文章编号:1000-6893(2007)02-0281-05

基于黏性伴随方法的跨声速机翼气动优化设计

熊俊涛, 乔志德, 杨旭东, 韩忠华

(西北工业大学 翼型、叶栅空气动力学国防科技重点实验室,陕西 西安 710072)

Optimum Aerodynamic Design of Transonic Wing Based on Viscous Adjoint Method

XION GJun-tao, QIAO Zhi-de, YAN G Xu-dong, HAN Zhong-hua

(The Center for Aerodynamics Design and Research, Northwestern Polytechnical

University, Xi an 710072, China)

摘 要:进行了基于黏性伴随方法和 Navier Stokes 方程的跨声速机翼气动优化设计研究。分别推导了适用 于三维跨声速机翼气动反设计和减阻设计的黏性伴随方程、边界条件和梯度求解表达式,并研究了伴随方程 的数值求解方法。通过将网格生成、流场计算、黏性伴随方程数值求解、梯度求解和拟牛顿优化算法等几方面 的有效结合,发展了一种跨声速机翼气动优化设计方法。为了提高计算效率,将多重网格方法应用到方程的 数值求解中来加速收敛。跨声速机翼反设计和减阻设计算例验证了本文所发展的方法的正确性。采用本文 的方法进行优化设计,一般通过20~30次迭代就能得到满意的结果。

关键词:优化设计;黏性伴随方法;黏性伴随方程;跨声速机翼

中图分类号: V211.3 文献标识码: A

Abstract : Aerodynamic shape optimization design of transonic wing is performed based on viscous adjoint method using compressible Reynolds Averaged Navier-Stokes equations. The viscous adjoint equations, boundary conditions and gradient formulas for inverse design and drag minimization design of viscous flow are derived. A numerical method is developed for solving adjoint equations. The procedure of optimization has been established by an effective combination of grid generation, flow and adjoint equations solution, gradient solution and quasi-newton algorithm. The multigrid techniques are added to accelerate the convergence of flow and adjoint equations to improve the efficiency of design. Design examples including inverse problem and drag minimization are performed for transonic wing. The results indicate that the present method can be successfully applied to optimization design of transonic wing. Satisfactory designs are usually obtained with 20 ~ 30 design cycles.

Key words: optimization design; viscous adjoint method; viscous adjoint equation; transonic wing

目前数值优化方法一般分为梯度法和非梯度 法。非梯度法中典型的有遗传算法、神经网络算 法及响应面法,这类方法对各种优化问题有着较 好的鲁棒性,但计算量大是一直到目前为止难以 解决的问题。梯度法中的有限差分法,优点是原 理简单,编程容易,缺点是优化过程计算花费较 大,对于应用 N-S 方程进行机翼多变量的气动优 化设计存在一定的难度。近年来由 Jameson 等 人发展的基于控制理论的优化设计方法(又称伴 随方法)^[1-3]很大程度上解决了梯度的快速求解问 题。通过求解流动控制方程和伴随方程进行梯度 求解,计算量只相当于两倍的流场计算量,与设计 变量数目无关,这在处理三维机翼及复杂外形的 优化问题体现了极大的优越性。国外对于该方法 的研究比较深入获得了较好的效果^[1]。而国内对 于这方面的研究起步较晚,研究成果较少^[47],与 国外先进水平相比存在着一定的差异。且目前该 设计理论还在不断发展中,应用领域还在不断拓 宽^[8],因此进行这方面的研究工作具有理论研究 价值和应用前景。

1 流动控制方程

采用 N-S 方程作为流动分析程序。在笛卡 尔坐标系(x1, x2, x3)下,定义速度分量为(u1, u2, u3),采用求和约定惯例,方程形式为

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial x_i} = \frac{\partial \mathbf{f}_{vi}}{\partial x_i} \tag{1}$$

式中:w是状态矢量;f为无黏通矢量项;fv为黏 性通矢量项,各项具体表达式为

$$\mathbf{w} = \begin{cases} u_{1} \\ u_{2} \\ u_{3} \\ E \end{cases}, \quad \mathbf{f}_{i} = \begin{cases} u_{i} \\ u_{i}u_{1} + p_{i} \\ u_{i}u_{2} + p_{i} \\ u_{i}u_{3} + p_{i} \\ u_{i}u_{3} + p_{i} \\ u_{i}H \end{cases},$$
$$\mathbf{f}_{vi} = \begin{cases} 0 \\ ij \ j1 \\ ij \ j2 \\ ij \ j3 \\ u_{j} \ ij \ + k \frac{\partial T}{\partial x_{j}} \end{cases}$$
(2)

在采用结构化贴体网格进行离散时,需要将 物理坐标转化为计算坐标(1,2,3),方程化为

$$\frac{\partial (\mathbf{Jw})}{\partial t} + \frac{\partial (\mathbf{F}_i - \mathbf{F}_{v_i})}{\partial i} = 0$$
 (3)

式中: $F_i = S_{ij} f_j$; $F_{vi} = S_{ij} f_{vj}$, $S_{ij} = J \frac{\partial_{-i}}{\partial x_j}$; J 为坐标

变换的Jacobin 值。

2 黏性伴随方程、边界条件和梯度求解表达式

(1) 一般形式

对于优化设计问题, 描述气动性能的目标函 数可表示为

$$I = M(w, S) dB + P(w, S) dD$$
(4)

其中包含了边界和空间的贡献, dB 和 dD 分别 为计算域中的物面和体积单元。通常 M 和 P 的 值取决于流场中流动变量 w 及变换矩阵 S。

物面边界的变化最终将导致目标函数的变化。则可以物面边界作为控制函数,将流动控制 方程作为约束条件在目标函数中引入,从而将约 束问题转化为无约束问题,设计问题转化为控制 问题。设目标函数对于边界变形的变分为

$$I = M(w, S) dB + P(w, S) dD$$
(5)
$$M = [M_w]_I w + M_{II},$$
(6)

$$\mathbf{P} = [\mathbf{P}_w]_{\mathbf{I}} \mathbf{w} + \mathbf{P}_{\mathbf{II}}$$

式中:下标 I和 II 分别表示由流动变量变化 w引起的贡献和由坐标变换矩阵变化 s引起的贡献。

在定常情况下,流动控制方程式(3)对边界变 形的变分可表示为

$$\frac{\partial}{\partial_{i}} (F_{i} - F_{vi}) = 0$$
 (7)

$$F_{i} = [F_{iw}]_{I} w + F_{iII},$$

$$F_{vi} = [F_{viw}]_{I} w + F_{viII}$$
(8)

引入共轭变量 ,乘以式(7)做全场积分

$$^{\mathrm{T}} \frac{\partial}{\partial_{i}} (F_{i} - F_{\mathrm{v}i}) \mathrm{d}D = 0 \qquad (9)$$

▶ ∨ i 设 可微,分部积分得

$$a_i \stackrel{\mathrm{T}}{=} (\mathbf{F}_i - \mathbf{F}_{\mathrm{v}i}) \,\mathrm{d}B - \frac{\partial \stackrel{\mathrm{T}}{=} \frac{\partial}{\partial i}}{\int \partial i} (\mathbf{F}_i - \mathbf{F}_{\mathrm{v}i}) \,\mathrm{d}D = 0$$

用式(5)减去式(10)得

T

$$= \int_{B} \mathbf{M} - n_{i} \mathbf{T} (\mathbf{F}_{i} - \mathbf{F}_{vi}) J dB + \int_{D} \left[\mathbf{P} + \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial i} (\mathbf{F}_{i} - \mathbf{F}_{vi}) \right] dD$$
(11)

从上式可以看出如果通过某种方式,选择合适的 ,使得 I和流动变量 w不再显性相关。 目标函数的计算可直接通过坐标变换矩阵的变分 得到,而不需要重新计算由扰动每个设计变量产 生的流动变量变分 w。

比较式(6)和式(8),流动变量变分 w能够 从式(11)中消除掉,即令空间流场积分项中所有 下标 I的项为零,得到全场黏性伴随方程

$$\frac{\partial^{-\mathrm{T}}}{\partial_{i}}(F_{iw} - F_{viw})_{\mathrm{I}} + P_{w\mathrm{I}} = 0 \qquad (12)$$

在式(11)中,令边界积分项中带下标 I 的项为零, 得到黏性伴随方程的物面边界条件:

$$n_i \, {}^{\mathrm{T}} (F_{iw} - F_{viw})_{\mathrm{I}} = M_{w \mathrm{I}}$$
 (13)

式(11)中剩余的项即为目标函数的梯度求解公式

$$I = \begin{pmatrix} M_{II} - n_i & T_i & F_i - F_{vi} J_{II} & dB + \\ \int_{D}^{B} P_{II} + \frac{\partial & T_i}{\partial i} & F_i - F_{vi} J_{II} \\ \end{pmatrix} dD \quad (14)$$

(2) 具体表达形式

对于不同的优化问题上述式子有其各自具体 的表达形式。鉴于推导过程的复杂性,此处只给 出适用于反设计和减阻设计的最终表达形式。

黏性伴随方程的矢量形式为

$$J\mathbf{A}_{j}^{\mathrm{T}} \frac{\partial}{\partial x_{j}} + (\mathbf{M}^{-1})^{\mathrm{T}} \mathbf{Y} = \mathbf{0}$$
(15)

式中:

$$\mathbf{A}_{j} = \frac{\partial f_{j}}{\partial \mathbf{w}}; \mathbf{M}^{-1} = \frac{\partial \widetilde{\mathbf{w}}}{\partial \mathbf{w}}; \widetilde{\mathbf{w}} = (u_{1} u_{2} u_{3} p)^{\mathrm{T}};$$
$$= (1, 1, 2, 3,)^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{Y} = J \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 \mathbf{\mu}}{(-1) P_r} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \\ \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} + 2\mathbf{\mu} \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial z} \end{bmatrix} + 2\mathbf{\mu} \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial y} \\ zz = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial z} \\ \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial z} \end{bmatrix} + 2\mathbf{\mu} \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial y} \\ zz = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial z} \\ \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial z} \end{bmatrix} \\ xz = \mathbf{\mu} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial z} \\ \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial x} \end{bmatrix} \\ xz = \mathbf{\mu} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial z} \\ \frac{\partial z}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial z} \end{bmatrix} \\ xz = z = \begin{bmatrix} 2\mathbf{\mu} + - \right) u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + u \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial z} + v \frac{\partial}{\partial y} + u \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \\ xz = (2\mathbf{\mu} + -) v \frac{\partial}{\partial z} + v \frac{\partial}{\partial y} + u \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \\ xz = (2\mathbf{\mu} + -) v \frac{\partial}{\partial z} + v \frac{\partial}{\partial y} + u \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \\ zz = (2\mathbf{\mu} + -) v \frac{\partial}{\partial z} + v \frac{\partial}{\partial z} + v \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \\ zz = (2\mathbf{\mu} + -) v \frac{\partial}{\partial z} + v \frac{\partial}{\partial z} + v \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \\ zz = zy = \mathbf{\mu} \begin{bmatrix} u \frac{\partial}{\partial z} + v \frac{\partial}{\partial y} \\ u \frac{\partial}{\partial z} + v \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \\ zz = zz = \mathbf{\mu} \begin{bmatrix} u \frac{\partial}{\partial z} + v \frac{\partial}{\partial z} \\ z + v \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix}$$

$$zz = zz = z = zz = z = z = z$$

这里,令 $x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z;$ $V = (u_1)$ $u_2 u_3)^{T} = (u v w)^{T}; a 为音速; Pr 为普朗$ 特数。

(1) 给定目标压力分布的气动反设计对应的 目标函数可表示为

$$I = \int_{B} \left\{ \frac{1}{2} \int_{v_{n}}^{2} - v_{n} (p - p_{d}) + \frac{1}{2} (p - p_{d})^{2} \right\} dS$$
(16)

式中: p 为物体表面计算压力值; pa 为目标压力 分布; $v_n = n_k n_j k_j$ 为法向压力; k_j 为应力张量分 量; n_i , n_k 为物面单位法向量分量。

黏性伴随方程的物面边界条件在高雷诺数条 件下为

а

a

(19)

(2) 有升力约束的减阻设计对应的目标函数 和约束条件可表示为

$$I = C_D + l_i n_j \quad ij \, \mathrm{d}S \tag{20}$$

约束条件 C_L = constant

式中: C_D 为压阻系数; C_L 为设计升力系数; l_i 是 某一方向矢量分量; n_j 为物面单位外法向分量; "为应力张量分量。

黏性伴随方程的物面边界条件为

$$= 0$$
 常温壁 (22)

梯度求解表达式为

$$I = \frac{2}{Ma^{2}} \int_{B} (p-1) \{ (n_{x} / S_{2} /) \cos + (n_{y} / S_{2} /) \sin + [(n_{y} / S_{2} /) \cos - (n_{x} / S_{2} /) \sin] \} dB + (n_{y} / S_{2} /) \sin] \} dB + (n_{y} / S_{2} /) \sin] \} dB + (n_{y} / S_{2} /) \sin] \} dB + (n_{y} / S_{2} /) \cos - (n_{x} / S_{2} /) \sin] \} dB + (n_{y} / S_{2} /) \cos - (n_{x} / S_{2} /) \sin] \} dB + (n_{y} / S_{2} /) \cos - (n_{x} / S_{2} /) \sin] \} dB + (n_{y} / S_{2} /) \cos - (n_{x} / S_{2} /) \sin] \} dB + (n_{y} / S_{2} /) \sin - (n_{y} / S_{2} /) \sin] = (n_{y} / S_{2} /) \sin - (n_{y} / S_{2} /) \sin) \sin (n_{y} / S_{2} /) \sin (n_{y} / S_{2} /) \sin) \sin (n_{y} / S_{2} /) \sin (n_{y}$$

3 数值求解

284

目标函数对设计变量的梯度求解是否准确, 与流动控制方程和伴随方程的求解密切相关,通 过对伴随方程式(15)进行了相应变换,化为具有 和 N-S 方程相同结构形式,采用相同的方法进行 数值求解。在数值求解中本文空间离散采用格心 格式有限体积法,时间推进采用 5 步 Runger Kutta 格式,构造了人工耗散项来抑制求解过程中的 数值震荡。计算中采用了当地时间步长、隐式残 值光顺、多重网格等方法来加速收敛。流场求解 中湍流模型采用 B-L 模型。本文使用 Hicks⁻ Henne 形函数^[4]来描述设计变量扰动对物体外 形变化的影响,在梯度求解过程中,由于物体外形 只在局部发生微小变化,采用网格扰动技术生成 网格用以节省网格生成时间,且能保证网格质 量^[8]。

4 设计算例

算例1 机翼反设计。M6 机翼设计。目标 压力为 M6 机翼在 Ma = 0.839, = 3.06°, Re = 11.72 × 10⁶ 状态下的压力分布。初始机翼用 NACA0012 翼型构成,设计剖面为 2 个,每个剖 面上有 26 个设计变量,设计变量共有 52 个。进 行了 30 次迭代,最终目标函数值由 4.85 ×10⁻³ 下降到 4.46 ×10⁻⁵,下降了 2 个多量级。图 1 给 出了进行初始优化设计时流场计算和黏性伴随方 程计算的无量纲残值收敛曲线,其中一次迭代代 表 5 个 Runge-Kutta 时间步。可知采用多重网格 技术后收敛明显加快,从而提高了优化设计效率。 图 2 给出了优化设计过程中目标函数的变化情 况。图 3 给出了设计机翼不同展向位置各剖面外 形和压力分布与初始、目标情况的比较。可知设 计得到的外形及压力分布和目标符合得较好。



图 1 流动方程及伴随方程求解收敛情况 Fig. 1 Convergence histories of flow and adjoint equations



图 2 目标函数收敛情况 Fig. 2 Convergence history of cost function

算例 2 机翼减阻设计。原始机翼采用 M6 机翼。在减阻设计中加入了升力约束,保证设计 升力系数不减。设计剖面为 3 个,每个剖面上有 26 个设计变量,加上迎角,设计变量总共有 79 个。设计状态为 *Ma* = 0.839, = 3.06°, *Re* = 11.72 ×10°。优化前升力系数为 0.2618,阻力系 数为 0.01776,进行了 20次优化迭代,升力系数 变为 0.2619,阻力系数变为 0.016 52,迎角变为 2.939°。机翼升力基本保持不变,阻力减小了 7%。图 4 给出了优化过程中阻力系数的变化情况, 图 5 给出了优化过程中升力系数的变化情况, 图 6 表示给出了设计机翼不同展向位置各剖面外 形和压力分布与初始情况的比较,可以看出在该



图 6 初始与设计机翼剖面外形及压力对比

Fig. 6 Comparisons of initial and design wing

设计状态下初始机翼剖面压力分布具有较强的激 波,经过优化后,剖面压力的激波强度大为减弱, 从而减少了因强激波存在而导致的波阻。优化过 程中流动控制方程计算采用的是全湍流计算因而 机翼的黏性阻力在优化过程中几乎保持不变。 的跨声速机翼气动优化设计是可行的。优化设计 中采用的是黏性伴随方法和 N-S 方程,和以往的 无黏优化设计相比设计结果更加的可靠。另外和 其它的优化设计方法相比,对于具有多设计变量 的三维机翼及复杂外形的气动设计而言,本文的 方法能够大大减少计算花费,具有极大的优越性。 在方程求解中成功的应用了多重网格技术来加速 (下转 308 页)

5 结 论

2

设计算例表明,所发展的基于黏性伴随方法

285

2005,284: 1-22.

- [11] Carvalho M O M ,Zindeluk M. Active control of waves in a Timoshenko beam[J]. International Journal of Solids and Structures ,2001 ,38: 1749-1764.
- [12] Mace B R. Wave reflectionand transmission in beams[J]. Journal of Sound and Vibration, 1984, 197(2): 237-246.
- [13] Mead D J. Waves and modes in finite beams: application of the phase-closure principle [J]. Journal of Sound and Vibration, 1994, 171(5): 695-702.
- [14] Mei C, Mace B R, Jones R W. Hybrid wave/ mode active vibration control [J]. Journal of Sound and vibration, 2001, 247 (5):765-784.
- [15] Mei C ,Mace B R. Reduction of control spillover in active vibration control of distributed structures using multioptimal schemes[J].Journal of Sound and Vibration ,2002 ,251 (1) :184-192.
- [16] Lueschen G G G, Bergman L A, Mcfarl D M. Green 's functions for uniform Timoshenko beams [J]. Journal of

Sound and Vibration ,1996 ,194(1) : 93-102.

[17] Mei C. Hybrid active vibration control of a distributed structure[D]. USA : University of Auckland ,1998.

作者简介:

胡 超(1961-) 男,教授,博士生导师,哈工大兼职教授。主 要研究方向:结构动力学与控制。



黄文虎(1926 -) 男,教授,博士生导师。主要研究方向:结构 动力学与控制。

(责任编辑:李铁柏)

(上接 285 页)

收敛,从而提高了优化设计效率,使得采用 N-S 方程进行多变量三维优化设计的时间花费能被 CFD 研究人员所接受,因此采用该方法进行气动 优化有着良好的工程应用前景。

参考文献

- Jameson A. Efficient aerodynamic shape optimization [R]. AIAA 2004-4369, 2004.
- [2] Jameson A, Sriram M L, Haimes B. Aerodynamic shape optimization of complete aircraft configurations using unstructured Grids[R]. AIAA 2004-533, 2004.
- [3] Jameson A, Alonso J J. Aerodynamic shape optimization techniques based on control theory[R]. AIAA 1998-2538, 2002.
- [4] 杨旭东,乔志德.基于共轭方程法的跨音速机翼气动力优化设计[J].航空学报,2003,24(1):1-5.
 Yang X D, Qiao Z D. Optimum aerodynamic design of tran-

sonic wing based on adjoint equations method [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2003, 24(1): 1-5. (in Chinese)

- [5] Qiao Z D, Qin X L, Yang X D. Wing design by solving adjoint equations[R]. AIAA 2002-0263, 2002.
- [6] 杨旭东,乔志德,朱兵.基于控制理论和NS方程的气动优化设计方法研究[J].空气动力学报,2005,23(1):46-51. Yang X D, Qiao Z D, Zhu B. Aerodynamic design method based on control theory and Navier Stokes equations [J]. Acta Aerodynamic Sinica, 2005,23(1):46-51. (in Chinese)
- [7] 周铸,陈作斌.基于 N-S 方程的翼型气动优化设计方法研究[J].空气动力学报,2002,20(2):141-149.

Zhou Z, Chen Z B. Airfoil aerodynamic design and optimization based on Navier Stokes equations [J]. Acta Aerodynamic Sinica, 2002, 20(2) :141-149. (in Chinese)

[8] Kim H J, Nakahashi K. Aerodynamic design optimization using unstructured Navier-Stokes adjoint method[C]// 24th ICAS 2004-2.7.5.

作者简介:



 熊俊涛(1980 -) 男,博士研究生。主要研 究方向:复杂流动数值模拟,气动外形优化设 计技术研究等。
 Tel:029-88491144
 E-mail:Juntao_xiong @hotmail.com

乔志德(1936-) 男,教授,博士生导师,多家核心期刊编委。 主要研究方向:先进翼型、机翼设计技术研究及其工程应用,以及 对复杂流动的数值模拟。

Tel:029-88493184

E-mail:zdqiao @nwpu.edu.cn

杨旭东(1971-) 男,副教授。主要研究方向:复杂外形网格生 成技术、复杂流动数值模拟、以及气动外形优化设计技术研究等。 Tel:029-8491124

E-mail:xudongyang1991 @hotmail.com

韩忠华(1977-) 男,博士研究生。主要研究方向:计算流体力 学,计算航空声学、主动流动控制及气动外形优化设计技术等。 Tel:029-88491144

E-Mail:hanzh @nwpu.edu.cn

(责任编辑:刘振国)