

五阶非线性下零色散附近的调制不稳定性*

胡涛平^{1,2}, 罗青³, 颜森林³, 汪静³

(1 东南大学 电子科学与工程学院 光子学与光通信研究室, 南京 210096)

(2 南京林业大学 理学院, 南京 210037)

(3 南京晓庄学院 物理系, 南京 210017)

摘 要:在同时考虑光纤损耗、高阶色散以及高阶非线性情况下,从广义非线性薛定谔方程出发,研究了零色散附近的调制不稳定性,分析了四阶色散和五阶非线性对增益谱的影响.结果表明:当光脉冲工作在零色散附近时,四阶色散对调制不稳定性起决定作用,它使反常色散区的增益谱变宽.在光纤正常色散区,正(负)五阶非线性使增益谱的谱宽和峰值增大(减小);但在反常色散区,五阶非线性仅改变增益谱的峰值,几乎不影响谱宽.

关键词:调制不稳定性;四阶色散;五阶非线性;光纤

中图分类号: TN252; O437

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2008)07-1325-4

0 引言

由于利用调制不稳定性 (Modulational Instability, MI) 能产生高重复率超短光脉冲^[1-2],因此,自 1986 年 K. Tai 等人首次在实验中观测到光纤中的 MI 以来^[3],对 MI 的研究引起了人们广泛关注^[4-7].在通常的石英光纤中,当只考虑二阶色散时,仅在光纤的反常色散区产生 MI^[7].但当脉冲工作在零色散波长附近时,由于二阶色散很小,就必须考虑高阶色散的影响^[8],研究结果表明:三阶色散对 MI 没有影响^[6],四阶色散不仅导致在正常色散区产生了 MI,而且在反常色散区也出现了新的 MI^[9].文献^[10]从实验上观察到在单模光纤中由于四阶色散效应产生的新的 MI.

当光脉冲工作在零色散附近时,由于光纤波长不处于光纤的最低损耗处,因而需要考虑光纤损耗对 MI 的影响.而当光波入射功率较高,或者在诸如半导体掺杂玻璃、光子晶体光纤以及有机聚合物等有相对较高的非线性系数材料中,即使是中等强度的光波入射,高阶非线性折射率的影响也需要考虑^[11-13].本文从包含了高阶色散和高阶非线性的非线性薛定谔方程出发,进一步研究了零色散附近高阶色散、高阶非线性以及光纤损耗对 MI 增益谱的影响.

1 理论模型

在同时考虑高阶色散、高阶非线性以及光纤损耗的情况下,光波在光纤中传输时,满足以下广义非线性薛定谔方程^[13]

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\alpha}{2}A + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + \frac{i}{24}\beta_4 \frac{\partial^4 A}{\partial t^4} = i(\gamma_1 |A|^2 + \gamma_2 |A|^4)A \quad (1)$$

式中 A 为慢变包络振幅, t 是时间, z 为传输距离, v_g 是群速度, β_i 是光波的 i 阶群速度色散系数, α 为光纤损耗系数, γ_1 为三阶非线性系数, γ_2 为五阶非线性系数.

设 $A = u \exp(-\frac{\alpha z}{2})$, 代入式(1), 得

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial t^3} + \frac{i}{24}\beta_4 \frac{\partial^4 u}{\partial t^4} = i[\gamma_1 u^2 \exp(-\alpha z) + \gamma_2 u^4 \exp(-2\alpha z)]u \quad (2)$$

令式(2)中的时间偏导项为零, 可得稳态解为

$$\bar{u} = \sqrt{P} \exp\{i \int_0^z [\gamma_1 p \exp(-\alpha z') + \gamma_2 p^2 \exp(-2\alpha z')] dz'\} \quad (3)$$

式中 P 表示光波的入射功率. 为了研究稳态解的稳定性, 微扰该稳态, 设微扰项 $|a(z, t)| \ll \sqrt{P}$.

$$u = (\sqrt{P} + a) \exp\{i \int_0^z [\gamma_1 p \exp(-\alpha z') + \gamma_2 p^2 \exp(-2\alpha z')] dz'\} \quad (4)$$

将式(4)代入式(2)并线性化后可得微扰 a 满足的方程

$$\frac{\partial a}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial a}{\partial t} + \frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 a}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 a}{\partial t^3} + \frac{i}{24}\beta_4 \frac{\partial^4 a}{\partial t^4} = i(\gamma_1 p' + 2\gamma_2 p'^2)(a + a^*) \quad (5)$$

式中 $p' = p \exp(-\alpha z)$. 该方程的通解形式为

$$a(z, t) = U \cos(kz - \Omega t) + iV \sin(kz - \Omega t) \quad (6)$$

式中 k 是波数, Ω 是微扰的角频率. 将式(6)代入式(5), 通过计算, 可得波数 k 和 Ω 满足的色散关系为

$$k = \frac{\Omega}{v_g} + \frac{\beta_3}{6}\Omega^3 \pm i \left\{ -\left(\frac{1}{2}\beta_2\Omega^2 - \frac{1}{24}\beta_4\Omega^4\right) \cdot \left[\frac{1}{2}\beta_2\Omega^2 - \frac{1}{24}\beta_4\Omega^4 + 2(\gamma_1 p' + 2\gamma_2 p'^2)\right]^{1/2} \right\} \quad (7)$$

*南京林业大学科技创新基金(CX05-070-3)资助
Tel: 025-85427388 Email: fox_tphu@sina.com
收稿日期: 2007-02-07

k 的虚部使微扰指数增长,产生调制不稳定现象. 由增益谱的定义 $g(\Omega) = 2\text{Im}(k)^{[7]}$, 从式(7)可得

$$g(\Omega) = \frac{|\Omega|}{12} [(\beta_1\Omega^2 - 12\beta_2)(12\beta_2\Omega^2 - \beta_4\Omega^4 + 48\gamma_1 p' + 96\gamma_2 p'^2)]^{1/2} \quad (8)$$

由式(8)可知, MI 的条件和增益谱不受三阶色散的影响. 入射功率, 光纤损耗, 二、四阶色散以及三、五阶非线性共同决定调制不稳定产生的范围及大小.

2 分析讨论及数值计算

将式(8)改写为

$$g(\Omega) = \frac{|\beta_1\Omega|}{12} \left[-\left(\Omega^2 - \frac{12\beta_2}{\beta_1}\right) \left(\Omega^4 - \frac{12\beta_2}{\beta_1}\Omega^2 - \frac{48(\gamma_1 p' + 2\gamma_2 p'^2)}{\beta_1}\right) \right]^{1/2} \quad (9)$$

将式(9)根号内的表达式写成

$$(\Omega^2 - \Omega_1^2)(\Omega^2 - \Omega_2^2)(\Omega^2 - \Omega_3^2) \text{ 的形式, 计算可得} \\ \Omega_1^2 = \frac{12\beta_2}{\beta_1}, \Omega_{2,3}^2 = \frac{6\beta_2}{\beta_1} \pm \left[\left(\frac{6\beta_2}{\beta_1}\right)^2 + \frac{48(\gamma_1 p' + 2\gamma_2 p'^2)}{\beta_1} \right]^{1/2},$$

式中符号‘ \pm ’取正号时为 Ω_2^2 , 取负号时为 Ω_3^2 . 由式(9)可知, 增益存在的条件是

$$(\Omega^2 - \Omega_1^2)(\Omega^2 - \Omega_2^2)(\Omega^2 - \Omega_3^2) < 0 \quad (10)$$

由于本文考察的是零色散附近的 MI, 因此讨论以下三种情况.

2.1 $\beta_2 = 0$ 时, β_4 和 γ_2 对 MI 的影响

当光脉冲工作在零色散波长时, 即二阶色散为零, 又由于三阶色散不影响 MI, 因而此时调制增益谱完全取决于四阶色散. 由式(9)可得此时增益为

$$g(\Omega) = \frac{|\beta_1| \Omega^2}{12} \left(-\Omega^4 + \frac{48\gamma_1 p' + 96\gamma_2 p'^2}{\beta_4} \right)^{1/2} \quad (11)$$

当只考虑四阶色散时, $g(\Omega) \sim \Omega^4$; 而只考虑二阶色散时, $g(\Omega) \sim \Omega^2$. 即在零色散时, 增益的大小更强的依赖于频率. 且 MI 的增益谱区为

$$\Omega^2 < \sqrt{(48\gamma_1 p' + 96\gamma_2 p'^2) / \beta_4},$$

可见, 此时只有 $\beta_4 > 0$, 才有 MI 发生. 同时, γ_2 影响着 MI 频谱范围; 正的 γ_2 加大了增益谱的谱宽, 负的 γ_2 则减小谱宽. 当然, 对比理想光纤 ($\alpha = 0$), 光纤损耗也减小了谱宽.

2.2 $\beta_2 > 0$ 时, β_4 和 γ_2 对 MI 的影响

在光纤的正常色散区, 有 $\beta_2 > 0, \beta_4 > 0$, 则 $\Omega_2^2 > \Omega_1^2 > 0$ 成立. 又由于 $\gamma_1 \geq |\gamma_2|$, 一般入射光功率下, 有 $\gamma_1 + 2\gamma_2 p' > 0$ 满足, 则 $\Omega_3^2 < 0$. 此时 MI 可发生在 $|\Omega_2| > |\Omega| > |\Omega_1|$ 频谱区内, 即四阶色散导致在正常色散区有一个 MI 频谱区. 对于负的 γ_2 , 当入射光功率足够大时, 若满足 $\gamma_1 + 2\gamma_2 p' < 0$, 则有 $\Omega_3^2 >$

0, 且 $\Omega_2^2 > \Omega_1^2 > \Omega_3^2 > 0$. 此时四阶色散导致在正常色散区 MI 发生在两个频谱区: $|\Omega_2| > |\Omega| > |\Omega_1|$ 以及 $|\Omega_3| > |\Omega| > 0$. 这为在光纤的正常色散区色散区产生超短光脉冲提供了思路, 有非常重要的实际应用价值.

2.3 $\beta_2 < 0$ 时, β_4 和 γ_2 对 MI 的影响

在光纤的反常色散区, 有 $\beta_2 < 0, \beta_4 < 0, \Omega_1^2 > 0$ 成立. 对普通光纤, 由于 $|\beta_2| \gg |\beta_1|$, 可知 $\Omega_2^2 > 0$. 类似上面的分析, 若 $\gamma_1 + 2\gamma_2 p' > 0$, 则 $\Omega_3^2 > 0$, 即 MI 也发生在两个频谱区; 若满足 $\gamma_1 + 2\gamma_2 p' < 0$, 则 $\Omega_3^2 < 0$, 此时 MI 发生在一个频谱区. 但在零色散附近, 由于二阶色散很小, 可能会满足

$$\left(\frac{6\beta_2}{\beta_4}\right)^2 + \frac{48(\gamma_1 p' + 2\gamma_2 p'^2)}{\beta_4} < 0$$

此时有 $(\Omega^2 - \Omega_2^2)(\Omega^2 - \Omega_3^2) > 0$, 即 MI 只发生在一个频谱区. 通过计算可知, 在反常色散区有两个增益谱区的临界二阶色散为

$$|\beta_2| = \left[-\frac{4}{3}\beta_4(\gamma_1 p' + 2\gamma_2 p'^2) \right]^{1/2}$$

选取公共参量: $\alpha = 0.2 \text{ dB/km}, \gamma_1 = 1 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}, z = 5 \text{ km}, P = 50 \text{ W}$ 进行数值模拟.

图 1 给出不同五阶非线性系数和不同二阶色散下正常色散区的增益谱. 从图 1(a)可看出, 在正常

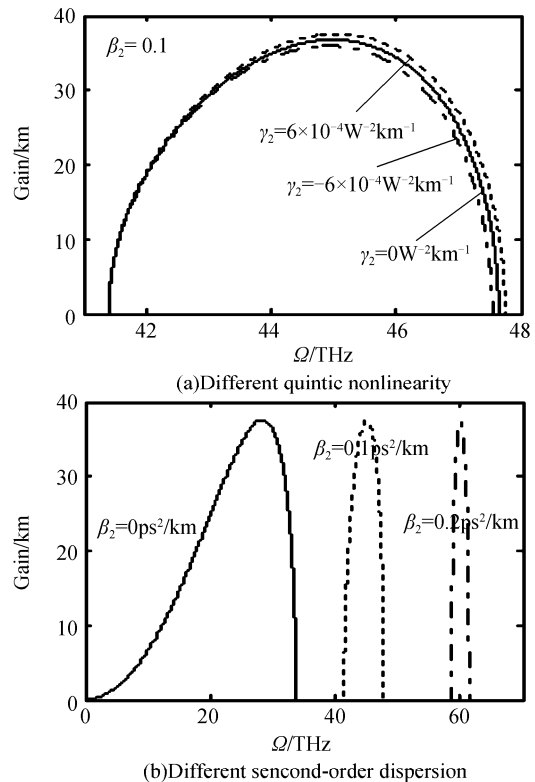


图 1 正常色散区不同五阶非线性系数和不同二阶色散的增益谱, $\beta_4 = 0.0007$

Fig. 1 The gain in normal dispersion region with different quintic nonlinearity and with different second-order dispersion, $\beta_4 = 0.0007$

色散区的增益谱区,正五阶非线性使增益谱宽变宽,谱峰值变大,即正五阶非线性加强了 MI;而负五阶非线性则对 MI 起抑制作用. 并且,五阶非线性系数绝对值越大,对 MI 的影响越明显. 由图 1(b)可知,当 $\beta_2 = 0 \text{ ps}^2/\text{km}$ 时,调制增益谱完全取决于四阶色散,此时有相对较宽的谱宽. 但随着二阶色散的增加,增益谱远离零点,且谱宽越来越小,表明当二阶色散较大时,四阶色散对增益谱的影响很小,说明此时在非线性薛定谔方程忽略高阶色散是合理的.

图 2 给出不同五阶非线性系数和不同二阶色散下反常色散区增益谱的变化情况. 对比图 1,从图 2(a)可看出,与正常色散区一样,五阶非线性改变了谱峰值,但不同的是,五阶非线性几乎不影响增益谱宽. 说明五阶非线性对反常色散区增益谱的影响不如对正常色散区的明显. 在图 2(b)中,当 $\beta_2 = 0 \text{ ps}^2/\text{km}$ 时,在反常色散区没有增益谱,和前面的讨论一致. 并随着二阶色散的增加,增益谱区由一个分为两个,在本文所取参量下,对应谱区一分为二的二阶色散临界值为 $\beta_2 = 0.13 \text{ ps}^2/\text{km}$,所以图中对应 $\beta_2 = 0.2 \text{ ps}^2/\text{km}$ 的点线已出现两个离零点一近一远的谱区.

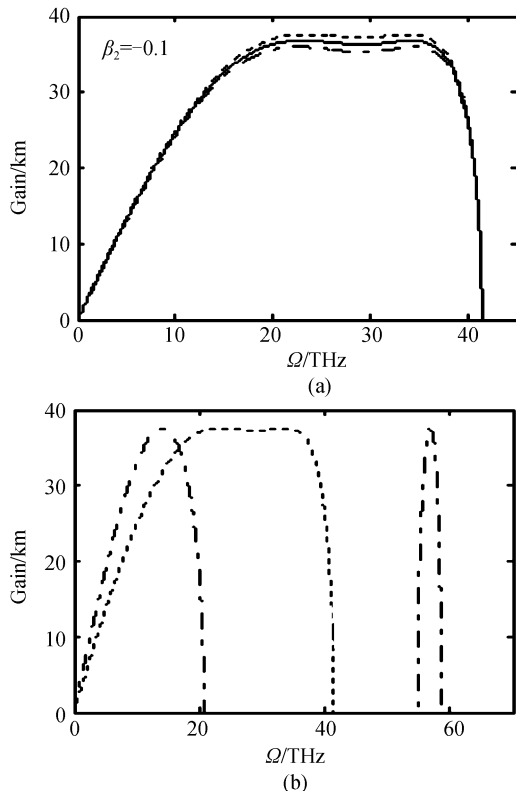


图 2 反常色散区不同五阶非线性系数和不同二阶色散(参量同图 1)的增益谱, $\beta_1 = -0.0007$

Fig. 2 The gain in anomalous dispersion region with different quintic nonlinearity and with different second-order dispersion (parameters are the same as Fig. 1), $\beta_1 = -0.0007$

由于不考虑四阶色散时,在正常色散区没有 MI

产生. 为了进一步清晰地分析四阶色散对 MI 的影响,图 3 给出了在反常色散区 $\beta_2 = -0.1 \text{ ps}^2/\text{km}$ 时,在不考虑 ($\beta_4 = 0 \text{ ps}^4/\text{km}$) 和考虑 ($\beta_4 = -7 \times 10^{-4} \text{ ps}^4/\text{km}$) 四阶色散的情况下 MI 增益谱. 对比图中两条曲线可发现,四阶色散拓宽了 MI 的频谱区,且使增益谱出现很宽一段峰值几乎不变的连续谱域,说明四阶色散使 MI 更明显.

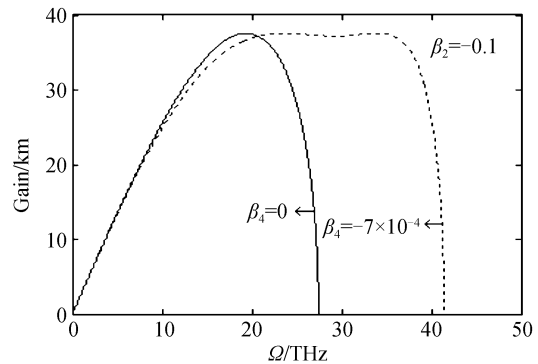


图 3 不同四阶色散系数下的反常色散区增益谱
Fig. 3 The gain of the spectrum regions in anomalous dispersion region with different fourth-order dispersion

3 结论

本文研究了在零色散附近高阶色散、高阶非线性以及光纤损耗对 MI 的影响. 结果表明:由于四阶色散的影响,MI 可以发生在光纤的正常色散区,正五阶非线性使增益谱宽变宽,谱峰值变大,加强了 MI;而负五阶非线性则对 MI 起抑制作用. 并且,五阶非线性系数绝对值越大,对 MI 的影响越明显. 在光纤反常色散区,五阶非线性改变了谱峰值,但几乎不影响增益谱宽. 对一定的二阶色散,四阶色散导致反常色散区出现新的增益谱.

参考文献

- [1] MAMYSHEV P V, STANISLAV V, DIANOV E M. Generation of fundamental soliton trains for high-bit-rate optical fiber communication lines[J]. *IEEE J Quantum*, 1991, **QE-27**(10): 2347-2355.
- [2] DIANOV E M, MAMYSHEV P V, PROKHOROV A M, et al. Generation of a train of fundamental solitons at a high repetition rate in optical fibers[J]. *Opt Lett*, 1989, **14**(18): 1008-1010.
- [3] TAI K, HASEGAWA A, TOMITA A. Observation of modulation instability in optical fibers[J]. *Phys Rev Lett*, 1986, **56**(2): 135-138.
- [4] ZHANG Hua, HAN Wen, WEN Shuang-chun, et al. Influence of stimulated Raman scattering on modulation instability in single-mode fibers[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(1): 32-37.
- [5] XU Wen-cheng, LUO Ai-ping, GUO Qi, et al. Modulation instability in optical fibers[J]. *光子学报*, 2005, **34**(1): 32-37.

- instability in decreasing dispersion fibers [J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(10):1435-1439.
- 徐文成, 罗爱平, 郭旗, 等. 色散渐变光纤中的调制不稳定性分析[J]. *光学学报*, 2000, **20**(10):1435-1439.
- [6] POTASEK M J. Modulation instability in an extended nonlinear Schrödinger equation [J]. *Opt Lett*, 1987, **12**(11): 921-923.
- [7] AGRAWAL G P. Principle and applications of nonlinear fiber optics [M]. JIA Dong-fang, YU Zhen-hong, trans. Beijing: Electrical Industry Press, 2002.
- AGRAWAL G P. 非线性光纤光学原理及应用 [M]. 贾东方, 余震虹, 译. 北京: 电子工业出版社, 2002.
- [8] HU Tao-ping, YAN Sen-lin, LUO Qing. Cross-phase modulational instability in the region of minimum group-velocity dispersion [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(9): 1367-1373.
- 胡涛平, 颜森林, 罗青. 零色散附近的交叉相位调制不稳定性分析[J]. *光子学报*, 2006, **35**(9):1367-1373.
- [9] XU Wen-cheng, WEN Shuang-chun, LIU Song-hao, et al. Modulation instability of optical pulses in long optical fibers with minimum group-velocity dispersion [J]. *Chin Phys Lett*, 1997, **14**(6):470-473.
- [10] STEPHANE P, GUY M. Experimental observation of a new modulational instability spectral window induced by fourth-order dispersion in a normally dispersive single-mode optical fiber [J]. *Opt Commun*, 2003, **226**:415-422.
- [11] PUSHKAROV D, TANEV S. Bright and dark solitary wave propagation and bistability in the anomalous dispersion region of optical waveguides with third- and fifth-order nonlinearities [J]. *Opt Commun*, 1996, **124**(3-4):354-364.
- [12] REN Zhi-jun, WANG Jing, YANG Ai-ling, et al. The effect on modulational instability of quintic nonlinearity [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(6):758-760.
- 任志君, 王晶, 杨爱玲, 等. 五次非线性对调制不稳定性影响 [J]. *光子学报*, 2004, **33**(6):758-760.
- [13] DAVYDOVA T A, ZALIZNYAK Y A. Schrödinger ordinary solitons and chirped solitons: fourth-order dispersive effects and cubic-quintic nonlinearity [J]. *Physica D*, 2001, **156**:260-282.

Modulational Instability in the Region of Minimum Group-velocity Dispersion with Quintic Nonlinearity

HU Tao-ping^{1,2}, LUO Qing³, YAN Sen-lin³, WANG Jing³

(1 Lab of Photonics and Optical Communications, Electronic Science and Engineering College, Southeast University, Nanjing 210096, China)

(2 College of Science, Nanjing Forestry University, Nanjing 210037, China)

(3 Department of Physics, Nanjing Xiaozhuang College, Nanjing 210017, China)

Received date: 2007-02-07

Abstract: Taking into account fiber loss, high-order dispersion and high-order nonlinearity, the modulation instability in the region of minimum group-velocity dispersion is investigated based on the extended nonlinear Schrödinger equation. The effects of fourth-order dispersion and quintic nonlinearity to the gain spectra are analyzed. The results show that the fourth-order dispersion, which increases the width of the gain spectra in the anomalous dispersion regime, dominates the modulation instability when the second-order dispersion approaches the minimum value at the so-called zero dispersion wavelength. In the normal dispersion regime of fiber, the positive (negative) quintic nonlinearity will make the width and the peak value of the gain spectra larger (smaller). But in the anomalous dispersion regime, the quintic nonlinearity only changes the peak value of the gain spectra and almost does not influence the width of the gain spectra.

Key words: Modulation instability; Fourth-order dispersion; Quintic nonlinearity; Optical fiber



HU Tao-ping was born in 1980. He received the B. S. degree from Department of Physics, Gannan Teacher's College in 2000 and the M. S. degree from Department of Physics, Nanjing Normal University in 2003. Now he is a teacher at College of Information Science and Technology, Nanjing Forestry University and pursuing his Ph. D. degree at Southeast University. His research interests focus on nonlinear fiber optics.