

# 直接序列扩频通信中窄带干扰抑制的奇异值分解方法<sup>1</sup>

孙丽萍 胡光锐

(上海交通大学电子工程系 上海 200030)

**摘要** 在很强的单音干扰存在时,传统的线性预测滤波方法不能达到很好的抗干扰性能.该文提出了一种用奇异值分解方法(SVD)来抑制扩频通信中的单音干扰的问题,建立了利用SVD技术抑制直接序列扩频通信(DSSS)中的窄带干扰的系统模型,并与传统的双边LMS滤波器进行了误码率比较.仿真表明,SVD方法对干扰有很强的抑制能力,当BER=10<sup>-2</sup>时,SVD方法的增益要高于LMS方法3dB.而且同传统的LMS算法相比,SVD方法避免了算法收敛的问题.

**关键词** 奇异值分解,直接序列扩频通信,LMS

**中图分类号** TN914.4

## 1 引言

直接序列扩频通信系统中增加扩频增益可以提高系统抗窄带干扰能力,但在有些情况下系统的扩频增益不会很大,也就不能有效地抑制干扰,因此必须求助于其他方法.常用的方法有时域方法<sup>[1-3]</sup>、变换域方法<sup>[4]</sup>和时频域<sup>[5]</sup>方法.在时域方法中Li和Milstein<sup>[2]</sup>提出接收DSSS信号可以通过预测误差滤波器或横向滤波器来抑制单音干扰.这些基于LMS的方法对干扰有一定的抑制能力,但受到算法收敛性的影响.D. W. Tufts<sup>[6]</sup>首次提出用奇异值分解的方法来估计噪声信号中的有用信号.B. F. Rice<sup>[7]</sup>把这种方法用在非扩频通信中,提出SVD方法优于传统的陷波器方法.本文中我们把奇异值分解方法用在扩频通信的单音干扰抑制上,对误码率进行了分析,同横向滤波器性能进行了比较.

本文第2节介绍奇异值分解技术,第3节介绍DSSS系统,第4节介绍SVD方法用到DSSS窄带干扰抑制中,第5节是仿真,第6节是结论.

## 2 奇异值SVD分解

一个 $m \times n$ 矩阵 $A$ 的SVD矩阵包括3个矩阵 $U$ ,  $V$ 和 $\Sigma$ ,  $U$ 是 $m \times m$ 阶矩阵, $V$ 是 $n \times n$ 阶矩阵, $\Sigma$ 是 $m \times n$ 阶矩阵. $A = U\Sigma V^H$ ,其中“ $H$ ”表示共轭转置.如果 $\text{diag}(\Sigma) = (\sigma_1, \sigma_2, \dots)$ ,则 $\sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_k > 0$ ,  $k = \text{rank}(A)$ ,  $\sigma_{k+1} = \sigma_{k+2} = \dots = 0$ ,令 $u_i$ ,  $v_i$ 分别代表 $U$ 和 $V$ 的第 $i$ 列向量.对于 $1 \leq r \leq k$ ,  $A_r = \sigma_1 u_1 v_1^H + \sigma_2 u_2 v_2^H + \dots + \sigma_r u_r v_r^H$ 是在最小平方意义上对 $A$ 的最佳秩 $r$ 近似.

为了进一步解释SVD方法,定义一个 $(N-L) \times L$ 数据矩阵如下:

$$A = \begin{bmatrix} a_L & \cdots & \cdots & a_1 \\ a_{L+1} & \ddots & & a_2 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ a_{N-L} & \cdots & \cdots & a_{N-L} \end{bmatrix} \quad (1)$$

存在一个 $L \times L$ 正交矩阵 $V$ 和一个 $(N-L) \times (N-L)$ 维正交矩阵 $U$ ,满足

$$A = U\Sigma V^H \quad (2)$$

<sup>1</sup> 2002-05-24 收到, 2002-11-22 改回  
国家自然科学基金资助项目(60172018)

$\Sigma$  是一个  $(N-L) \times L$  维的正对角矩阵, 定义为

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 & & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & 0 & & \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \sigma_m & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m$  是矩阵  $A$  的奇异值, 从最左上角依次向下减小。那么 (3) 式中  $\sigma_1$  是最大值,  $\sigma_m$  是最小值。如果矩阵  $A$  的数据信号没有干扰存在, 则矩阵  $\Sigma$  的秩为  $m$ , 如果数据含有干扰, 就扩展到  $N-L$  维, 增加的特征值为  $\sigma_{m+1}, \sigma_{m+2}, \sigma_{m+3}, \dots, \sigma_{N-L}$ , 其中  $\sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_m > \sigma_{m+1} > \dots > \sigma_{N-L}$ 。扩频信号具有白噪声特性, 能量均匀地分布在相关阵的特征值上, 而干扰信号的能量只是集中在几个大的特征值上, 因此当有干扰存在时, 最大的特征值是由干扰造成的, 可以令其为 0, 得到去除干扰后的信号矩阵。

在 DSSS 通信中, 考虑单音干扰的情况, 假设观测空间有足够的维数。观测空间可以分解为两个正交的子空间: 干扰子空间和噪声子空间。干扰子空间由干扰构成, 噪声子空间由扩频信号和背景噪声构成。可以把接收的扩频信号映射到噪声空间中来达到对单音干扰的抑制。通过对接收信号组成矩阵的奇异值分解来得到去除干扰后的矩阵。

### 3 接收机模型

接收信号定义如下:

$$r(t) = \sqrt{2S}d(t)c(t) \cos \omega_0 t + i(t) + n(t) \quad (4)$$

其中  $d(t)$  = 随机发射的二进制单位幅度波, 信息比特周期  $T_b$  秒;  $c(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{L-1} c_m P_{T_c}(t - kT_b - mT_c)$ ,  $c_m$  为周期 PN 序列的第  $m$  片码片;  $T_c$  为码片周期,  $T_b$  为比特周期。  $i(t) = \sqrt{2I} \cos[(\omega_0 + \Omega)t + \theta]$ ,  $I$  为干扰功率,  $\Omega$  为干扰频率与 DSSS 中心频率的频差,  $\theta$  为在 0 到  $2\pi$  之间均匀分布的随机相位;  $S$  为期望 DSSS 信号的功率;  $\omega_0$  为载波频率;  $n(t)$  为加性白高斯噪声 (AWGN), 单边功率谱密度为  $N_0$ ;  $P_{T_c}(T) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq T_c \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ; 在  $t = (kL + m)T_c$ ,

$r(t)$  以码片率采样

$$r(kL + m) = s(kL + m) + i(kL + m) + n(kL + m) \quad (5)$$

其中  $s(kL + m) = \sqrt{2S}d_k c_m T_c$ ;  $i(kL + m) = \sqrt{2I} \cos[(kL + m)\Omega T_c + \theta]$ ;  $n(kL + m)T_c$  是对噪声的采样, 方差为  $\sigma_n^2 = N_0 T_c$ 。其中  $L$  为每比特的码片数, 即扩频增益。

### 4 DSSS 系统中采用 SVD 方法

先对接收信号进行码片率采样, 接收信号包括单音干扰, 扩频信号和噪声。可以表示为

$$r_k = i_k + n_k, \quad k = 1, \dots, N \quad (6)$$

$i_k$  是干扰信号,  $n_k$  是噪声分量, 包括扩频信号和背景噪声,  $N$  是采样个数。用  $r_k$  构成 (1) 式形式的采样数据矩阵。利用 SVD 方法, 采样数据矩阵可以分解为

$$R = U \Sigma V^H = [U_r \ U_n] \begin{bmatrix} \Sigma_r & 0 \\ 0 & \Sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r^H \\ V_n^H \end{bmatrix} \quad (7)$$

$U_r = [u_1 \ u_2 \ \cdots \ u_p]$  在干扰空间中;  $U_n = [u_{p+1} \ u_{p+2} \ \cdots \ u_m]$  在信号和噪声空间中;  $\Sigma_r$  和  $\Sigma_n$  为对角阵, 其中的元素是  $R$  的奇异值。

$$R = U_r \Sigma_r V_r^H + U_n \Sigma_n V_n^H = R_r + R_n \quad (8)$$

(8) 式中  $R_n$  是含有噪声的有用信号; 对于单音干扰,  $p = 2$ ; 所以只要在  $R$  中减掉  $R_r$  就能求出  $R_n$ 。对于  $R_r = U_r \Sigma_r V_r^H = U \Sigma' V^H$ ,  $\Sigma'$  是只保留单音干扰对应的奇异值其余奇异值都置零后的矩阵。那么有用信号组成的矩阵为

$$R_n = R - R_r \quad (9)$$

得出  $R_n$  后, 再按照 (1) 式恢复出信号序列, 计算出误码率。

## 5 仿真分析

系统的扩频增益为 8, SVD 分解每次仿真取 400bit 数据, 那么经 PN 序列扩频后的码片数为 3200。对于单音干扰,  $p = 2$ 。那么 (1) 式中的,  $N = 3200$ ,  $L$  通常取  $3N/4$ , 所以  $L = 2400$ ,  $N - L = 800$ 。单音干扰  $j(t) = 2.5 \sin(2\pi t/7 + \phi)$ , 噪声方差  $\sigma_n^2 = 0.01$ 。

图 1 显示了经 SVD 处理后接收数据的功率谱密度。实线段是未采用任何处理的接收信号, 包括直扩信号, 干扰信号和背景噪声。带 “\*” 的线段是经过 SVD 处理后的信号。

可以看到, 未加 SVD 处理, 单音干扰归一化频率在  $2/7$  处有一个很大的峰值, 经过奇异值分解处理, 干扰已经大部分去除, 说明这种方法是有效的。

图 2 是 SVD 方法的 BER 与 LMS 算法的 BER 进行的比较。双边横向滤波器的抽头数为 8。两条 BER 曲线分别是经 SVD 方法后系统的 BER 和采用 LMS 算法双边横向滤波器的 BER。

从图中的误码率可以看出, SVD 方法优于采用双边横向滤波器的方法。特别当  $BER = 10^{-2}$  时, SVD 方法的增益要高于 LMS 方法 3dB。

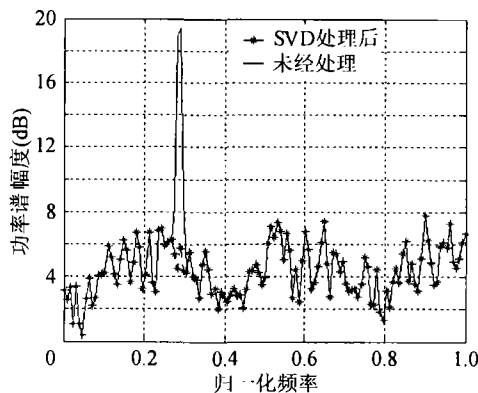


图 1 经 SVD 处理后接收数据的功率谱密度

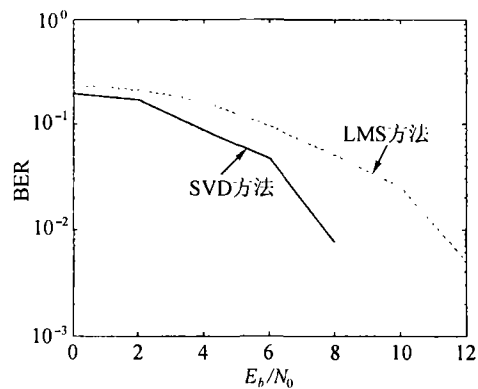


图 2 SVD 方法与 LMS 方法的 BER 比较

## 6 结 论

本文分析了直接序列扩频通信中采用奇异值分解技术来抑制单音干扰。通过把单音干扰分量的两个最大的奇异值置零来达到去除干扰的目的。误码率仿真表明奇异值分解技术优于传统的双边横向滤波器。而且奇异值分解方法避免了 LMS 算法的收敛性问题。把奇异值分解技术运用到非线性双边滤波器的处理中是我们下一步将要研究的目标。

## 参 考 文 献

- [1] Li Loh-Ming, L. B. Milstein, Rejection of narrowband interference in PN spread-spectrum systems using transversal filters [J]. IEEE Trans. on Commun., 1982, 30(5), 925-928.
- [2] E. Masry, Closed-form analytical results for the rejection of narrowband interference in PN spread-spectrum systems Part I: Linear prediction filters [J]. IEEE Trans. on Commun., 1984, 32(8), 888-896.
- [3] E. Masry, Closed-form analytical results for the rejection of narrowband interference in PN spread-spectrum systems Part II: Linear interpolation filters [J]. IEEE Trans. on Commun., 1985, 33(1), 10-19.
- [4] S. Davidovici, E. G. Kanterakis, Narrow-band interference rejection using real-time Fourier transforms, IEEE Trans. on Commun. 1989, 37(7), 713-722.
- [5] M. V. Tazebay, A. V. Akansu, Adaptive subband transforms in time-frequency excisers for DSSS communication systems, IEEE Trans. on Signal Processing, 1995, 43(11), 2776-2782.
- [6] D. W. Tufts, R. Kumaresan, I. Kirsteins, Data adaptive signal estimation by singular value decomposition of a data matrix, Proc. IEEE, 1982, 70(6), 684-685.
- [7] B. F. Rice, M. Fechner, M. E. Wilhoite, Multiple tone removal from short signal records using singular value decomposition, Conference record of the twenty-seventh Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, CA, USA, 1993, vol.1, 325-329.

## NARROW-BAND INTERFERENCE REJECTION IN PN SPREAD SPECTRUM SYSTEMS USING SVD METHOD

Sun Liping     Hu Guangrui

(Dept. of Electronic Eng., Shanghai Jiaotong Univ., Shanghai 200030, China)

**Abstract** When the strong tone interference exists in the Direct Sequence Spread Spectrum (DSSS) system, the traditional linear prediction filter performs poorly. A system model employing the proposed SVD-based technique to reject the single-tone interference in a DSSS system is presented. Simulation results show that SVD method has strong interference suppression ability, especially SVD outperforms conventional LMS by a gain of 3dB at BER=10<sup>-2</sup>. Also the SVD methods avoids the convergence problem that the LMS algorithm has.

**Key words** Singular value decomposition, Direct sequence spread spectrum, LMS

孙丽萍: 女, 1975 年生, 博士, 主要的研究方向包括: 扩频通信的抗干扰技术, 卫星通信的抗干扰技术, 多用户检测技术, 非线性滤波和电磁兼容技术等。

胡光锐: 男, 1938 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向包括: 语音识别, 神经网络, 通信系统的抗干扰研究, 协同学和混沌神经网络在语音识别中的应用等。