

## 阈值法在毫米波目标辐射信号去噪中的应用研究

范庆辉 李兴国 张光锋

(南京理工大学毫米波光波近感技术研究所 南京 210094)

**摘要:** 小波域阈值法去噪以其效果好, 易编程实现而广泛应用到图像及信号的去噪中。该文在分析了毫米波目标辐射信号的小波系数特征后, 提出使用非负小波系数代替信号的小波系数。对于确定的阈值, 推导了重构信号均方差最小时, 非负小波系数的去噪方法, 实验表明该文算法具有较好的去噪效果。

**关键词:** 毫米波目标辐射信号; 硬阈值法; 软阈值法; 均方差

中图分类号: TN911.4

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)10-2356-04

## The Application of Threshold Denoising to the MMW Target Radiation Signal

Fan Qing-hui Li Xing-guo Zhang Guang-feng

(Institute of near-sensing tech. with Millimeter-Wave & optical-wave, NUST, Nanjing 210094, China)

**Abstract:** Threshold denoising in wavelet domain is an efficient method to reduce the white noise which is easy to program, so that it is widely applied to the image and signal denoising. According to the wavelet transformation characteristic of the MMW target radiation signal, the non-negative wavelet coefficient is used to replace the wavelet coefficient of the signal. For the definite threshold, denoising method of the non-negative wavelet coefficient is inferred when the MSE of the reconfigurable signal is minimized. Experiments show that the method can suppress the noise effectively.

**Key words:** MMW target radiation signal; Hard wavelet denoising; Soft wavelet denoising; MSE

### 1 引言

在毫米波被动成像系统中, 收集到正确而真实的数据是至关重要的, 但由于毫米波辐射计测量误差、A/D 采样精度等的影响, 采集到地数据不可避免地存在噪声, 而成像质量与所使用毫米波目标辐射信号的信噪比有直接的关系, 可见在使用采集到的毫米波辐射信号成像时, 有必要对其进行去噪处理, 提高毫米波目标辐射信号的信噪比, 以获得高质量的图像。近年来随着小波变换理论迅速发展, 小波变换广泛应用到图像压缩、特征提取、数据融合和图像、信号去噪等方面<sup>[1-3]</sup>。由于小波去噪是根据信号和噪声在不同尺度上有不同性质的机理, 构造相应规则, 在小波域采用数学方法对含噪信号的小波系数进行处理<sup>[4]</sup>, 因此小波去噪可以获得良好的结果。

小波去噪的方法主要分为贝叶斯方法和非贝叶斯方法<sup>[4]</sup>, 其中非贝叶斯方法又可分为 3 类: (1)Mallat 提出的模极大值重构法去噪<sup>[5]</sup>; (2)Xu 提出的空域相关法去噪<sup>[6]</sup>; (3)Donoho 提出的小波域阈值法去噪<sup>[7]</sup>, 在此 3 种去噪方法中, 小波域阈值法去噪以其实现简单、计算量最小而广泛应用于图像和信号去噪中。小波域阈值法去噪中常用方法有: 硬阈值法和软阈值法<sup>[8-10]</sup>。硬阈值法是将信号的小波系数绝

对值与阈值进行比较, 绝对值小于或等于阈值的点变为零, 绝对值大于阈值的点不变; 软阈值法将信号的小波系数绝对值与阈值进行比较, 当数据的绝对值小于或等于阈值时, 令其为零, 绝对值大于阈值的数据点则向零收缩。由此可见对于确定的阈值, 硬阈值法得到的小波系数上还叠加有噪声, 软阈值法得到的小波系数与含噪信号的小波系数之间存在恒定的偏差<sup>[11]</sup>; 所以这两种方法都得不到最佳去噪结果。

本文首先分析了毫米波目标辐射信号小波系数的特征, 提出使用非负小波系数代替毫米波目标辐射信号的小波系数。对于确定的阈值, 将小于阈值的毫米波辐射信号的小波系数令为零, 大于阈值的小波系数减去一常数  $a$ , 推导了重构信号均方差最小时,  $a$  的取值方法。

### 2 辐射计信号的小波分析

毫米波辐射计是一种高灵敏度无线电接收系统, 它利用物体在毫米波段的辐射特性差异来探测目标。一般来说, 物质的电特性对其辐射特性影响较大, 相对介电常数较高的物质, 发射率较小, 反射系数高。金属导体是良好的反射器, 其发射率近似为 0, 而地面发射率很高, 为 0.935 左右。因此, 放在地面上的金属无论实际温度多高, 其表现温度近似为零, 与地面有较高的温度对比度  $\Delta T_T$ , 检测  $\Delta T_T$  就能探测及识别地面金属目标<sup>[12]</sup>。图 1 为 3m × 6m 长方形目标, 在高度为 110 ~ 160m 辐射计的目标信号仿真波形。

使用 db5 小波分析毫米波目标辐射信号, 得到的负的小

波系数比较小, 将其令为零, 重构信号的均方差很小, 所以可用毫米波辐射信号的非负小波系数, 作毫米波辐射信号的小波系数。如: 高度为 110m 的模拟辐射计信号使用 db5 小波进行 7 尺度分解得到图 2 所示的图形, 由此图可见负的小波系数与零比较接近, 所以我们将这些负的小波系数令为零, 以这些非负的小波系数代替原来的小波系数, 重构后的信号如 3 所示, 图 4 为重构信号与原信号的误差曲线, 由此图可见重构信号与原信号的差别很小(均方差为  $3.5446 \times$

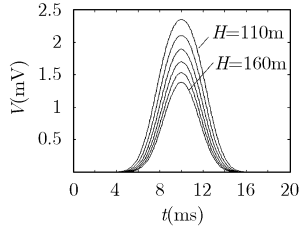


图 1 不同高度仿真波形

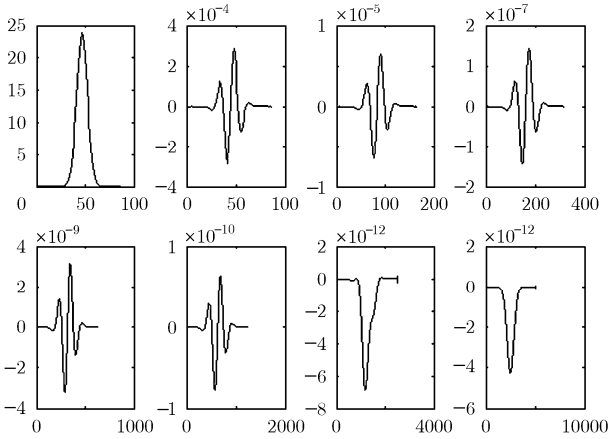


图 2 各层小波系数

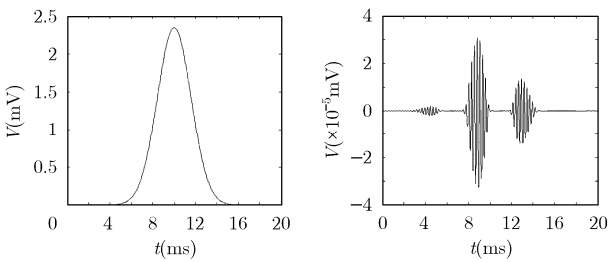


图 3 以非负小波系数重构波形

图 4 误差曲线

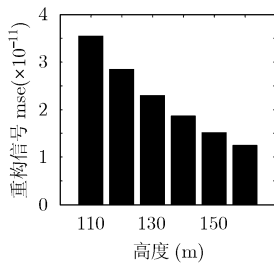


图 5 重构信号的均方差

$10^{-11}$ ), 图 5 给出了图 1 中 6 种信号以此方法重构信号与原信号的均方差的变化由此图可见均方差都在  $10^{-10}$  以内。

### 3 阈值法去噪

假设已经获得观测公式如下:

$$y_i = x_i + n_i \quad i = 1, \dots, M \quad (1)$$

其中  $n_i$  是均值为零、方差为  $\sigma^2$  的高斯白噪声, 且与期望信号  $x_i$  不相关,  $y_i$  为观测值。使用阈值法将  $x_i$  从  $y_i$  中恢复出来, 可分为 3 步骤:

(1) 计算含噪声信号的正交小波变换, 选择合适的小波和小波分解层数  $j$ , 将含噪声信号进行小波分解至  $j$  层, 得到相应的小波分解系数;

(2) 对分解所得到的的小波系数进行阈值处理, 阈值处理的方法有

$$(a) \text{硬阈值函数: } Y_{j,k} = \begin{cases} Y_{j,k}, & |Y_{j,k}| \geq \text{thr} \\ 0, & |Y_{j,k}| < \text{thr} \end{cases}$$

(b) 软阈值函数:

$$Y_{j,k} = \begin{cases} \text{sgn}(Y_{j,k})(|Y_{j,k}| - \text{thr}), & |Y_{j,k}| \geq \text{thr} \\ 0, & |Y_{j,k}| < \text{thr} \end{cases}$$

(3) 进行小波逆变换。由经阈值处理过的小波系数按重构公式进行重构, 得到恢复的原始信号的估计值<sup>[11]</sup>。

由硬阈值(软阈值)法去噪的过程可以看出: 对于确定的阈值, 使用硬阈值函数后的小波系数上还含有噪声; 使用软阈值函数后的小波系数与含噪声信号的小波系数之间存在恒定的偏差, 阈值确定后, 使用此两种方法去除毫米波辐射信号中的噪声, 均得不到最佳的去噪效果。

在阈值确定时, 结合前面研究的毫米波目标辐射信号的小波系数特征, 为使去噪效果达到最优, 本文将阈值函数修改为

$$Y_{j,k} = \begin{cases} Y_{j,k} - a, & Y_{j,k} \geq \text{thr} \\ 0, & Y_{j,k} < \text{thr} \end{cases}$$

式中  $a$  为一常数。

### 4 参数 $a$ 的确定

对式(1)做正交小波变换, 因为正交小波变换是线性变换, 所以有  $Y = X + N$ <sup>[13]</sup>,  $Y$ ,  $X$ ,  $N$  分别表示观测  $y$ , 信号  $x$ , 噪声  $n$  的正交小波变换  $\hat{Y} = \hat{X} + \hat{N}$ 。同理有, 其中

$$\begin{cases} \hat{X}(i) = X(i), & |Y| \geq \text{thr} \\ \hat{X}(i) = 0, & |Y| < \text{thr} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \hat{N}(i) = N(i) - a, & |Y| \geq \text{thr} \\ \hat{N}(i) = 0, & |Y| < \text{thr} \end{cases} \quad (3)$$

同样有  $\hat{y} = \hat{x} + \hat{n}$ , 其中  $\hat{y}$ ,  $\hat{x}$  和  $\hat{n}$  分别由  $\hat{Y}$ ,  $\hat{X}$  和  $\hat{N}$  重构。

在  $Y$  值非负时, 取合适的  $a$ , 可以使重构的信号  $\hat{y}$  的均

方差(MSE)最小。即

$$\begin{aligned}
 E(s^2) &= E\{(\hat{y} - x)^2\} = E\{(\hat{y})^2\} + E\{(x)^2\} - 2E\{\hat{y} \cdot x\} \\
 &= E\{(\hat{y})^2\} + E\{(x)^2\} - 2E\{(\hat{x} + \hat{n}) \cdot x\} \\
 &= E\{(\hat{y})^2\} + E\{(x)^2\} - 2E\{\hat{x} \cdot x\} - 2E\{x \cdot n\} \\
 &= E\{(\hat{y})^2\} + E\{(x)^2\} - 2E\{\hat{x} \cdot x\} \tag{4}
 \end{aligned}$$

上面推导利用了  $E(x \cdot n) = 0$ 。设  $\Delta x = x - \hat{x}$ ，( $\Delta x$  表示  $x$  与  $\hat{x}$  的误差，这个误差是将绝对值小于阈值的信号的小波系数令为零而产生。由信号的能量在小波变换域集中在少数较大的小波系数上的特征<sup>[4, 14]</sup>，可知  $\Delta x$  的能量很小，即

$$\begin{aligned}
 E\{(\Delta x)^2\} &\approx 0 \text{ 则式(4)可以写成:} \\
 E(s^2) &= E\{(\hat{y})^2\} + E\{(\hat{x} + \Delta x)^2\} - 2E\{(\hat{x} + \Delta x) \cdot \hat{x}\} \\
 &= E\{(\hat{y})^2\} - E\{(\hat{x})^2\} + E\{(\Delta x)^2\} \approx E\{(\hat{y})^2\} - E\{(\hat{x})^2\} \\
 &= E\{(\hat{n})^2\} \tag{5}
 \end{aligned}$$

由正交小波变换是单位正交的及式(3)可得

$$E(s^2) = E\{(\hat{N})^2\} \tag{6}$$

可见重构信号的均方差最小，相当于  $E\{(\hat{N})^2\}$  最小。

由于是单位正交变换， $N$  仍是方差为  $\sigma^2$  的高斯白噪声。假设  $N$  的长度为  $m$ ，其中有  $k$  点被置为零，它们组成序列  $N_1$ ，剩下的  $m - k$  点组成序列  $N_2$ 。则  $E\{(\hat{N})^2\} = 1/m \sum_{i=1}^{m-k} (N_2(i) - a)^2$  若使  $f(a)$  最小，则使  $E\{(\hat{N})^2\}$  最小。

下面考虑使  $E\{(\hat{N})^2\}$  最小时  $a$  的值。

$$\begin{aligned}
 E\{(\hat{N})^2\} &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m-k} \{(N_2(i))^2 - 2N_2(i)a + a^2\} \\
 &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m-k} (N_2(i))^2 - 2 \frac{m-k}{m} E(N_2)a + \frac{m-k}{m} a^2 \\
 &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m-k} (N_2(i))^2 + \frac{m-k}{m} (E(N_2) - a)^2 \\
 &\quad - \frac{m-k}{m} (E(N_2))^2
 \end{aligned}$$

由于对于确定的噪声的小波系数  $\frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m-k} (N_2(i))^2$  和  $E\{N_2\}$  都是确定的值，要使  $E\{(\hat{N})^2\}$  最小，则  $(E\{N_2\} - a)^2$  最小，即  $a = E\{N_2\}$ 。

再由  $E(N) \geq 0$  及  $E(N) = \frac{k}{m} E\{N_1\} + \frac{m-k}{m} E\{N_2\}$  可得：

$$E\{N_2\} = -\frac{k}{m-k} E\{N_1\}, \text{ 即 } a = -\frac{k}{m-k} E\{N_1\}$$

### 5 实验

首先使用 db5 小波将含噪的毫米波辐射信号进行 7 尺度分解；再对分解所得到的的小波系数使用软、硬阈值法及本文算法进行处理(常用的阈值选取有 4 种准则：无偏似然估计准则，固定阈值准则，混合准则，极大极小准则<sup>[15]</sup>)；最后将阈值法处理过的小波系数进行重构，得到去噪的毫米波辐射信号。

图 6(a)、图 7(a)、图 8(a)及图 9(a)的横坐标是含噪信号

的信噪比，纵坐标是去噪后信号的信噪比，由此 4 图可以看出阈值确定时，软阈值法去噪结果比较差，硬阈值法和本文方法的去噪结果比较好，图 1(b)、图 2(b)、图 3(b)和图 4(b)的横坐标为含噪信号的信噪比，纵坐标分别为无偏似然估计准则、固定阈值准则、混合准则及极大极小准则 4 阈值时，本文方法获得信号的信噪比与硬阈值法获得信号的信噪比之差(信噪比增益)，即两者的误差曲线，此 4 图可以看出本文方法的去噪结果优于硬阈值法的去噪结果。可见在此四种阈值时，本文方法可以获得最佳的去噪效果。

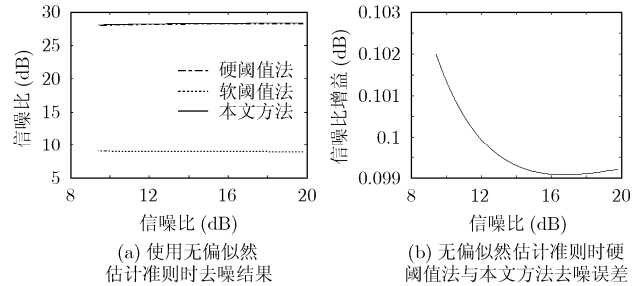


图 6

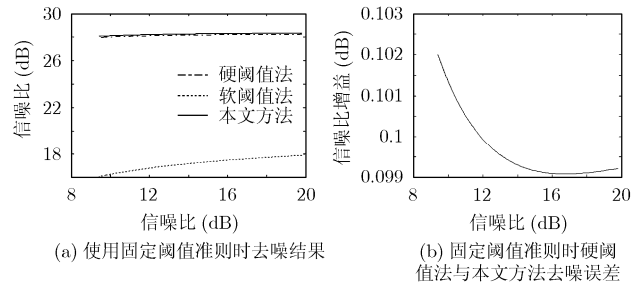


图 7

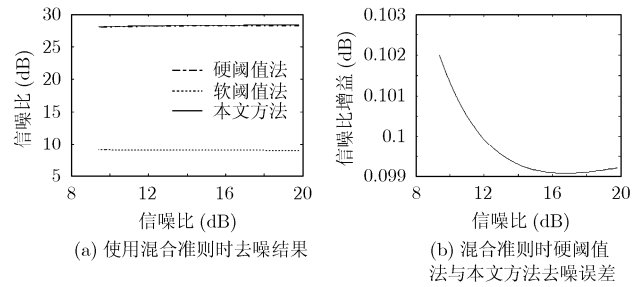


图 8

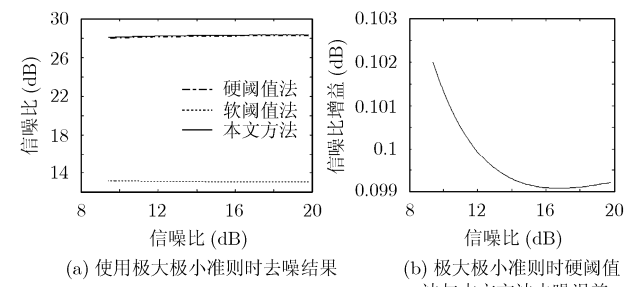


图 9

## 6 结束语

本文在分析了毫米波目标辐射信号的小波系数的特征, 提出使用非负的小波系数代替毫米波目标辐射信号小波系数; 对于确定的阈值, 推导了重构信号的均方差最小时, 非负小波系数的阈值去噪方法。

## 参 考 文 献

- [1] 柳薇, 马争鸣. 基于边缘检测的图像小波阈值去噪方法. 中国图象图形学报, 2002, 7(8): 788-793.  
Liu W and Ma Z M. Wavelet image threshold denoising based on edge detection. *Journal of Image and Graphics*, 2002, 7(8): 788-793.
- [2] Chang S G, Yu B, and Vetterli M. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression. *IEEE Trans. on Image Proc*, 2000, 9(9): 1532-1546.
- [3] 杨福生. 小波变换的工程分析与应用. 北京: 科学出版社, 2001: 41-50.  
Yang F S. Engineering Analysis of Wavelets Transform and Application. Beijing: Science press, 2001: 41-50.
- [4] 潘泉, 张磊, 孟晋丽, 等. 小波滤波方法及应用. 北京: 清华大学出版社, 2005: 5-10.  
Pan Q, Zhang L, and Meng J L, et al. Wavelet Filtering Method and Its Application. Beijing: Qinghua University Press, 2005: 5-10.
- [5] Mallat S and Hwang W L. Singularity detection and processing with wavelet. *IEEE Trans. on Information Theory*, 1992, 38(2): 617-643.
- [6] Xu Y S, et al. Wavelet transform domain filters: A spatially selective noise filtration technique. *IEEE Trans. on Image Processing*, 1994, 3(6): 747-758.
- [7] Donoho D. Denoising by soft-thresholding. *IEEE Trans. on Information Theory*, 1995, 41(3): 613-627.
- [8] Berkner K and Wells R O. Smoothness estimates for soft-threshold denoising via translation invariant wavelet transforms. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2002, 12(1): 1-24.
- [9] Donoho D and Johnstone M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage. *Biometrika*, 1994, 81(3): 425-455.
- [10] Donoho D and Johnstone M. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage. *Journal of the American Statistical Association*, 1995, 90(12): 1200-1224.
- [11] Bruce A G and Gao H Y. Understanding wave shrink: variance and bias estimation. *Biometrika*, 1996, 83(4): 727-746.
- [12] 李兴国. 毫米波近感技术及其应用. 北京: 国防工业出版社, 1991: 35-42.  
Li X G. Millimeter-wave Near Sensing Technique and Its Application. Beijing: National defence industry press, 1991: 35-42.
- [13] 张磊, 潘泉, 张洪才, 戴冠中. 小波域滤波阈值参数  $c$  的选取. 电子学报, 2001, 29(3): 400-402.  
Zhang L, Pan Q, and Zhang H C, et al. On the determination of threshold in threshold based denoising by wavelet transform. *Acta Electronica Sinica*, 2001, 29(3): 400-402.
- [14] 文鸿雁, 张正禄. 非线性小波变换阈值法去噪改进. 测绘通报, 2006, (3): 18-21.  
Wen H Y and Zhang Z L. Improvement of denoising of nonlinear wavelet transform threshold value method. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2006, (3): 18-21.
- [15] 潘泉, 孟晋丽, 张磊, 等. 小波滤波方法及应用. 电子与信息学报, 2007, 29(1): 236-242.  
Pan Q, Meng J L, and Zhang L, et al. Wavelet filtering method and its application. *Journal of Electronic & Information Technology*, 2007, 29(1): 236-242.

范庆辉: 男, 1979年生, 博士生, 研究方向为毫米波探测及目标识别.

李兴国: 男, 1940年生, 教授, 博士生导师, 南京理工大学毫米波、光波近感技术研究所所长, 中国电子学会微波分会副主任、委员、毫米波亚毫米波专业委员会主任、中国兵工学会高级会员、“探测与控制学报”副主任(编委会)、中国电子学会“微波学报”编委副主任、中国电子学会“红外与毫米波学报”编委会委员, 主要研究方向为毫米波精确探测及目标识别.

张光锋: 男, 1975年生, 博士后, 研究方向为毫米波成像及信号处理.