、计算准确, 但数学表达式较繁琐, 求解过程也复杂、耗时。上述方法主要是基于反射面采样节点坐标变化来确定反射面方程, 从而得到表面误差。但仅有均方根误差并不能反映变形反射面的全部信息, 这忽略了反射面局部可能存在的大变形, 以及其对天线电性能的特别影响^[8,9]。针对现有拟合方法的不足, 例如经典的BFP方法可分析系统随机小误差, 但对于随机大误差, 如热变形反射面, 其表面误差光滑变化, 局部有较大的变形, 正面风荷也有类似问题, BFP方法就无能为力了, 为此综合工作者的研究, 基于天线结构分析, 提出了一种变形反射面的分块拟合方法, 以得到一个包含反射面整体变形与局部变形的空间曲面, 从而能准确计算天线口径场的相位分布。

2 分块拟合方法

在对变形反射面进行拟合之前,应先对其进行分环分块划分。具体分块的个数可根据反射面采样的疏密进行选择。图1给出了一种反射面分块方法的示意图,先对反射面进行环域划分,再对环域划分块域。

2.1 Coons 曲面片拟合

Coons曲面是把一张复杂曲面用一定数量的曲面片来表示,适当地选择曲面片的方程,并通过曲面片之间的适当光滑连接,使之能表示要求的形状,达到所需的精确度。为实现变形反射面的精确拟合,并保证两Coons曲面片拼接时连续且光滑,这里采用第二类Coons曲面。第二类Coons曲面^[10]由4条边界曲线 $u0, u1, 0w, 1w$ 和4条边界方向导数 $u0_w, u1_w, 0w_u, 1w_u$ 决定(见图2),具体拟合公式如下:

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} F_0(w) \\ F_1(w) \\ G_0(u) \\ G_1(u) \end{pmatrix} \\
 & + \begin{pmatrix} 0w \\ 1w \\ 0w_u \\ 1w_u \end{pmatrix} \\
 & - \begin{pmatrix} 00 & 01 & 00_w & 01_w \\ 10 & 11 & 10_w & 11_w \\ 00_u & 01_u & 00_{uw} & 01_{uw} \\ 10_u & 11_u & 10_{uw} & 11_{uw} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_0(w) \\ F_1(w) \\ G_0(u) \\ G_1(u) \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{1}$$

式中00, 01, 10和11分别表示曲面片的4个角点, F_0, F_1, G_0 和 G_1 为混合函数(也叫调配函数)。

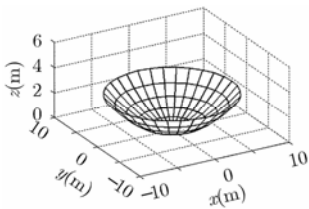


图1 反射面分块示意图

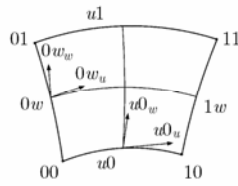


图2 Coons 曲面片

公式中采用了如下具有代表性的符号表达式:

$$u0_u = \left. \frac{\partial(uw)}{\partial u} \right|_{w=0}, \quad u0_w = \left. \frac{\partial(uw)}{\partial w} \right|_{w=0}, \quad 00_{uw} = \left. \frac{\partial^2(uw)}{\partial u \partial w} \right|_{u=0, w=0}$$

其中 C_u 与 C_w (C 表示符号 $u0, 00$ 等)分别表示角点沿 u 或 w 方向的斜率,即跨界切矢; C_{uu} 与 C_{ww} 分别表示角点沿这两个方向的二阶导矢(或近似曲率); C_{uw} 表示角点处的交叉导数,是曲面片在角点附近的扭曲矢量,简称扭矢,该矢量在一定程度上反映了曲面在角点附近的扭曲情况。

使用分块拟合方法的关键就是准确选择 Coons 曲面片的边界曲线,并作为矢值函数的边界斜率曲线与4个角点的扭矢相匹配。Coons 曲面拟合本质在于直接从边界曲线或包括其若干阶导数曲线构成曲面方程来确定每个反射面块域上的节点光程差。这里根据块域4条边界曲线的特点,采用周向三次与径向二次 B 样条曲线拟合确定每个块域的边界曲线和角点信息。

上述新的拟合方法思想是针对分析天线远区辐射电场的需要(分环分块计算)而采用高拟合精度的函数进行分块拟合,理论分析可知其得到的表达式要比常用的BFP法更接近实际情况。在对变形反射面做出分块拟合之后,就可计算反射面上采样节点的光程差以及相应的相位差^[11,12]。通常采用节点法向偏差 ϵ_n 来计算其相应的光程差,也可通过节点径向偏差 $\Delta\rho$ 或轴向偏差 Δz 来计算(见图3)。

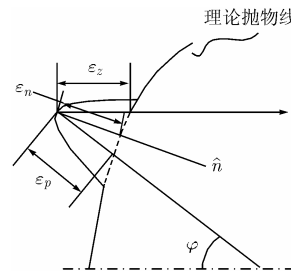


图3 反射面节点的偏差

据几何关系可得3种偏差的数学关系:

$$\Delta\rho = \Delta z \tag{2}$$

$$\epsilon_n = \Delta z \cos \frac{\varphi}{2} = \Delta\rho \cos \frac{\varphi}{2} \tag{3}$$

由轮廓偏差引起的口径相位差为

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta\rho \cdot 2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} = \frac{4\pi}{\lambda} \epsilon_n \cos \frac{\varphi}{2} \tag{4}$$

2.2 边界 B 样条曲线拟合

周向三次(四阶)B样条曲线拟合方法^[13]的失值方程为

$$\mathbf{B}(t) = \sum_{i=0}^3 N_i^3(t) \mathbf{P}_i, \quad 0 \leq t \leq 1 \tag{5}$$

式中 \mathbf{P}_i 为控制顶点,也就是变形反射面上每个块域边界曲线上的采样节点 (x_i, y_i, z_i) ; $N_i^3(t)$ 为基函数,其满足下式:

$$\left. \begin{aligned}
 N_i^1(t) &= \begin{cases} 1, & t_i \leq t \leq t_{i+1} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\
 N_i^k(t) &= \frac{t-t_i}{k} N_i^{k-1}(t) + \frac{t_{i+k+1}-t}{k} N_{i+1}^{k-1}(t), \\
 & i = 0, 1, \dots, k; \quad k = 2, 3
 \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

因此,三次 B 样条曲线的基函数为:

$$\begin{aligned}
 N_0^3(t) &= \frac{1}{3!} \sum_{j=0}^3 (-1)^j C_4^j (t-j+3)^3 \\
 &= \frac{1}{6} (-t^3 + 3t^2 - 3t + 1)
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$N_1^3(t) = \frac{1}{3!} \sum_{j=0}^2 (-1)^j C_4^j (t-j+2)^3 = \frac{1}{6} (3t^3 - 6t^2 + 4) \quad (8)$$

$$N_2^3(t) = \frac{1}{3!} \sum_{j=0}^1 (-1)^j C_4^j (t-j+1)^3 = \frac{1}{6} (-3t^3 + 3t^2 + 3t + 1) \quad (9)$$

$$N_3^3(t) = \frac{1}{3!} \sum_{j=0}^3 (-1)^j C_4^j (t-j+3)^3 = \frac{1}{6} t^3 \quad (10)$$

相应式(5)的矩阵形式为

$$\mathbf{B}(t) = \sum_{i=0}^3 N_i^3(t) \mathbf{P}_i = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_0 \\ \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{P}_2 \\ \mathbf{P}_3 \end{bmatrix} \quad (11)$$

如改用反射面采样节点坐标表示, 则有如下坐标分量的矩阵形式

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{6} \mathbf{TMP}_x \\ y(t) = \frac{1}{6} \mathbf{TMP}_y \\ z(t) = \frac{1}{6} \mathbf{TMP}_z \end{cases} \quad (12)$$

式中 $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{pmatrix} (0 \leq t \leq 1)$, \mathbf{M} 为 4×4 常数阵, $\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y$ 和 \mathbf{P}_z 分别为 4 个控制顶点的 x, y 和 z 坐标矢量。

在径向二次 B 样条曲线拟合方法中, 把式(6)中的 k 取 2, 其余的基函数、矩阵表达式等推导过程类似, 这里不再赘述。在进行周向与径向拟合过程中, 为保证每段曲线二阶连续, 第 i 段曲线的末端节点 (x_3^i, y_3^i, z_3^i) 应作为第 $i+1$ 段曲线的初始节点 $(x_0^{i+1}, y_0^{i+1}, z_0^{i+1})$ 处理。若遇到拟合某个块域边界上的某段曲线时, 还剩有 1 个或 2 个节点, 这时可把曲线 4 个控制顶点和剩下的 1 个或 2 个节点作为整体考虑(共 5 个或 6 个节点), 采用剔除首末控制顶点间 1 个或 2 个节点的方法来选择最后拟合曲线段的 4 个控制顶点(若是径向拟合, 则是 3 个控制顶点)。

2.3 相容性与混合函数

在采用 Coons 曲面片进行拟合过程中, 发现一个曲面相容性问题, 即对于 Coons 曲面片来说, 4 条边界曲线必须构成封闭的曲边四边形, 即式(1)中 4 个角点不是独立的。本文采用两种方法来解决这个问题: 一是调整所给的节点数据, 以使不相容性消失; 另一种方法就是不改变当前采样节点信息, 采用格里戈里正方形方法。此方法用可变扭矢替代式(1)中的固定扭矢。

要完全确定每个曲面片, 还必须建立混合函数。Coons 曲面方程中混合函数需满足下列条件:

$$\left. \begin{aligned} F_0(0) = 1, F_0(1) = F_0'(0) = F_0'(1) = 0 \\ F_1(0) = 0, F_1(1) = 1, F_1'(0) = F_1'(1) = 0 \\ G_0(0) = G_0(1) = 0, G_0'(0) = 1, G_0'(1) = 0 \\ G_1(0) = G_1(1) = 0, G_1'(0) = 0, G_1'(1) = 1 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

本文采用 Hermite 插值基函数作为混合函数

$$\left. \begin{aligned} F_0(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1, \\ F_1(x) = -2x^3 + 3x^2, \\ G_0(x) = x(x-1)^2, \\ G_1(x) = x^2(x-1), \end{aligned} \right\} (0 \leq x \leq 1) \quad (14)$$

3 电性能计算

得到每个块域的变形信息后, 即确定了块域中每个节点的误差与相位误差, 从而可分析面天线的电性能^[14,15]。假设天线口面划分成 N 个环形域, 天线口面分块方法如图 4 所示。每个环域划分的块域由上述 Coons 曲面和 B 样条曲线拟合共同确定, 天线远区辐射电场则由每个分块区域对应的相位误差来确定。如采用 BFP 方法, 就只能得到一个整体反射面, 无法像分块拟合那样准确得到每一小块域的变形信息。由于 BFP 方法忽略了实际天线变形反射面的局部变形, 这对于大口径高频段天线电磁分析结果的影响特别明显。

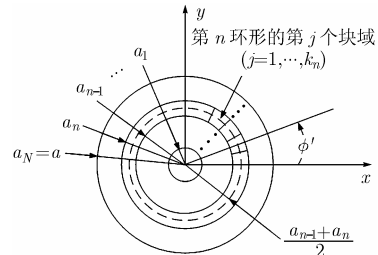


图 4 天线口面分环示意图

基于面天线远区辐射电场与口径场分布的傅立叶变换成比例, 得到其数学表达式为

$$E(u) = 2\pi a^2 \sum_{n=1}^N E_{n,n-1}(u) e^{j\delta_n} \quad (15)$$

其中

$$E_{n,n-1}(u) = E_n(u) - E_{n-1}(u) \quad (16)$$

$$E_n(u) = \int_0^{a/N} Q(\rho) J_0(u\rho) \rho d\rho \quad (17)$$

这里口径场振幅分布为 $Q(\rho) = B + C(1 - \rho^2/a^2)^p \cdot (B + C = 1)$, P 表示口径场分布参数, B, C 由边缘照射电平决定, $\delta(\rho')$ 表示口面半径为 ρ' 对应的相位误差(由式(4)确定), a 为口面半径^[16]。这里应用了第一类整数阶 Bessel 函数

$$J_n(x) = \frac{(-j)^n}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{jx \cos \varphi} \cos(n\varphi) d\varphi。$$

因天线轴向增益是其一个典型的电性能指标^[17], 故这里对

天线轴向增益损失进行案例分析计算，其具体的计算公式为

$$\Delta G = -685.810(k\varepsilon_{rms}^n / \lambda)^2 \quad (18)$$

式中 λ 为天线工作波长， ε_{rms}^n 为天线表面的法向均方根误差，相关因子 $k = \frac{4f}{D} \sqrt{\ln\left[1 + 1/\left(4f/D\right)^2\right]}$ ，其中 f 是天线焦距， D 为天线口径。

4 实验结果分析与工程案例应用

下面对某 16m 口径圆抛物面天线(焦距比为 0.35)进行实验验证。其工作频段为 C/Ku 频段，表面法向精度指标是 0.7mm，在 8 级风下保精度工作，10 级风下降精度可使用，工作环境温度范围为 -40℃ 至 50℃。天线反射面为实板型，背架属桁架类。反射面分为 3 圈，其中内圈面板分成 16 块，第 2 圈和第 3 圈都划分成 32 块。单块面板采用刚性面板结构设计，由拉伸蒙皮和经拉伸成型的纵向筋、环向筋铆接而成，其材质均采用 LY12(在 ANSYS 软件中取 shell63)。图 5 和图 6 分别给出了此天线反射体的三维实体模型和有限元网格模型。

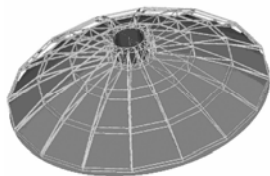


图 5 天线反射体的三维实体模型图

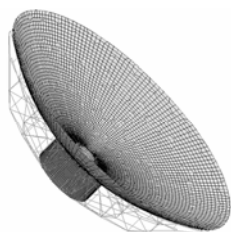


图 6 天线有限元网格模型

表 1 给出了分别采用基于 B 样条曲线的分块拟合方法(DFMB)和最佳吻合抛物面方法(BFP)，分析不同风速以及俯仰角条件下天线变形反射面法向和轴向均方根误差的变

化情况，以及相应的天线增益损失。其中风荷是水平方向侧吹的，仰角指天线焦轴与水平方向的夹角。为更好地比较两种不同计算方法，图 7 用折线的方法给出了不同情况下的变形反射面的法向和轴向误差变化情况。分析两图表数据可知，随着天线仰角的增大，变形反射面的均方根误差也随之增大，且风速越大，表面误差也相应增大。同时可知，风速的大小变化对天线增益损失的影响是非常明显的，并远大于俯仰角变化带来的影响。

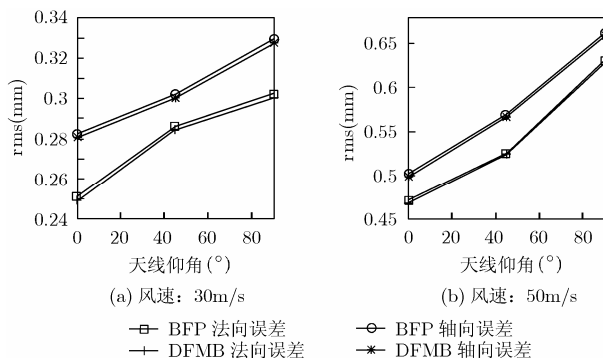


图 7 BFP 与 DFMB 计算结果对比曲线

为从工程分析的角度验证 DFMB 方法的可靠性和精度，利用激光测距仪 Leica 和钢带尺结合的方法，对此 16m 工程天线进行了精度测量，得到了如表 2 所示的天线在仰天和指平状态下仅受自重作用时的反射面均方根误差(相对于 BFP 而言)。分析表 2 可知，由于仿真建模过程中简化了众多复杂的背架支撑结构，例如加强筋、三角连板等，所以 BFP 和 DFMB 方法仿真分析的结果都要略大于实际测量结果，但它们属于一个工程测量级别。这些都说明了基于 B 样条曲线的 Coons 曲面分块拟合方法是准确和有效的。

表 1 不同情况下变形面天线的表面精度与电性能

风速(m/s)	仰角(°)	最佳吻合抛物面方法			B 样条分块拟合方法		
		法向 rms(mm)	轴向 rms(mm)	增益损失(dB)	法向 rms(mm)	轴向 rms(mm)	增益损失(dB)
30	0	0.250460	0.282014	-0.075807	0.249118	0.280913	-0.074996
	45	0.286089	0.301396	-0.098908	0.285101	0.300155	-0.098226
	90	0.301862	0.329607	-0.110115	0.301017	0.328429	-0.109499
50	0	0.470814	0.501538	-0.267873	0.468126	0.499281	-0.264823
	45	0.525039	0.569899	-0.333129	0.523863	0.567104	-0.331639
	90	0.631007	0.662071	-0.481170	0.629452	0.660389	-0.478801

表 2 工程测量与仿真结果比较

天线位姿(仅自重)	误差类型(mm)	工程激光测量	最佳吻合抛物面方法	B 样条分块拟合方法
仰天	法向误差	0.1291	0.165821	0.165108
	轴向误差	0.1386	0.182006	0.179266
指平	法向误差	0.1377	0.178194	0.177472
	轴向误差	0.1628	0.195215	0.193832

5 结束语

基于天线结构分析,提出了一种基于 Coons 曲面和 B 样条边界曲线的变形天线反射面分块拟合方法。在对反射面进行周向三次与径向二次 B 样条曲线拟合之后,可准确地确定每个块域的点、边界曲线以及导矢。再利用 Coons 曲面拟合得到每个块域的方程,然后计算出相应的反射面法向误差或轴向误差,以及口径相位误差,进而根据天线口径理论计算天线远区电场分布,并判断电性能是否满足要求,以及天线结构设计是否合理。分块拟合变形反射面的目的主要是为天线机电耦合模型提供准确的反射面变形信息(包括局部的大变形),满足电磁计算的要求。通过理论分析其拟合方法原理可知,由于对反射面进行了分块划分,对任一局部变形进行了精确拟合,其分析精度必然要高于 BFP 方法,而且工程案例实验结果也证明了这一点。本文内容对天线机械结构设计人员设计天线虚拟样机及性能仿真预估分析,建立天线结构机电耦合模型,并最终实现天线机电性能综合分析,都有着重要的指导作用。

参考文献

- [1] Alpatova A V, Gorin A M, and Kad'kalo I N. Calculation of non-axisymmetrical parabolic reflector antennas. The 4th International Conference on Antenna Theory and Techniques, Kharkiv, Ukrainian, 9-12 Sept., 2003, vol.1: 248-250.
- [2] Sinton S and Rahmat-Samii Y. Random surface error effects on offset cylindrical reflector antennas. *IEEE Trans. on Antennas Propagat.*, 2003, 51(6): 1331-1337.
- [3] Imbriale W A. Distortion compensation techniques for large reflector antennas. 2001 IEEE Conference on Aerospace, Big Sky, Montana, USA, 10-17 Mar., 2001, vol.2: 799-805.
- [4] Ruze J. The effect of aperture errors on the antenna radiation pattern. *Suppl. al Nuovo Cimento*, 1952, 9(3): 364-380.
- [5] 叶尚辉. 天线结构设计. 北京: 国防工业出版社, 1980: 201-227.
- [6] 华慕麟. 天线变形曲面的一种拟合方法. 现代雷达, 1994, 16(1): 75-82.
Hua Mu-lin. A best-fit method for deformed surface of antennas. *Modern Radar*, 1994, 16(1): 75-82. (in Chinese)
- [7] 章日荣. 反射面天线及波纹喇叭. 北京: 人民邮电出版社, 1977: 73-115.
- [8] Duan B Y, Qi Y H, and Xu G H, *et al.* Study on optimization

of mechanical and electronic synthesis for the antenna structural system. *Int J Mechatronics*, 1994, 4(6): 553-564.

- [9] 面天线虚拟制造项目组. 用户访谈报告. 西安电子科技大学, 2002.
- [10] 苏步青. 实用微分几何引论. 北京: 科学出版社, 1998: 243-275.
- [11] Levy R. Structural Engineering of Microwave Antennas for Electrical, Mechanical and Civil Engineers. New York: IEEE Press, 1996, CH3.
- [12] Wang C S, Duan B Y, and Qiu Y Y, *et al.* A new approach to fit the distorted reflector antenna and its computation of electrical characteristics. The First Asia International Symposium on Mechatronics (AISM'2004), Xi'an, China, 27-30 Sept. 2004: 201-205.
- [13] 孙家广. 计算机图形学. 北京: 清华大学出版社, 2003: 286-350.
- [14] Paynter G F, Burnside W D, and Lee T H. A systematic approach to design and analysis of antennas on complex platforms. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 2001, 43(6): 38-44.
- [15] Kim J W, Kim B S, and Lee C W. Computation of the average power pattern of a reflector antenna with random surface errors and misalignment errors. *IEEE Trans. on Antennas Propagat.*, 1996, 44(7): 996-999.
- [16] 王从思, 段宝岩, 仇原鹰. 天线表面误差的精确计算方法及电性能分析. 电波科学学报, 2006, 21(3): 403-409.
Wang Cong-si, Duan Bao-yan, and Qiu Yuan-ying. Precise algorithm for surface errors of reflector antennas and analysis of its electrical performance. *Chinese Journal of Radio Science*, 2006, 21(3): 403-409. (in Chinese)
- [17] Boag A and Letrou C. Fast radiation pattern evaluation for lens and reflector antennas. *IEEE Trans. on Antennas Propagat.*, 2003, 51(5): 1063-1068.

王从思: 男, 1980 年生, 博士生, 研究方向为天线多场耦合理论与方法、天线结构分析等。

段宝岩: 男, 1955 年生, 教授, 博士生导师, 中国电子学会会员, 研究方向为天线结构与伺服系统、工程结构优化设计、机电一体化等。

仇原鹰: 男, 1958 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为电子机械系统动力学、先进制造技术、控制智能机器人技术等。