

基于有偏小波网络的非线性时间序列分析

刘芳, 周建中, 李涛, 方仍存

(华中科技大学水电与数字化工程学院, 武汉 430074)

摘要: 针对小波网络计算过程中出现大量冗余的特点, 提出一种有偏小波网络模型。该模型在网络中添加一个偏倚层, 通过自适应调整参数, 增加自由度, 减少计算冗余, 同时采用基于多分辨率的初始化框架, 加快了收敛速度, 提高了计算精度。仿真计算表明, 有偏小波网络能够反映非线性时间序列的内在特性, 得到较好的径流预报结果, 是一种有效的非线性建模方法。

关键词: 有偏小波网络; 偏倚函数; 非线性时间序列; 径流预报

Analysis of Nonlinear Time Series Based on Biased Wavelet Network

LIU Fang, ZHOU Jianzhong, LI Tao, FANG Rengcun

(School of Hydropower and Information Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

【Abstract】 Biased wavelet network is proposed for the purpose of reducing the redundancy in general wavelet network. Including a biased layer, the presented network can adjust parameters adapt to a particular problem, which adds more degrees of freedom and reduces calculating redundancy efficiently. The network initialization based on a multiresolution scheme is employed to accelerate convergence and increase approximation accuracy. The simulation results show that, the biased wavelet network is an effective model for reflecting the inherent characteristics and obtaining better forecasts of nonlinear time series.

【Key words】 Biased wavelet network; Biased function; Nonlinear time series; Streamflow forecast

小波网络是小波分析与神经网络的有机结合, 继承了小波变换的多分辨率特性和神经网络的非线性建模能力。自从 Zhang 在文献[1]中提出小波网络后, 由于小波网络具有逼近能力强、收敛速度快、网络参数(隐层结点数和权重)的选取有理论依据、有效地避免局部最小值等优点^[2], 因此, 小波网络得到了广泛的应用^[3-5]。传统的小波网络虽然克服了神经网络收敛速度慢易陷入局部极小等缺点, 但是作为网络主体, 当分辨率增加时, 小波变换不可避免地存在大量计算冗余, 一些学者提出了不同的小波网络结构^[6,7], 期望得到计算效益的平衡。

径流预报是一个复杂的过程, 径流序列的时空变化具有高度的非线性特点, 若仅从线性角度或近似为线性问题去研究本质上是非线性的径流变化问题, 必然有其固有的局限性。

本文在传统小波网络的基础上, 结合文献[8], 提出一种新的有偏小波网络。它在网络中添加一个偏倚层, 与小波函数层共同构成网络隐含层, 增加了模型自由度。有偏小波网络摒弃了使用固定形状小波调整参数的方法, 而是进行动态自适应参数调整, 以减少冗余, 提高计算精度, 同时采用基于多分辨率的初始化框架, 加速网络收敛速度。使用该有偏小波网络对非线性月径流时间序列进行分析, 得到了满意的预报结果。

1 有偏小波网络模型

1.1 小波分析

在函数空间 $L^2(R)$ 中, 通过对母小波进行伸缩和平移变换, 得到小波基函数系:

$$\psi_{a,b}(t) = |a|^{1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$$

其中, $\psi(t)$ 是母小波函数, a, b 分别是伸缩和平移系数,

$a, b \in R$, 但 $a \neq 0$ 。母小波函数还必须满足以下“可容许条件”:

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|}{|\omega|} d\omega < \infty$$

其中, $\hat{\psi}(\omega)$ 是 $\psi(t)$ 的傅立叶变换。

对于任一信号 $f \in L^2(R)$, 其相应的小波变换可表示为

$$W_{a,b} = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot \psi_{a,b}(t) \cdot dt$$

文献[9]中已证明, 信号 $f(t)$ 可以被一组小波函数以任意精度逼近。

小波分析来源于傅立叶分析, 是傅立叶分析的新里程碑。小波变换良好的时频局部化和多分辨率特性使其具有很强的函数逼近和模式识别能力。

1.2 有偏小波网络模型

有偏小波网络的拓扑结构如图1所示, 在网络中添加一个偏倚层, 形成与传统小波变换结果之间的偏倚。该偏倚层与小波函数层共同作为网络的隐含层, 其对应的神经元以权值1与相应的小波神经元相连, 激励函数由偏倚函数 $\varphi(t)$ 替代, 并且对于每一个偏倚神经元, 有相应的偏倚系数 c 对偏倚范围进行调整。

因此, 对于任意函数 $f \in L^2(R)$, 可以用有偏小波网络

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50579022, 50539140); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20050487062)

作者简介: 刘芳(1980-), 女, 博士生, 主研方向: 径流预报, 水电站经济运行等; 周建中, 教授、博导; 李涛, 硕士生; 方仍存, 博士生

收稿日期: 2006-05-24 **E-mail:** lfhust@gmail.com

近似描述为

$$\hat{f}(t) = \sum_{i=1}^N (\psi(\frac{t-b_i}{a_i}) - c_i \cdot \varphi(\frac{t-b_i}{a_i})) \cdot w_i$$

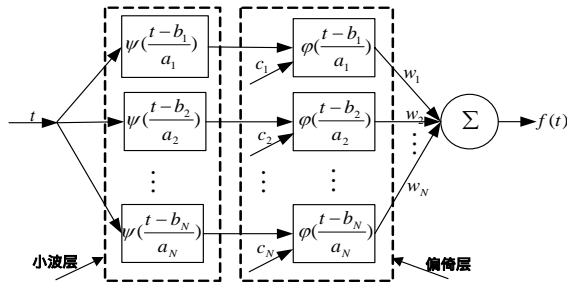


图 1 有偏小波网络的拓扑结构

文献[8]给出了由母小波函数 $\psi(t)$ 生成的 3 种偏倚函数表达形式：

$$\varphi(t) = \psi(t) \cdot \cos \omega_0 t$$

$$\varphi(t) = \psi(\frac{t}{2}) \cdot \cos \frac{\omega_0}{2} t$$

$$\varphi(t) = \exp(-\frac{t^2}{2})$$

第 1 种的构造方法简单，保留了 $\psi(t)$ 的时间分辨特性，但是丢失了频率分辨特性；第 2 种的特性与第 1 种相反，但它的构造方法有多分辨率的特点。第 3 种在时间和频率方面，对第 1 种和第 2 种进行了折中，但其构造形式单一。

小波变换的实质是把一维信号等距离地映射到二维小波空间 $f \leftrightarrow W_f$ ，小波函数之间线性相关，从而不可避免地产生冗余。这种冗余在某些情况下是有用的^[9]，但当冗余过多时，就会造成巨大的计算量，阻碍了问题的最终解决。图 1 所示的有偏小波网络，能够很好地解决这个问题。它能够在系统运行过程中，根据计算精度的需要，动态自适应地调整小波函数、偏倚函数和偏倚系数，而不是一组参数固定的小波函数上进行操作，从而增加模型自由度，提高计算精度，减少计算冗余，增强鲁棒性。

1.3 网络学习算法

有偏小波网络采用 BP 算法进行训练，自适应地调整模型中的权重 w_k ，伸缩尺度 a_k ，平移尺度 b_k 和偏倚系数 c_k 。设有 M 个输入信号 t_m ，其相应的实际观测值和模型计算值分别是 y_m 和 $\hat{f}_m (m=1, \dots, M)$ 。定义有偏小波网络的误差函数为

$$E = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M e_m^2 = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M [y_m - \hat{f}_m]^2$$

令 $t' = \frac{t-b_k}{a_k}$ ，则误差函数对各参数求偏导为

$$\frac{\partial E}{\partial w_k} = -(y-f) \cdot (\psi(t') + c_k \cdot \varphi(t'))$$

$$\frac{\partial E}{\partial b_k} = \sum_{m=1}^M (y-f) \cdot w_k \cdot (\psi'(t') + c_k \cdot \varphi'(t')) / a_k$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_k} = \sum_{m=1}^M (y-f) \cdot w_k \cdot (\psi'(t') + c_k \cdot \varphi'(t')) \cdot (x-b_k) / a_k^2$$

$$\frac{\partial E}{\partial c_k} = \sum_{m=1}^M (y-f) \cdot w_k \cdot \psi'(t')$$

按梯度法修正参数，并引入学习效率 η 和动量系数 α ，则

$$w_k(m+1) = w_k(m) - \eta \cdot \frac{\partial E}{\partial w_k} + \alpha \cdot \Delta w_k(m)$$

$$b_k(m+1) = b_k(m) - \eta \cdot \frac{\partial E}{\partial b_k} + \alpha \cdot \Delta b_k(m)$$

$$a_k(m+1) = a_k(m) - \eta \cdot \frac{\partial E}{\partial a_k} + \alpha \cdot \Delta a_k(m)$$

$$c_k(m+1) = c_k(m) - \eta \cdot \frac{\partial E}{\partial c_k} + \alpha \cdot \Delta c_k(m)$$

1.4 网络初始化

有偏小波网络的有效初始化是非常重要的。对参数的任意选取，会使部分小波函数过于局部化，造成计算关注区域上的坡度过小。而且小波函数迅速衰减的特性，也会使模型对任意选取的初始值过于敏感。因此，本文采用一种基于多分辨率的初始化框架：

(1) 设网络所要逼近的区间为 $[0, T]$ ， L 是分辨率水平， K_1 是最小尺度的小波个数 (K_1 必须是 2^{L-1} 的整数倍)。

(2) 在二进制栅格上初始化平移系数 b_k ：

$$b_{k_1} = \frac{2k_1 - 1}{2K_1} \cdot T, k_1 = 1, 2, \dots, K_1$$

$$b_{K_1+k_2} = \frac{2k_2 - 1}{2K_2} \cdot T, k_2 = 1, 2, \dots, K_2$$

⋮

$$b_{K_1+K_2+\dots+k_L} = \frac{2k_L - 1}{2K_L} \cdot T, k_L = 1, 2, \dots, K_L$$

其中， $K_2 = K_1 / 2, \dots, K_L = K_{L-1} / 2$ 。

(3) 在第 l 个分辨率水平上，令 $a = \frac{2T}{K_l R}$ ，其中 R 是母小

波函数的支撑集。

(4) 将偏倚系数 c_k 的初始值都设为零。

(5) 权重 w_k 的初始值满足期望为零的正态分布小随机数。

2 仿真计算

由于径流时间序列的非线性特征，传统的数理统计方法，不能充分反映水文系统变化规律，影响了径流预报精度。本文采用有偏小波网络，对长江流域宜昌站 2000 年~2002 年内的月平均径流进行预报。其中，该站 108 年(1893 年~1999 年)内的月径流资料作为仿真计算的样本。

有偏小波网络的小波函数和偏倚函数个数均为 14 个，按照上述初始化和学习算法对网络进行训练。选用墨西哥帽函数为母小波函数：

$$\psi(t) = (1-t^2) \cdot \exp(-\frac{t^2}{2})$$

选用的偏倚函数为

$$\varphi(t) = \exp(-\frac{t^2}{2})$$

终止条件为 $E=0.0001$ 或最大迭代次数 5000 次，学习效率 $\eta=1.2$ ，动量系数 $\alpha=0.4$ 。

在网络训练的过程中，网络收敛速度呈现出非线性。训练初期，网络收敛速度较快，但是随着训练次数的增加，收敛速度逐渐减慢，在有些部分出现振荡的现象。这主要是 BP 算法自身的缺陷。通过人工率确定学习效率和动量系数，调整计算步长和记忆长度。由于过大的学习效率会使计算陷入局部极小，因此当 E 出现振荡时，适当减小 η ，增加 α ，具体步长的选取需要一定的经验和技巧。

在计算过程中，预报值呈现出对小波系数的极度敏感性。在伸缩上进行微小的改动，可能会使预报值有很大的偏差(甚

至数量级不同),这是由于小波函数在有限区域外迅速趋进零的性质所决定的。

从有偏小波网络的近似表达式中可以得出,当偏倚系数全为零时,有偏小波网络就是一般的小波网络。通过调整偏倚系数,有偏小波网络具有更多的自由度,从而对非线性问题的处理能力和冗余计算能力优于一般的小波网络。

为了进行比较,本文分别使用 ARIMA 和基于 BP 算法的前向神经网络(BPNN)对仿真计算结果进行比较。BPNN 的样本选取与有偏小波网络(BWNN)相同,隐含层有 14 个神经元,激励函数为 sigmoid 函数。表 1 给出了各预报方法的计算结果落入相对误差大小的区间。若以预报相对误差 20% 为合格,则 ARIMA 模型有 72.23% 预报值不合格, BPNN 模型和 BWNN 模型则明显优于 ARIMA 模型,它们的大多数预报值都控制在误差范围以内,而且 BWNN 模型在 [0,10] 优秀区间内的预报结果达到 27.78%。

表 1 预报相对误差落入不同区间的百分比

	[0, 10]	(10, 20)	(20, 30)	(30, 60]
ARIMA	8.33	19.44	58.33	13.90
BPNN	13.88	63.88	16.67	5.57
BWNN	27.78	61.11	11.11	-

3 结论

本文在小波网络的基础上,提出了一种有偏小波网络。该网络模型在基本的小波隐含层和输出层之间,加入一个偏倚层和偏倚系数,它能够自适应地调整小波函数和偏倚函数的参数,增加模型自由度,有效减少计算冗余,更好地对非线性系统进行分析和建模。月径流时间序列具有很强的随机性和周期性,传统的数理统计方法,很难反映其内在的非线性特征。本文使用有偏小波网络对宜昌站的月径流进行预报

建模,通过仿真计算,有偏小波网络的预报结果优于 ARIMA 和 BPNN,同时,合理的初始化方法和误差分析也加速了网络的收敛速度,缩小了参数的选取范围,因此,有偏小波网络为非线性时间序列的建模提供了一个有效的途径。本文使用的偏倚函数由母小波函数生成,虽然计算简便,但有时缺乏通用型,因此,偏倚函数的具体表达形式仍有待深入探讨。

参考文献

- 1 Zhang Qinghua, Albert B. Wavelet Networks[J]. IEEE Trans. on Neural Networks, 1992, 3(6): 889-898.
- 2 董富贵, 张世英, 谭忠富, 等. 基于遗传算法的小波神经网络在电价预测中的应用[J]. 计算机工程, 2005, 31(4): 32-33.
- 3 刘志刚, 王晓茹, 钱清泉. 小波网络的研究进展与应用[J]. 电力系统自动化, 2003, 27(6): 73-79.
- 4 王文圣, 熊华康, 丁 晶. 日流量预测的小波网络模型初探[J]. 水科学进展, 2004, 15(3): 382-386.
- 5 何永勇, 褚福磊, 钟秉林. 递阶进化算法的小波网络在设备状态预测中的应用[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2002, 42(6): 754-757.
- 6 Pati Y C, Krishnaprasad P S. Analysis and Synthesis of Feedforward Neural Network Using Discrete Affine Wavelet[J]. IEEE Trans. on Neural Networks, 1993, 4(1): 73-75.
- 7 Baskshi B R, Stephanopoulos G. Wave-net : A Multi Resolution, Hierarchical Neural Network with Localized Learning[J]. American Institute Chemical Engineer Journal, 1993, 39 (1): 57-81.
- 8 Robert K H G, Takashi Y, Tania N R. Signal Representation by Adaptive Biased Wavelet Expansions[J]. Digital Signal Processing, 1999, 9(4): 225-240.
- 9 Daubechies I. 小波十讲[M]. 李建平, 杨万年, 译. 北京: 国防工业出版社, 2004.

(上接第 9 页)

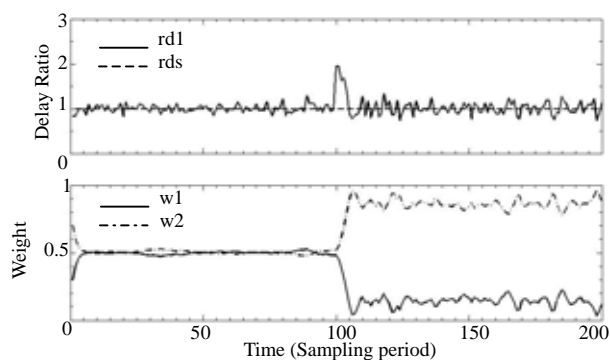


图 3 仿真试验 2: 变化的执行时间

4 结论

为了对工作在不可预测环境下并且有着不确定性任务特征的实时调度系统进行服务区分,通过利用队列理论及模型预测控制相结合的方法对权重队列调度系统进行多变量控制建模,并将对实时调度系统服务延迟时间区分的性能保证控制转化为受限多变量优化求解问题,并且基于标准最小二乘求解器设计实现了预测控制权队列调度框架及其算法。仿真试验的结果表明了,在任务集到达时间间隔以及执行时间具有不确定性的情况下,预测控制权队列调度算法仍然能够提供强健稳定的相对延迟时间比性能保证,达到了所设计对

不确定性实时系统进行延迟时间服务区分的目的。

参考文献

- 1 Lu C, Stankovic J A, Tao G, et al. Feedback Control Real-time Scheduling: Framework, Modeling and Algorithms[J]. Special Issue of RT Systems Journal on Control-theoretic Approaches to Real-time Computing, 2002, 23(1/2): 85-126.
- 2 Sha L, Liu X, Lu Y, et al. Queueing Model Based Network Server Performance Control[C]//Proc. of Real-time Systems Symposium. 2002: 81-90.
- 3 Lu Y, Abdelzaher T F, Lu C, et al. Feedback Control with Queueing-theoretic Prediction for Relative Delay Guarantees in Web Servers[C]//Proc. of Real-time and Embedded Technology and Applications Symposium. 2003: 208-217.
- 4 Diao Y, Gandhi N, Hellerstein J L, et al. Using MIMO Feedback Control to Enforce Policies for Interrelated Metrics with Application to the Apache Web Server[C]//Proc. of Network Operations and Management Symposium. 2002: 219-234.
- 5 Goyal P, Vin H M, Cheng H. Start-time Fair Queueing: A Scheduling Algorithm for Integrated Services Packet Switching Networks[J]. IEEE/ACM Transactions on Networking, 1997, 5(5): 690-703.
- 6 席裕庚. 预测控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993.